DISCOURS PRÉLIMINAIRE.

Nous avons annoncé l'Histoire de l'Astronomie, d'après les monumens encore existans. Les monumens d'une science mathématique ne peuvent guère exister que dans des traités composés tout exprès par des géomètres. Or nous n'avons aucun livre des Chaldéens ni des Égyptiens. Les notions astronomiques qu'on est en droit de supposer à ces peuples ont été apportées en Grèce par quelques philosophes voyageurs; elles sont disséminées dans les écrits des Grecs, et nous avons dit à quoi elles se réduisent. Chez les Grecs, au contraire, nous trouvons d'abord des ouvrages qui, aux notions vagues arrivées de l'orient, ajoutent quelques considérations géométriques fort élémentaires. C'est le premier commencement de la science; mais ce commencement est encore bien faible. Autolycus, Aristarque, Eratosthène et Théodose étaient géomètres, mais incapables de calculer ou de prédire le moindre phénomène astronomique. Hipparque créa la science; Ptolémée y fit quelques additions heureuses et d'autres qui l'étaient moins. Il n'eut point de successeur chez les Grecs. Ses théories furent adoptées religieusement par les Arabes, les Persans et les Tartares, par lesquels il y a quelque apparence qu'elles furent transmises aux Chinois et aux Indiens, qui les défigurèrent parce qu'ils n'étaient pas assez géomètres pour les comprendre; et qui, quoique uniquement occupés des éclipses, objets de leur terreur, n'eurent jamais de la parallaxe que des idées trop incomplètes pour avoir su calculer correctement une éclipse de Soleil. Étrangers à toute idée de Géométrie et de Trigonométrie, excepté peut-être à quelques théorèmes élémentaires, qu'on ne voit chez eux qu'à des époques bien postérieures aux travaux des Grecs, les Indiens, moins ignorans encore de beaucoup que les Chinois, altérèrent la théorie des excentriques et des épicycles. Possesseurs, on ne sait à quelle époque, d'une Arithmétique bien plus commode et plus complète que celle des Grecs, ils n'en sentent qu'imparfaitement les avantages et lui donnent pour auxiliaire l'Arithmétique sexagésimale des Grecs; sans aucun besoin réel ils mêlent ce calcul étranger à leur propre calcul dans toutes leurs opérations; et les Arabes, qui leur avaient communiqué ces connaissances et ces méthodes, en reçoivent en échange ce système parfait d'Arithmétique, vrai titre de gloire du peuple Indien, et le transmettent bientôt à l'Europe.

Les Chaldéens, les Chinois et les Indiens, sont donc étrangers à l'Astronomie mathématique. Loin de nous l'avoir enseignée, ils n'ont jamais su la comprendre suffisamment. Nous ne possédons aucun monument un peu ancien de leurs connaissances. Tout se borne, pour les Chinois et les Indiens, à des ouvrages assez modernes; et quant aux Chaldéens et aux Egyptiens, on ne cite en leur faveur que quelques témoignages vagues et insignifians d'écrivains, qui ne sont pas juges bien compétens en ces matières. Le romancier Achille Tatius nous dit que les Chaldéens et les Égyptiens ont mesuré le Ciel et la Terre. Le poète Appollonius de Rhodes, au livre IV de ses Argonautiques, vers 272, nous dit que les Égyptiens ont conquis l'Europe et l'Asie; qu'ils ont fondé nombre de colonies, et que dans la Colchide, l'une de ces colonies, on conservait précieusement les cartes de ces expéditions; que sur ces cartes on *voyait les routes et les limites des terres et des mers pour l'usage de ceux qui voudraient recommencer ces voyages*. Le Scholiaste donne au conquérant égyptien le nom de Sesonchosis; il renvoie à Hérodote, Théopompe et Dicéarque; mais Hérodote, qui parle des conquêtes de Sésostris, des monumens qu'il a élevés pour perpétuer la mémoire de ses expéditions, et de l'origine égyptienne des habitans de la Colchide, ne fait aucune mention des cartes géographiques. Admettons cependant sans restriction ce témoignage du poète et du Scholiaste; il en résultera ce que nous n'avons aucune envie de révoquer en doute. Les Égyptiens ont tracé des itinéraires, tels à peu près qu'il nous en reste des Romains, dont personne jamais n'a vanté les connaissances astronomiques; ils ont consigné les distances qu'ils avaient trouvées entre les villes de l'Europe et de l'Asie, ils ont mesuré des routes et non le Globe. Apollonius ne dit rien du ciel. Si les Égyptiens l'eussent en effet mesuré comme la Terre, s'ils connaissaient la valeur d'un degré du méridien, concevra-t-on que jamais ils ne s'en soient vantés? L'égyptien qui disait à Platon que les Grecs n'étaient que des enfans, aurait-il négligé de parler de ces grands travaux, dans l'énumération de ce qui prouvait la supériorité de l'Egypte sur la Grèce? Mais admettons encore qu'ils aient réellement mesuré le Ciel et la Terre, et qu'ils aient déterminé la valeur du degré: quelle précision accorderons-nous à ces mesures? Nous ignorons absolument de quel instrument ils ont pu se servir; nous ne leur en connaissons d'aucune espèce.

Se seront-ils servis du gnomon? Les ombres solstitiales auront-elles pu leur donner le degré avec l'exactitude d'une minute, c'est-à-dire de deux mille mètres environ? Augmentez l'arc pour atténuer les erreurs des deux observations, vous ajouterez à la difficulté d'avoir cet arc dans un même méridien et dans un même niveau. C'est beaucoup si vous pouvez de cette manière arriver, autrement que par un grand hasard, à une précision de trois ou quatre cents toises. Supposerez-vous, sans aucune preuve, qu'ils aient été géomètres autant que Snellius et Norwood, et qu'ils aient eu d'aussi bons instrumens? voulez-vous que comme Albategnius, ils aient eu de grandes règles parallactiques capables de leur donner, à une minute près, la hauteur de Soleil? vous n'en aurez pas plus de garantie contre les erreurs de mille toises? Snellius n'a-t-il pas fait son degré trop faible de près de deux mille? Norwood n'a-t-il pas fait le sien trop fort de quatre cents? Lemonnier, en voulant corriger le degré de Picard, ne l'a-t-il pas fait trop grand de plus de cent toises en 1756? Les savans qui ne sont pas géomètres, et qui n'ont jamais mesuré de degré, qui n'ont par conséquent aucune idée bien précise ni de la difficulté, ni des moyens délicats et précis qui sont indispensables pour la lever en partie, admettent un peu légèrement la possibilité que les anciens aient réussi dans ces grandes opérations. Otez-nous les lunettes, en nous laissant d'ailleurs toutes les connaissances modernes, dont on ne voit aucun vestige dans toute l'antiquité, qui de nous voudra répondre de deux cents toises dans l'évaluation du degré? Nombre d'astronomes, avec des lunettes, n'y ont-ils pas fait des erreurs très sensibles? La Caille ne voulait répondre que de quinze toises sur ses degrés; son degré du midi avait à peine cette précision; et des astronomes inconnus, morts il y a plus de 3000 ans, sans lunettes, sans microscopes, et par conséquent sans instrumens assez exactement divisés, auraient été plus habiles que Lemonnier! Que conclure de quelques rapprochemens ingénieux dans lesquels on voit une grande conformité entre des distances anciennes et celles de la Géographie moderne, si ce n'est quelques hasards heureux, comme celui de Fernel? et quand ces hasards auraient eu lieu réellement, où serait la certitude? Quelle confiance pourrait-on prendre en ces mesures anciennes, si elles ne se trouvaient confirmées par les travaux des modernes?

