

Cadran analemmatique

Principe

C'est un cadran horizontal.

Il a pour principe la projection verticale d'un cercle équatorial sur le plan horizontal (une ellipse).

Les projections des points d'heures du cercle équatorial, sont les points d'heures du cadran.

L'ombre est donnée sur le cercle équatorial par un gnomon passant par le centre du cercle équatorial.

La projection du point d'ombre du cercle équatorial sur l'ellipse horizontale est reproduite par l'ombre d'un gnomon qui se déplace sur le méridien en fonction de la déclinaison du Soleil suivant les saisons.

C'est pourquoi ce cadran a un style mobile.

Le calcul et le tracé des heures sur le plan horizontal est facile et ne requiert que les fonctions trigonométriques de base : sinus, cosinus et tangente.

Calculs (voir figures dans le fichier cadanalem.ppt)

Le point H correspond au point d'ombre sur le cercle équatorial à l'heure solaire h .

Il se projette sur $N'S'$ en A .

Soit R le rayon du cercle équatorial. On calcule : OA , HA et $H'A'$, H' et A' projections de H et A sur le plan horizontal

$$\begin{aligned}OA &= OH \cos h = R \cos h \\OA' &= OA \sin \varphi = R \cos h \sin \varphi \\AH &= A'H' = OH \sin h = R \sin h\end{aligned}$$

On peut calculer l'angle h' qui correspond à l'angle horaire h

$$\tan h' = \frac{A'H'}{O'A'} = \frac{R \sin h}{R \cos h \cdot \sin \varphi} = \frac{\tan h}{\sin \varphi}$$

et la longueur $O'H'$

$$O'H' = \sqrt{O'A'^2 + A'H'^2} = R \sqrt{\cos^2 h \cdot \sin^2 \varphi + \sin^2 h}$$

Il est facile de retrouver les éléments de l'ellipse projection du cercle :

$$\begin{aligned}a &= R & c &= R \cos \varphi \\b &= R \sin \varphi & e &= \cos \varphi\end{aligned}$$

et son équation cartésienne

$$\frac{x^2}{R^2} + \frac{y^2}{R^2 \sin^2 \varphi} = 1$$

ou en coordonnées polaires

$$\begin{aligned}x_h &= R \cos \varphi \cdot \cos h \\y_h &= R \sin h\end{aligned}$$

Il reste à graduer la ligne méridienne pour la position du style vertical en fonction de la date.

Si δ est la déclinaison du jour, dans le plan méridien, le point d'ombre est M .

La distance OD se calcule par l'intermédiaire de OP avec les angle $OMS = \delta$ et $DOP = \varphi$

$$\begin{aligned}OS &= R \tan \delta \\OS' &= OS \cos \varphi = R \tan \delta \cdot \cos \varphi\end{aligned}$$

Tracé

Avec un tableur, pour un rayon donné R , à partir des différentes valeurs de h on peut calculer et tracer l'ellipse projection du cercle, positionner les points des heures et calculer la position du style sur la méridienne en fonction des déclinaisons du Soleil à quelques dates bien choisies.

- les débuts de mois
- pour une meilleure symétrie, les moments des déclinaisons à l'entrée dans les signes du zodiaque.

Définitions

Style (nom masculin)

du lat. *Stylus*, gr. *Stulos*.

- Poinçon avec lequel les Anciens écrivaient sur des tablettes enduites de cire.
- Tige qui produit l'ombre sur les cadrans solaires.
- Partie du pistil qui porte le stigmate.
- Aiguille d'un appareil enregistreur, qui sert à tracer les courbes de variations d'un phénomène.
- Manière particulière d'exprimer ses pensées.
- Manière particulière à un artiste, à une époque, à une activité, etc.

Gnomon

vient du grec et signifie indicateur.

- Gnomon (lat. Gnomon, du grec) sm. : Espèce de grand style dont les astronomes se servent pour connaître la hauteur du soleil. L'aiguille ou style du cadran solaire. Littré
- Gnomon (1547, mot latin du grec) : Ancien instrument astronomique composée d'une tige verticale (style) faisant ombre sur une surface plane. Le Petit Robert
- Gnomon. s. m. Terme d'Astronomie. Espèce de grand style dont les Astronomes se servent pour connaître la hauteur du Soleil, principalement au Solstice. Les Gnomons des Anciens étaient des espèces d'obélisques surmontés d'une boule.
- On appelle aussi Gnomon, le style d'un cadran solaire. Dictionnaire de l'Académie française, 5^{ème} édition 1798
- Gnomon. n. m. T. d'Astronomie. Tout instrument qui marque les heures par la direction de l'ombre qu'un corps solide porte sur un plan ou sur une surface courbe. Dictionnaire de l'Académie française, 8^{ème} édition (édition actuelle)