Voilà pourquoi nous avons laissé de côté toutes les mesures géographiques; nous les croyons étrangères à l'Astronomie; nous n'avons aucune idée des méthodes ni des moyens qui pourraient en avoir assuré l'exactitude. Les lunettes, les microscopes, les verniers, les pendules, sont incontestablement des inventions modernes, sans lesquelles les plus grands génies n'auraient pu atteindre à la moindre précision. Nous a-t-on expliqué comment un astronome, dépourvu de lunettes et de pendule, pourrait déterminer les différences des méridiens mieux qu'à quelques degrés près? Nous verrons plus loin qu'Ebn Jounis propose de retrancher sept ou huit minutes du moment assigné pour le commencement d'une éclipse. Cette correction est trop arbitraire pour inspirer la moindre confiance. L'idée d'Ebn Jounis ne prouve que l'incertitude de l'observation, dont on ne peut répondre à plusieurs minutes près; à cette incertitude ajoutez celle du tems vrai, qu'on n'a jamais mieux connu qu'à un quart d'heure près. Les éclipses ne sont-elles pas marquées le plus souvent en heures, sans aucune fraction? Qui nous garantira des erreurs de dix ou douze degrés? Comment, sans pendule, sans instrumens et sans Trigonométrie, pouvait-on être sûr de l'heure d'un phénomène? Il n'existe donc aucun moyen de se faire une idée précise de la science des anciens. Si cette science a existé, les preuves en sont perdues, et nous ne pouvons y croire sur les preuves alléguées jusqu'à ce jour; elles nous ont paru trop incertaines pour être admises dans un ouvrage où nous ne voulons rien que de parfaitement démontré; mais en refusant d'y croire nous n'avons jamais prétendu en nier la possibilité absolue. Nous voulons bien que des anciens, dont tout est perdu jusqu'au nom, aient eu nos instrumens et notre Géométrie, mais pour admettre comme un fait certain une prétention aussi invraisemblable, ce n'est pas se montrer trop exigeant que de demander quelques témoignages clairs et précis, trouvés dans des écrivains suffisamment instruits et dignes de foi.

Quoique bien convaincu de l'impossibilité de retrouver ou d'entendre les écrits des Chaldéens et des Égyptiens, et même bien persuadé que jamais ces peuples n'ont eu de traité d'Astronomie tels que nous les concevons, nous n'en sommes pas moins attentif à recueillir les preuves qui auraient pu échapper à nos premières recherches, et à voir si nous n'avons pas été trop incrédule ou trop sévère. Nous n'avions pas dit un seul mot des zodiaques d'Esné et de Dendérah, d'abord parce que nous croyons qu'un bas-relief ne peut rendre les observations mêmes qu'on a pu faire à l'œil nu; nous savions d'ailleurs que des antiquaires très célèbres étaient partagés d'opinion sur ces monumens. Malgré ces préventions, assez bien fondées, nous avons desiré connaître les nouveaux écrits sur l'Égypte. Nous aurions souhaité donner une idée des Mémoires de M. Fourier sur les zodiaques égyptiens. Ses recherches ne sont pas encore terminées, et son opinion ne nous a pas paru définitivement arrêtée.

MM. Jollois et de Villiers ont bien voulu nous montrer, dans le plus grand détail, tout ce qu'ils ont rapporté de leur voyage. Nous tenons de leur libéralité leurs différens écrits, et les planches magnifiques où ils ont représenté les zodiaques d'Esné et de Dendérah. Nous avons lu avec avidité leurs Mémoires instructifs; nous avons admiré avec eux les grandes conceptions de l'Architecture gigantesque des Égyptiens; le fini précieux de leurs sculptures; la beauté de ces bas-reliefs qui, suivant le point de vue sous lequel on les examine, attestent à la fois et la perfection et l'enfance de l'art. Mais quelque idée avantageuse qu'on se fasse de ces compositions, on n'y peut rien apercevoir qui indique une Astronomie même élémentaire. Ces monumens, qui prouvent invinciblement que, dans des tems fort anciens, la civilisation était fort avancée en Égypte, que les Beaux-Arts y étaient portés, à certains égards, à une perfection vraiment étonnante, ne prouvent rien absolument en faveur des connaissances mathématiques de ce peuple riche et puissant. Les monumens d'Athènes, au tems de Périclès, n'ont à la vérité rien de comparable à ceux d'Égypte, sous les rapports de la grandeur et de la richesse, mais ils attestent un goût plus épuré et une exécution tout aussi précieuse; et cependant quelle était à Athènes la science astronomique au tems les plus brillans de cette république? quelles étaient les connaissances d'Anaxagore et de ses contemporains? La Grèce qui comptait plusieurs grands poètes, avait-elle un seul géomètre? Nous pouvons donc, sans rien rabattre de l'idée avantageuse qu'on doit avoir des Égyptiens, leur refuser des connaissances que rien ne prouve, et qui ne suivent que d'assez loin les progrès de la poésie, de l'éloquence et des Beaux-Arts. Personne ne parle des poètes, des orateurs ni des historiens de l'Égypte; nous ne connaissons ni leurs philosophes ni leurs astronomes, si toutefois l'Égypte a jamais produit un seul astronome. J'avais lu autrefois un passage de Clément d'Alexandrie, qui parlait de leurs livres. L'idée qui m'en était restée me dispensait de le chercher de nouveau pour en enrichir mon histoire. Le nom d'Alexandrin me rendait suspect le témoignage d'un auteur qui vivait dans le deuxième siècle de notre ère, et qui, pour vanter son pays, ne trouve à citer que des choses vagues ou peu importantes. Je retrouve ce passage à la page 72 de la description générale de Thèbes par MM. Jollois et Devilliers.

Clément commence par réclamer pour les Égyptiens, plusieurs opinions des philosophes grecs, et particulièrement la *métempsycose*. Il appuie sa réclamation sur les cérémonies religieuses des Égyptiens. Il fait paraître dans ces pompes un chanteur, portant un livre d'hymnes en l'honneur des Dieux, et un autre qui traite de l'étiquette du palais des rois, ou, si l'on veut, de la manière de vivre des rois. ἐκλογισμὸν Βασιλικοῦ βίου. Ce chanteur est suivi de l'*Horoscope*, qui porte en mains une horloge et une palme, φοίνικα, symbole de l'Astrologie; il doit toujours avoir à la bouche les quatre livres d'Hermès sur l'*Astrologie*. *Le premier de ces livres parle de l'ordre et de la disposition de l'univers et des cinq planètes.* Tout cela peut être vrai. Personne ne révoque en doute que les Égyptiens ne fussent astrologues. Achille Tatius nous dit dans quel ordre ils rangeaient les planètes; cet ordre a été imaginé d'après la durée de leurs révolutions. Rien de tout cela ne passe la mesure des connaissances que nous leur avons accordées dans notre histoire. Nous regrettons sincèrement qu'on n'ait jamais traduit ni probablement publié ces quatre livres d'Hermès, que l'horoscope devait savoir par cœur; la question serait décidée. Il est fâcheux que Clément ne nous ait rien dit de la construction de l'horloge; il est probable que ce n'est pas sa faute; il ne l'avait sans doute jamais vue.

Le second livre d'Hermès parlait *des conjonctions de la Lune et du Soleil, ou de la source de leur lumière.* On a de tout tems raisonné et déraisonné sur ces deux points. Remarquez qu'il n'est pas explicitement question des éclipses.

Les deux autres livres traitaient des levers.

L'hiérogrammate ou le scribe des sacrifices, tient en sa main un livre, une règle, un encrier et le jonc dont il se servait pour écrire. *Il doit être instruit des hiéroglyphes qui servent à la Cosmographie, à la Géographie, à la représentation de l'ordre du Soleil, de la Lune et des cinq planètes, à la description de l'Égypte et du Nil.* Clément ne nous apprend rien de nouveau, sinon que la science des hiéroglyphes n'était pas dès-lors très répandue. Tout cela peut être encore aujourd'hui dans les sculptures et les peintures des palais et des temples, de Thèbes et des autres villes; mais personne depuis long-tems n'a su lire ces caractères, et je ne crois pas qu'on y ait perdu une instruction bien étendue ni bien solide.

Plus loin Clément nous parle de dix livres où l'on avait renfermé tout ce qui concernait les sacrifices; et enfin de quarante-deux livres, dont trente-six exposent toute la philosophie des Égyptiens, et les six autres tout ce qui avait rapport à la Médecine.

Voilà le passage le plus long et le plus détaillé qui nous soit parvenu sur la littérature égyptienne. Ce passage nous donne, sur l'astronomie de ces prêtres, beaucoup moins de renseignemens que les phrases où Hérodote, Diodore et Sénèque nous attestent que les Égyptiens, ainsi que les Chaldéens, étaient en état de prédire les éclipses, les comètes, les tremblemens de Terre et les épidémies. Les notions Astrologiques de ces deux peuples nous sont parvenues, pourquoi n'en serait-il pas de même de leur Astronomie, s'ils en avaient une? et comme nous ne voyons aucune trace de Trigonométrie dans leur Astrologie, n'est-il pas très vraisemblable qu'il n'y en avait pas davantage dans ce qu'on veut bien appeler leur Astronomie. Mais c'est perdre trop de tems à combattre des fantômes; revenons à la réalité.

La réalité consiste, 1°. dans les obélisques nombreux qu'on trouve encore en Égypte, malgré tout ce qui en a été enlevé. D'après celui dont nous parle Pline, on pourrait penser qu'ils étaient destinés à des observations d'ombres; mais MM. Jollois et Devilliers ont prouvé clairement le contraire, par la manière dont ces obélisques étaient adossés aux murs des temples et des palais; et leur forme suffisait pour dissiper ce soupçon. Placés d'une manière isolée, ils auraient donné des ombres qui auraient pu être utiles, si on avait pu en marquer exactement les deux termes; mais le pied était renfermé dans la base; il était difficile de le déterminer rigoureusement. Le sommet était d'une forme si peu favorable, qu'à Rome on avait été obligé d'y placer une boule, pour avoir une ombre à peu près ronde; en sorte que les deux termes étaient également incertains. D'ailleurs personne n'a parlé jamais des gnomons d'Égypte, non plus que de ceux des Chaldéens.

Ce qu'il y a de plus réel, ce sont les bas-reliefs et les plafonds qui offrent des zodiaques.

Ces zodiaques sont véritablement très curieux. On y reconnaît de la manière la moins équivoque, les douze signes de l'écliptique. Le Bélier, le Taureau, les Gémeaux, le Cancer, le Lion, la Vierge, la *Balance*, le Scorpion, le Sagittaire, le Capricorne, le Verseau et les Poissons, s'y montrent à fort peu près tels qu'on les peint aujourd'hui; ils prouvent l'antiquité du signe de la Balance qui, suivant Ptolémée, était aussi dans le zodiaque chaldéen. Manethon nous ferait croire cependant que les *Serres* devaient être plus anciennes, puisque *des hommes sacrés en ont* *changé la dénomination en celle de Balance;* mais Manethon, en cela, pourrait bien s'être trompé, et son autorité ne nous paraît pas d'un grand poids.

Quant aux constellations extra-zodiacales, elles sont moins reconnaissables, tant par leur figure que par leurs positions; les douze signes sont du moins placés par ordre, et leur forme suffirait pour les faire reconnaître; pour distinguer les autres, les formes ne suffisent pas à beaucoup près. Les auteurs s'aident avec sagacité, mais avec circonspection, des idées *paranatellontiques*. On appelle *paranatellons* les constellations qui se lèvent, ou plus généralement, qui paraissent à l'horizon à côté les unes des autres, soit à l'orient, soit à l'occident, et à toute sorte d'azimuts. Il est incontestable que les Égyptiens ont observé des levers héliaques; ils ont pu les observer pendant une longue suite de siècles; ils ont pu consigner dans leurs peintures et leurs sculptures des observations faites à de longs intervalles; ils ont donc pu s'apercevoir que ces apparences changent progressivement; ils ont pu avoir quelque idée confuse du déplacement des points solstitiaux et équinoxiaux, ou si l'on veut du mouvement progressif des étoiles en longitude. Le lever héliaque de Sirius, en différens siècles, s'était observé à des distances différentes du jour équinoxial ou solstitial le plus voisin; les amplitudes ortives qui ont servi à orienter les pyramides, donnaient à peu près les jours des équinoxes et des solstices; ils ne se trompaient guère plus sur le lever héliaque de l'étoile. S'ils ont réfléchi, ils ont dû conclure ou que la route du Soleil n'était pas un cercle fixe dans le ciel, ou que les étoiles s'avançaient le long de ce cercle; mais les amplitudes ortives et occases n'ont pas de variétés sensibles, même dans une assez longue suite de siècles; ils en auront conclu que l'écliptique était fixe, et que les étoiles avaient un mouvement selon l'ordre des signes. La longueur des ombres méridiennes, si différentes en hiver et en été, les différences si notables des amplitudes aux deux solstices, les ont conduits nécessairement à l'inclinaison de l'écliptique par rapport à l'équateur. Mais cette inclinaison l'ont-ils mesurée, l'ont-ils estimée à peu près? Rien ne le prouve bien clairement. Les Chinois prétendent l'avoir observée pendant 2000 ans, et l'ont toujours crue de 24° chinois, qui ne font pas 23°40′; les Indiens la supposent de 24° constamment; les Grecs, avant qu'ils eussent des astronomes, la supposaient aussi de 24°. Eratosthène est le premier auteur d'une mesure moins vague. Il trouva 23°51′20″; c'est-à-dire qu'il s'y trompa de 7 à 8′, dont il la faisait trop forte; Hipparque n'y trouva rien à changer. On sait que ses observations n'étaient pas sûres à 10′ près. Ptolémée, qui n'observait pas, quoiqu'il en dise, n'avait garde de rien changer à ce nombre. La première mesure un peu exacte est d'Albategnius, et il ne s'embarrassait guère d'une minute. Croirons-nous que les Égyptiens aient été plus adroits, plus attentifs ou plus heureux? Quels étaient leurs moyens? Personne n'en parle. Quel fut leur résultat? Même silence. Rien n'autorise donc à supposer aux Égyptiens une connaissance même approchée de cet élément si facile à déterminer, à quelques minutes près. S'ils n'ont pas mieux réussi pour l'obliquité de l'écliptique, peut-on supposer qu'ils aient pu faire la moindre tentative pour déterminer la précession annuelle ou même séculaire? Pour s'élever à cette connaissance, ils n'auraient eu que les changemens observés dans les levers héliaques; or, ce calcul exige une opération trigonométrique très compliquée; il suppose des observations précises, et elles sont très incertaines; enfin, les Égyptiens n'avaient aucune idée du calcul trigonométrique. Nous ne sommes pas en droit de leur accorder une notion quelconque des longitudes et des latitudes des planètes. Supposons cependant qu'ils aient pu s'élever à l'idée qu'au jour du lever héliaque de Sirius, la différence de longitude entre le Soleil et l'étoile devait être toujours la même; si l'étoile est immobile elle reparaîtra toujours au même jour de l'année; si l'étoile avance d'un degré, il faudra que le Soleil avance d'un degré de son côté pour que la distance reste la même, et que l'étoile devienne visible; ainsi, tous les 71 ans, le lever retardera d'un jour. En 2500 ans ils auront observé que le lever avait retardé de 35 jours; ils auront dit l'étoile s'est avancée de 35°, ce qui ferait en effet environ 50″ par an. Mais est-on sûr de chacun des levers, à deux jours près? Ne supposons qu'un jour sur chacun; l'erreur peut être de deux jours sur trente-cinq, c'est environ un 18ᵉ. On n'aura donc la précession qu'à 2 ou 3″; ce sera déjà beaucoup. Mais n'avons-nous pas trop accordé? Par des moyens bien moins incertains, Hipparque a trouvé des quantités entre 40 et 60″; il n'a osé rien décider sinon que la précession n'était pas au-dessous de 36″. Les Égyptiens auraient trouvé moins bien encore quand on leur supposerait un intervalle dix fois et vingt fois plus grand que celui de Timocharis à Hipparque. J'ai cependant accordé comme possible absolument, que les Indiens aient trouvé de cette manière leur précession de 54″, qu'ils n'ont connue que dans le XIIᵉ siècle, et qui est celle qu'Albategni avait trouvée dans le Xᵉ. J'accorderai la même chose aux Chinois, aux Égyptiens mêmes si l'on veut; mais je dirai toujours que rien ne le démontre. De ce qu'ils ont pu faire tout ce que nous avons exposé ci-dessus, ils ne s'ensuit nullement qu'ils l'aient fait. Tout ce qui paraît avéré, c'est qu'ils ont connu l'année de 365 jours $\frac{1}{4}$; mais pendant long-tems ils ne l'ont connue que de 365 jours; le cercle d'Osymandias était divisé en 365 parties sans fraction. Rien n'atteste qu'ils aient mesuré des ombres solstitiales, qui leur eussent donné l'année tropique; s'ils n'ont observé que des levers héliaques, ils n'ont pu trouver que l'année sidérale. De l'une ou de l'autre manière, ils se sont trompés de 10 à 11'; leur période sothiaque de 1461 années vagues, qui forment 1460 années Juliennes, prouve que c'est l'année tropique qu'ils supposaient de 365 jours $\frac{1}{4}$. On ne leur attribue rien qui ressemble à une idée nette de la précession qui produit la différence de l'année sidérale à l'année tropique; rien ne dit qu'ils aient bien connu l'obliquité de l'écliptique; ils ont su probablement que la route du Soleil était un cercle, c'est ce que suppose le cercle d'Osymandias. L'un de leurs zodiaques cependant la représente par deux bandes rectilignes, et l'autre par une espèce de spirale.

Ces zodiaques ne nous donnent aucune lumière sur les constellations vraiment astronomiques, c'est-à-dire sur le nombre d'étoiles dont ces constellations sont composées, ni sur la situation respective de ces étoiles. Pour ces détails nous sommes obligés de recourir aux Grecs. Mais qui nous dira si les Grecs, en adoptant les noms et les figures des constellations soit chaldéennes soit égyptiennes, en déterminant moins inexactement la position de ces étoiles, n'en ont pas augmenté le nombre et déplacé par conséquent les limites des constellations? En plaçant ces étoiles sur un globe, comme j'ai accordé que les anciens avaient pu le faire, en plaçant par des moyens semblables le lieu du Soleil aux différens jours de l'année, on aura reconnu facilement que l'écliptique passait à égale distance, à peu près entre la luisante du Bélier et α de la Baleine, entre Aldébaran et les Pléiades, entre les deux cornes du Taureau, entre les genoux ε et ζ des Gémeaux; sur l'Ane austral de l'Écrevisse, un peu au-dessous de Régulus, de ρ du Lion, de β de la Vierge; à plus de 2° au-dessus de l'Épi, près de α de la Balance, sur une étoile au front du Scorpion, 5° au-dessus d'Antarès, entre les deux étoiles boréales de l'arc du Sagittaire, 5° au-dessous de β du Capricorne, à distances à peu près égales entre les étoiles de l'Urne et les trois ψ du Verseau; sur ζ des Poissons, ainsi que l'ont remarqué les Indiens; entre les étoiles o et π des Poissons; après quoi nous nous retrouvons dans le

Bélier. Les anciens ont pu arriver jusque-là. Y sont-ils venus en effet? qui nous le dira? Nous avons désigné les étoiles les plus remarquables qui avoisinent la route du Soleil; ces étoiles entraient probablement dans les douze constellations égyptiennes. Les Indiens n'en désignent qu'un très petit nombre; les Égyptiens en ont-ils marqué davantage? on n'en sait absolument rien, et de là combien d'incertitudes! La manière la plus simple de reconnaître ces constellations, la seule qui nous soit indiquée par Aratus, c'est la circonstance qui les place en présence l'une de l'autre à l'horizon; mais pour obtenir quelque précision, il faut connaître à très peu près la latitude du lieu et l'époque des observations. Les auteurs du Mémoire ont supposé, avec beaucoup de vraisemblance, que les zodiaques d'Esné et de Dendérah représentent l'état du ciel à Thèbes, dont ces deux villes sont peu éloignées, l'une au nord et l'autre au sud. On peut donc supposer que la latitude était de 25 à 26°. Pour vérifier ces levers j'ai donc monté le globe à la latitude de 25° $\frac{3}{4}$. Thèbes était à 25°43'. La différence doit être fort peu sensible.

Dans le zodiaque de Dendérah, le Lion marche à la tête des douze signes; les auteurs en concluent, qu'au tems où commençait l'année agricole, le Soleil entrait dans le signe du Lion; l'époque du zodiaque d'Esné est celle où la Vierge était le premier signe, parce que le solstice, dans sa rétrogradation, n'avait pas encore atteint le centre de la figure du Lion, et qu'il était déjà hors de la Vierge. Ces suppositions n'ont rien d'impossible, ni même d'invraisemblable, et j'ai fait mouvoir les pôles de mon globe de manière à m'y conformer. Les auteurs ont prouvé, autant que la chose était possible, que les levers décrits par Ératosthène, ou par l'auteur pseudonyme du troisième Commentaire sur Aratus, étaient venus d'Égypte, et avaient dû être observés sur le parallèle d'Esné ou aux environs. En effet, cette supposition se vérifie en grande partie, mais non pas toujours d'une manière bien précise. Ici se présente une question très importante et malheureusement insoluble.

Quand on dit que l'Écrevisse est à l'horizon, pour vérifier les paranatellons, faut-il mettre à l'horizon le milieu de la constellation? c'est-à-dire la nébuleuse du Cancer ou l'Ane austral. Faut-il que la constellation paraisse toute entière? L'incertitude est encore bien plus grande pour le Lion. Si c'est ce signe qui se lève, faut-il entendre Régulus ou le milieu du quadrilatère? Faut-il que tout soit visible, depuis l'étoile ξ de la patte jusqu'à l'étoile β de la queue? Les auteurs mêmes ont remarqué que pour la Vierge les indications seraient mieux satisfaites si l'on mettait la tête à l'horizon au lieu d'y mettre l'Épi; mais la tête est peu visible. L'étoile β de l'aile, qui en est peu éloignée, est d'autant plus remarquable qu'elle est la première d'une équerre très aisée à distinguer, et qui est formée des étoiles β, η, γ, δ, ϵ, toutes de troisième grandeur, et dont la dernière, ϵ, est connue sous le nom de Προτρυγητὴρ ou *Vendemiatrix*.

Ces levers sont-ils instantanés, et ne doit-on pas chercher à l'horizon toutes les constellations qui s'y montrent successivement pendant tout le tems que le signe principal emploie à se lever, depuis la première jusqu'à la dernière étoile? C'est ce qu'un bas-relief ne saurait exprimer, c'est ce qu'on marquerait dans un livre; c'est ce que le faux Ératosthène n'a pas distingué; c'est enfin ce qu'on ne trouve que dans le Commentaire seul d'Hipparque. On peut donc admettre, malgré quelques inexactitudes, que ces levers du faux Ératosthène sont un ouvrage égyptien; mais un ouvrage qui ne suppose que des yeux, et qu'on aurait pu faire baaucoup meilleur sans connaître aucun instrument. Il n'est donc pas étonnant qu'on ne puisse accorder toujours deux ouvrages, dont l'un est écrit avec trop de négligence, et l'autre n'est, par sa nature, susceptible ni de clarté, ni de précision. L'ouvrage grec indique beaucoup moins que je ne suis disposé à accorder aux Égyptiens. En ce cas, que peut-on attendre des zodiaques? Il ne faut donc y chercher que ce qu'ont cherché les sages auteurs du Mémoire. Ils ont voulu prouver que les Égyptiens connaissaient les douze signes du zodiaque; rien n'est mieux démontré; que malgré les incertitudes et la confusion produites par tant de figures équivoques, on pouvait cependant reconnaître sûrement un nombre de constellations extra-zodiacales, et je crois encore ce point suffisamment établi. Eux-mêmes nous avertissent de ne pas nous égarer dans ce labyrinthe, de ne pas nous livrer à la manie des conjectures. Ils ont très bien prouvé que l'Égypte a été un empire riche et puissant, dans lequel l'Architecture et la Sculpture, quoique dans un système qui n'est certainement pas le meilleur, ont su s'élever à un degré très imposant de perfection; ils nous ont donné des descriptions fidèles et intéressantes des monumens de ce peuple singulier; mais ils n'ont pas prétendu que ces monumens renfermassent des preuves d'une Astronomie perfectionnée; ils n'y ont vu qu'une Astronomie très ancienne, qui est celle que nous accordons sans la moindre difficulté à tous les peuples qui ont existé assez long-tems; aux Indiens, aux Chinois, aux Chaldéens comme aux Égyptiens; nous pensons même qu'il est impossible que ces monumens renferment toute la science égyptienne, quoique nous la supposions très bornée.

Tous ces peuples ont eu des yeux, ils ont profité des avantages de leurs climats bien plus favorables aux premières remarques astronomiques que nos contrées plus septentrionales. Ils sont nos aînés, mais ils se sont arrêtés après les premiers pas; ils n'avaient rien de ce qui leur eût été nécessaire pour des progrès ultérieurs; et si nous leur devons les premières notions, ils n'ont jamais été dignes d'être nos écoliers.

Quand j'ai dit que les Grecs ont créé la *science astronomique*, j'ai eu grand soin de m'expliquer; j'ai défini ce que j'entends par ce mot. Avant Hipparque on avait fait quelques *remarques*, on avait déterminé à peu près la longueur de l'année, celle du mois lunaire, l'inclinaison de l'écliptique; on avait fait des globes célestes, observé des levers, noté des paranatellons; on avait trouvé la mesure du tems et les heures antiques ou inégales; mais tout cela sans art, sans calcul et sans science; on avait recueilli quelques *faits*. Hipparque, le premier, a *mesuré* et *calculé par des méthodes certaines*. J'ai cherché partout les méthodes égyptiennes et chaldéennes, et je n'en ai pas trouvé le moindre vestige, ni la plus simple mention.

Les deux zodiaques égyptiens ont une origine un peu différente; ils n'appartiennent donc pas à la même époque; cela paraît très vraisemblable. Quel est l'intervalle entre ces deux époques? Il m'est impossible de le déterminer. Quelle est l'époque précise de la construction de l'un et de l'autre? c'est ce qui est encore bien plus difficile à décider. Par quel degré de ces constellations passait le colure? On n'en sait rien. Les Égyptiens donnaient-ils 30° à toutes leurs constellations, comme les Chaldéens donnaient 30° à chacune des divisions de l'équateur, ou les supposaient-ils aussi inégales qu'elles le sont dans le Catalogue d'Hipparque? C'est ce qu'on ignore. Dans le premier zodiaque, le Lion est le premier signe; dans l'autre c'est la Vierge; ce qu'on en conclurait de plus naturel, c'est que dans l'intervalle la précession a été de 30°, ce qui supposerait plus de 2000 ans d'intervalle. Ces zodiaques ont-ils été sculptés dans l'année qui a suivi l'observation? Personne n'oserait en répondre. On n'a donc rien de certain sur le tems de la construction des édifices, non plus que sur le tems des observations.

Les Égyptiens ont regardé le ciel, ils ont divisé la route annuelle du Soleil en douze parties. Leurs observations, leurs constructions, sont d'une haute antiquité. Voilà tout ce que je vois de certain. N'a-t-on pas même nié que leurs douze figures fussent des constellations, et prétendu qu'elles n'étaient que des symboles allégoriques des opérations de l'agriculture pendant les douze mois de l'année. Dans ce cas, elles seraient tout-à-fait étrangères à l'Astronomie, à laquelle, dans la première hypothèse, elles ne sont que parfaitement inutiles; car à quoi servent les constellations depuis que la science existe? A rien absolument. Les étoiles en particulier, leurs positions bien observées, sont les fondemens de toute Astronomie; on n'en voit aucune sur ces zodiaques. La division mathématique de l'écliptique en degrés est celle des astronomes; la division du zodiaque en signes ou en maisons, est celle des astrologues. Les Chaldéens et les Égyptiens ont été des astrologues; ils ont employé quelques faits, quelques termes qui ont dû passer dans l'Astronomie; les faits sont essentiels, mais il ne fallait que des yeux et du tems pour les découvrir; pour les termes on s'en serait bien passé; ils n'y ont produit que la confusion et de fréquentes équivoques. L'Astrologie paraît pour le présent passée de mode entièrement. La science réelle et la science chimérique sont absolument distinctes, elles ont été long-tems confondues. Il serait tems de bannir de l'Astronomie et de son histoire toutes ces conjectures, tous ces systèmes auxquels on a consacré tant de veilles infructueuses.

On distingue soigneusement les tems mythologiques des tems vraiment historiques. Laissons à la première époque tous les travaux des Indiens, des Chinois, des Chaldéens et des Égyptiens; reléguons Maya, Thot, Hermès, Osiris avec Hercule, Bacchus, Atlas et Chiron, et convenons enfin que l'histoire commence à Hipparque, ou, si l'on veut, à Timocharis et Ératosthène.

Après nos extraits de Planude, du Lilawati, du Bija Ganita et de l'Ayeen Akbery, nous avions cru pouvoir dire un dernier adieu aux Indiens; mais depuis la publication de notre Histoire de l'Astronomie ancienne, M. Colebrooke, cité plusieurs fois dans notre chapitre des Indiens, vient de faire paraître à Londres l'ouvrage dont voici le titre :

Algebra, with Arithmetic and mensuration, from the sanscrit of Brahma Gupta and Bhascara, translated by Henry Thomas Colebrooke, esq. F. R. S. London, 1817.

Nous ne connaissons cet ouvrage que par le compte qu'en a rendu l'*Edinburg review* 1817, nº LVII. Mais ce compte est extrêmement détaillé. L'auteur anonyme de l'article y a joint tant de réflexions sur l'idée que l'on doit se former de la science des Indiens, que, *pour notre objet*, son extrait est de beaucoup préférable à l'ouvrage même.

« L'ouvrage traduit par M. Colebrooke renferme quatre traités différens, en vers sanscrits, sur l'Arithmétique, l'Algèbre et la Géométrie de l'Indostan. Ce sont le Lilawati, le Bija Ganita, ouvrages de Bhascara Acharia; les deux autres, encore plus anciens, ont été composés par Brahma Gupta; ils font partie d'un système d'Astronomie. Les deux premiers servent d'introduction au *Siddhanta Siromani* de Bhascara, et les deux autres sont les douzième et dix-huitième chapitres du *Brahma Siddanta*, ouvrage astronomique de Brahma Gupta.

» L'âge de Bhascara est fixé, avec une grande précision, à l'an 1150 de notre ère; l'âge de Brahma Gupta est bien antérieur; ses ouvrages sont extrêmement rares. Plusieurs circonstances, et particulièrement la position qu'il donne aux points solstitiaux, paraissent indiquer le VIe siècle ou le commencement du VIIe. Ainsi les ouvrages de Brahma Gupta sont bien antérieurs aux premiers essais des Arabes. »

Nous admettons ces faits et même ces conjectures sans la moindre objection. Mais de ces faits mêmes, il résulte au moins que ces écrits sont moins anciens de beaucoup que tout ce qui nous reste des géomètres et des astronomes grecs.

» Ganesa, le plus distingué des commentateurs de Bhascara, cite un passage d'Arya Bhatta sur l'Algèbre, qui offre une solution très fine des problèmes indéterminés, laquelle est connue sous le nom de *cuttaca*. Arya Bhatta est en effet regardé par les Indiens, comme l'écrivain *non inspiré*, le plus ancien qui ait traité de l'Astronomie. M. Colebrooke établit d'une manière *très probable*, que cet auteur vivait dans le Ve siècle de notre ère, et *peut-être* plus anciennement. *Il serait donc presque aussi ancien que Diophante, qui vivait vers l'an* 360. En les *supposant* également anciens, il faut avouer que l'Indien était bien plus avancé, puisqu'il *paraît* avoir été en possession de la résolution des équations à plusieurs inconnues, ce qu'on ne peut présumer de Diophante; il possédait en outre une méthode pour les problèmes indéterminés du premier degré, que ne possédait pas l'auteur grec. »

Remarquons d'abord que nous retombons ici dans les simples conjectures. Voilà un commentateur du XVIe siècle, qui nous parle d'un écrivain qui est du Ve, *à ce que l'on présume*, et qui *paraît* auteur d'une théorie que ne connaissait pas Diophante qui est du IVe.

Nous n'avons que les six premiers livres de Diophante. Est-il juste de supposer qu'il ne connaissait que ce qu'il a exposé dans ces premiers livres? n'est-il pas plus naturel de croire que les sept autres, qui sont perdus, étaient pleins d'une doctrine plus relevée? Le succès de Diophante n'a-t-il pas pu engager quelque grec, à peu près du même âge, à perfectionner l'Algèbre de son contemporain; et, dans l'espace d'un siècle écoulé entre Diophante et Arya Bhatta, cette nouvelle doctrine n'a-t-elle pu arriver jusque dans l'Inde? Pouvons-nous avoir une confiance entière en ce que nous dit Ganesa? Est-il si rare de voir dans l'Inde des auteurs qui, pour vanter l'antiquité de leur nation, parlent avec exagération des connaissances de leurs ancêtres? Mais il n'entre pas dans notre plan de discuter longuement de simples conjectures aussi étrangères à l'Astronomie.

C'est ici que M. Colebrooke s'était arrêté. L'auteur anonyme de l'article que nous extrayons, conjecture que la science a dû exister long-tems auparavant, et qu'elle a dû parcourir différens degrés pour arriver au point où elle se trouve dans Arya Bhatta; que Diophante ne peut être l'auteur de toutes les méthodes qu'il nous a transmises; et qu'Arya Bhatta doit être encore moins le seul inventeur d'un système plus parfait que celui de Diophante. (Pour discuter ce point nous attendrons qu'on ait retrouvé les sept livres de Diophante; retrouvé et traduit l'ouvrage d'Arya Bhatta.)

« En effet, continue l'anonyme, avant qu'un auteur pense à introduire un traité d'Algèbre dans un cours d'Astronomie, la science dont il fait une telle application, doit avoir été dans un état d'avancement qui atteste les efforts de plusieurs âges. »

On pourrait répondre que quand un auteur vient de créer une science nouvelle, chez un peuple où la civilisation est fort avancée, de bons esprits ne tardent pas à s'emparer de ces idées nouvelles pour les étendre et en multiplier les applications. Ainsi, chez les Grecs, Archimède a succédé à Conon, et Apollonius à Archimède, en moins de 60 ans. Newton et Leibnitz vivaient encore quand les Bernoulli ont fait, dans l'Analyse, des progrès si marqués.

« Le plus ancien commentateur dont l'âge soit avéré, a dû écrire vers 1420; le second vers 1538 et 1541. Ganesa est de 1545. Un commentaire du Vija Ganita, portant la date de 1602, contient des explications et des démonstrations qui sont tout-à-fait dans la manière de Ganesa. Un dernier Scholiaste vivait en 1621. »

Il faut avouer que toutes ces autorités sont un peu modernes, et la grande antiquité de l'Algèbre indienne ne semblera peut-être pas suffisamment constatée. L'époque la moins incertaine reste encore celle de Brahma Gupta, c'est-à-dire le commencement du VII^{e} siècle. Enfin, puisque Arya Bhatta, le plus ancien auteur *non inspiré* qui ait parlé d'Astronomie chez les Indiens, est du cinquième siècle, l'Astronomie indienne est postérieure de près de 600 ans à Hipparque, et de plus de 200 ans à Ptolémée. Bailly aurait donc eu tort de nous dire si affirmativement qu'Hipparque avait emprunté pour les défigurer les théories des Indiens. L'Astronomie indienne ne remonte donc tout au plus qu'au cinquième siècle? Qui sait d'ailleurs si Arya Bhatta était plus astronome qu'Autolycus? Brahma Gupta était du VII^{e} siècle; c'est à peu près la date des tables de Siam.

M. Colebrooke met en parallèle l'Algèbre des Grecs, celle des Arabes et celle des Indiens, dans les tems les plus anciens dont il existe des monumens.

« Les symboles algébriques des Indiens sont les lettres initiales des mots. »

C'est une méthode fort naturelle et fort claire, à laquelle je me conforme autant que je puis dans mes ouvrages; mais je n'emploie pour chaque mot qu'une seule initiale; les Indiens en mettaient deux ou trois. Ce n'est pas là tout-à-fait une notation algébrique, c'est une manière abrégée d'écrire.

« Un trait au-dessus d'un symbole indique une quantité négative; le signe $+$, pour l'addition, est inconnu; il en est de même des signes $=$, $>$ et $<$; la multiplication est indiquée quelquefois par un trait entre deux nombres; les deux membres d'une équation sont posés l'un au-dessous de l'autre; les inconnues sont exprimées par les lettres initiales des différentes couleurs; la première inconnue est marquée par la lettre initiale du mot *quantité;* les puissances sont de même indiquées par leurs initiales. Les Arabes n'avaient de symbole d'aucun genre.

» Ce qui caractérise principalement le Lilawati, c'est que le style oriental est partout mêlé avec le style sévère de l'Arithmétique; il en résulte que l'énoncé du problème est par fois si obscur, qu'on a besoin de la règle pour en deviner le sens. »

Rien de tout cela n'annonce une science bien avancée.

« Les règles des combinaisons sont les mêmes que la loi des coefficiens du binome. »

Cette identité est dans la nature de la chose, et n'a rien de remarquable.

« *Nulle part on n'aperçoit la route qui a pu conduire à la solution. Ainsi, un voile mystérieux couvre toujours la science mathématique des Orientaux; il est bien à craindre que ce voile ne puisse jamais être levé.* »

Cet aveu est précieux. Il est certain au contraire que les Grecs mettaient un soin extrême à tout démontrer. Les Indiens ne démontrant rien, on peut douter qu'ils eussent la pleine intelligence de leurs méthodes.

« Le *pulvériseur* est un procédé qui se rencontre souvent dans l'Algèbre et dans l'Arithmétique des astronomes indiens. C'est une règle générale pour les problèmes indéterminés du premier degré. Il est à remarquer qu'avant Bachet de Méziriac, en 1624, on n'avait rien de comparable en Europe, et que la règle de Bachet est virtuellement la même que celle de l'Algèbre d'Euler (vol. II, chap. I). Si l'on demande par exemple que $\frac{17x+5}{15}$ soit un nombre entier, x sera ce qu'on appelle *pulvériseur*, ou bien le pulvériseur sera la méthode qui fait trouver x; car il est difficile de déterminer le véritable sens de ce mot. La règle est donnée d'une manière trop concise et avec trop peu de précision. »

Voici un exemple de cette règle dont nous avons déjà parlé tome I, p. 551, où elle est désignée par le nom de *cutuka fixé*. Nous n'avions pas eu le courage de l'analyser; mais puisqu'elle peut avoir quelque importance, pour l'idée que nous devons nous faire de la science indienne, il la faut examiner à fond.

« Supposons que dans une période *inconnue* d'années, une planète ait fait un nombre de révolutions ou de cercles, *plus un certain nombre de signes, de degrés, de minutes et de secondes,* plus une fraction donnée de seconde; que ces nombres soient perdus excepté la fraction, on demande le quotient tout entier. »

Il est certain d'abord que l'énoncé est piquant; qu'il promet une méthode curieuse. Quant à l'utilité, elle n'est pas très évidente, et si les Indiens en font un fréquent usage en Astronomie, ne serait-ce pas que n'ayant pas encore d'Astronomie véritable, ils s'amusaient en attendant à des subtilités de calcul numérique, plus étrangères encore à la science astronomique que les théorèmes métaphysiques des Autolycus et des Théodose. Jamais, depuis les Grecs jusqu'à nos jours, les problèmes indéterminés de ce genre n'ont attiré un seul instant l'attention des calculateurs.

Dans l'exemple cité, la fraction de seconde est $\frac{10''}{13}$; nous prendrons 13 pour diviseur. Soit a le chemin de la planète, le quotient demandé sera $\frac{a}{13}$. L'auteur parle de signes et de degrés. Pour simplifier un peu le calcul, nous emploierons les doubles signes, ou les signes de 60°, à l'exemple de Théon et des Alphonsins. Tout cercle vaut donc six hexécostades ou soixantaines de degré.

Si a était divisible par 13, il n'y aurait pas de fraction. Nous ferons $\frac{a}{13} = \frac{13x + b}{13} = x + \frac{b}{13}$, et $x = \frac{a - b}{13}$; $\frac{b}{13}$ sera une fraction; multiplions-la par 60, pour la changer en degrés; x sera la première partie du quotient, ou les hexécostades, il restera $\frac{60b}{13} = \frac{13x' + c}{13} = x' + \frac{c}{13}$; x' sera le nombre de degrés du quotient.

De même $\frac{60c}{13} = \frac{13x'' + d}{13} = x'' + \frac{d}{13}$, $x'' = \frac{60c - d}{13}$; x'' sera le nombre de minutes du quotient.

Enfin, $\frac{60d}{13} = \frac{13x''' + e}{13} = x''' + \frac{e}{13}$, et $x''' = \frac{60d - e}{13}$; x''' sera le nombre de secondes du quotient.

$e = 10''$ dans notre exemple; le quotient sera $x + x' + x'' + x''' + \frac{10}{13}$.

Soit a = 22 cercles = 264 signes = 132 hexécostades ou doubles signes; nous verrons plus loin que c'est la supposition de l'auteur ou celle du traducteur.

$$\frac{a}{13} = \frac{132^h}{13} = \frac{13.10^h + 2^h}{13} = 10^h + \frac{2}{13},\ x = 10^h,\ \frac{a-b}{13} = \frac{13.10 - 2}{13},\ b = 2,$$
$$\frac{60b}{13} = \frac{120^\circ}{13} = \frac{127^\circ + 3^\circ}{13} = \frac{13.9^\circ + 3^\circ}{13},\quad x' = 9^\circ,\quad \text{et}\quad c = 3^\circ,$$
$$\frac{60c}{13} = \frac{60.3^\circ}{13} = \frac{180'}{13} = \frac{169' + 11'}{13} = \frac{13.13' + 11'}{13} = 13' + \frac{11}{13},\ x'' = 13 \text{ et } d = 11,$$
$$\frac{60d}{13} = \frac{60.11'}{13} = \frac{640''}{13} = \frac{650'' + 10''}{13} = \frac{13.50'' + 10''}{13} = 50'' + \frac{10}{13},$$
$$x''' = 50'',\quad \text{et}\quad e = 10''.$$

Le quotient

$$x + x' + x'' + x''' + \frac{10}{13} = 10^h 9^\circ 13' 50'' \frac{10}{13} = 20^s 9^\circ 13' 50'' \frac{10}{13} = 1^c 8\ 9^\circ 13' 50'' \frac{10}{13}.$$

C'est le quotient de l'auteur. Il est à remarquer que le dividende est un nombre entier de cercles, ce qui tient au système suivi par les Indiens dans toutes leurs Tables astronomiques, où ils supposent que toute planète fait un nombre donné de révolutions entières en un nombre donné de jours, supposition qui décèle l'enfance de l'art. Cette remarque nous fait voir encore que dans l'énoncé du problème les mots, *un nombre de cercles, plus un certain nombre de signes, de degrés, de minutes et de secondes,* doivent s'entendre du quotient et non du dividende.

Voilà de l'Algèbre sans doute, mais elle n'exige pas un grand effort de génie. Voyons maintenant comment de la fraction $\frac{10}{13}$ nous pourrons remonter à nos quotiens partiels x''', x'', x' et x. Il suffira de reprendre en ordre inverse les opérations exposées ci-dessus.

$$x''' = \frac{60d}{13} - \frac{10}{13} = \frac{60d - 10''}{13''}.$$

On voit que x''' est un nombre plus petit que 60, et que pour le trouver il faut chercher parmi les multiples de 60, celui qui, diminué de 10″, deviendra divisible par 13.

Or, sans recourir aux règles de l'Algèbre indéterminée, nous savons que les Indiens, comme les Grecs, avaient la table de multiplication sexagésimale, que nous avons rapportée tome II, page 32. Dans cette table prenons la colonne de notre diviseur 13; cherchons-y un nombre qui, augmenté de 10″, fasse un nombre exact de minutes; à la ligne 50 nous trouverons $10'\,50'' = 13.50'' = 60d - 10'' = 11' - 10''$.

Nous en conclurons $x''' = 50''$, et $d = 11$. Alors, en remontant successivement aux ordres supérieurs, nous aurons

$$x'' = \frac{60c - d}{13} = \frac{60.c - 11'}{13} = \frac{2^\circ\,49'}{13} = \frac{3^\circ - 11'}{13} = \frac{169'}{13} = \frac{13.13'}{13} = 13';$$

d'où $x'' = 13'$, et $c = 3^\circ$.

$$x' = \frac{60b - c}{13} = \frac{60b - 3^\circ}{13} = \frac{60.2^\circ - 3^\circ}{13} = \frac{120^\circ - 3^\circ}{13} = \frac{117}{13} = 9^\circ, \text{ et } b = 2,$$

$$x = \frac{60a - b}{13} = \frac{a^h - 2^h}{13}.$$

Pour faire des cercles il faut que a^h soit multiple de 6, il faut que ce multiple de 6, diminué de 2, devienne divisible par 13. En parcourant la colonne 13, je trouve aussitôt $52 = 13.4 = 54 - 2 = 9.6 - 2$; ainsi $x = 4$, et notre quotient entier est

$$4^h\,9^\circ\,13'\,50''\,\tfrac{10}{13} = 8^s\,9^\circ\,13'\,50''\,\tfrac{10}{13}.$$

Mais on demande au moins un cercle entier. $52 = 13.4$ est donc trop petit. En continuant de descendre dans la colonne 13 de la table, nous trouvons à la ligne 10, $2^s\,10^\circ = 130' = 13.10$, lequel, augmenté de 2, donne 132. C'est le dividende choisi ci-dessus. Nous ferons donc $x = 10$, et le quotient sera

$$10^h\,9^\circ\,13'\,50''\,\tfrac{10}{13} = 20^s\,9^\circ\,13'\,50''\,\tfrac{10}{13} = 1^c\,8^s\,9^\circ\,13'\,50''\,\tfrac{10}{13}.$$

En continuant de descendre de six lignes dans la colonne, nous aurions pour les valeurs successives de a,

$$4^h,\ 10^h,\ 16^h,\ 22^h,\ 28^h,\ 34^h,\ 40^h,\ 46^h,\ 52^h,\ \text{et } 58^h,\ \text{ou } 0^c,\ 1^c,\ 2^c,\ 3^c,\ 4^c,\ \text{etc.};$$

ce qui ne changerait rien aux degrés, aux minutes, ni aux secondes, puisque les quantités que nous ajoutons ont toutes des cercles entiers.

Les équations qui donnent successivement x''', x'', x' et x, sont l'expression algébrique des règles que l'auteur donne sans démonstration, elles se résolvent par le plus simple des calculs algébriques, et la table dispense même de ces calculs si faciles. Il a suffi, pour trouver ces règles, d'exécuter numériquement la division de $\frac{132}{13}$ ou généralement de $\frac{X}{Y}$; de remarquer les développemens de la division, et d'exprimer par une règle particulière, chacune des opérations successives; enfin, de reprendre successivement toutes ces règles en ordre inverse. On avait, de cette manière,

$$x''' = \frac{60d - e}{13},\quad x'' = \frac{60c - d}{13},\quad x' = \frac{60b - c}{13},\quad x = \frac{60a - b}{13} = \frac{a^h - b^h}{13}.$$

Rien de plus régulier ni de plus simple que cette marche. Il ne faut donc pas donner ce *cutūkā fixé* comme une preuve d'un grand savoir. La méthode est assurément curieuse; elle ne pouvait être trouvée que par un bon arithméticien, qui eût les premières notions d'une Algèbre quelconque. Si cette méthode était inconnue en Europe, c'est qu'elle y était encore plus inutile que dans l'Inde. L'anonyme, qui peut-être n'a pas pris la peine de la développer, dit qu'elle ne se présente pas d'abord, et que l'auteur indien a dû se féliciter de l'avoir trouvée. Mais s'il y est parvenu comme nous venons de le faire, il n'avait pas tant de raison de s'en applaudir. Il a vu sans doute que sa remarque lui fournissait l'occasion de proposer un problème tout-à-fait neuf et tout-à-fait singulier; il aura donc supprimé l'échafaudage, pour donner l'air d'une merveille à une chose fort simple et fort inutile, qui d'ailleurs ressemble à ces tours de science amusante, qui font l'étonnement des spectateurs, parce que ces spectateurs sont loin de soupçonner la facilité des moyens qui rendent le succès infaillible.

On peut même résoudre encore d'une manière plus simple ce singulier problème. Il est évident que tout nombre entier de la forme $13a^k + 13.b^\circ + 13c' + 13d'' + 10''$, satisfera à la condition de donner $\frac{10}{13}$ pour reste, quand il sera divisé par 13; le quotient sera $a^k + b^\circ + c' + d'' + \frac{10}{13}$; les nombres *a, b, c, d*, sont entièrement arbitraires; on peut leur donner toutes les valeurs depuis 0 jusqu'à l'infini. Le problème est donc du genre le plus indéterminé. Pour *fixer le cutuka*, il faut donc s'imposer quelque condition.

Demandons d'abord que $13d'' + 10''$ fasse un nombre de minutes; nous aurons

$$13d'' + 10'' = n.60'';$$

et notre table nous donnera aussitôt

$$13.50'' + 10'' = 10'.50'' + 10'' = 11';$$

l'équation deviendra

$$N = 13a^k + 13b^\circ + 13c' + 11'.$$

Demandons maintenant que $13.c' + 11 = n.1^\circ = n.60'$; nous aurons par la table

$$13.13' + 11' = 2^\circ\,49' + 11' = 3^\circ;$$
$$N = 13a^k + 13b^\circ + 3^\circ.$$

Faisons encore

$$13b^\circ + 3^\circ = 13.9^\circ + 3^\circ = 117^\circ + 3^\circ = 120^\circ = 2^k;$$

nous aurons

$$N = 13a^k + 2^k = 130^k + 2^k = 13.10^k + 2^k,$$
$$a^k = 10^k,$$

et

$$Q = 10^k\,9^\circ\,13'\,6''\,\tfrac{10}{13}.$$

Au lieu de 10^k nous pourrions mettre 16^k, 22^k, 28^k, 34^k, 40^k, etc., en augmentant toujours de $6^k = 1$ cercle.

Tout ce que prouve une pareille méthode appliquée à l'Astronomie, c'est que les Indiens avaient une espèce de notation algébrique, une Arithmétique sexagésimale, une table de multiplication, et qu'ils supposaient que les planètes décrivaient toutes un nombre donné de cercles en un nombre donné de jours. Or, nous savions tout cela, et nous l'avons exposé dans notre premier volume.

Ces réflexions, et l'inutilité absolue de ce problème singulier diminuent considérablement le mérite de la méthode. Ce sont les bâtons flottant sur l'onde, de La Fontaine, de Phèdre ou d'Ésope;

De loin c'est quelque chose et de près ce n'est rien.

On nous dit que, *dans une période inconnue*, la planète décrit un certain nombre de cercles; mais si la période est inconnue, comment a-t-on pu connaître le diviseur 13? Il faut lire apparemment *période connue*. Mais en voilà trop sur un sujet assez futile, qui n'a d'autre mérite que la singularité.

Pour les questions indéterminées du second degré, M. Colebrooke nous apprend qu'un problème de Bhascara est résolu par cet Indien, par un procédé qui est le même que Brouncker a trouvé pour résoudre une question que Fermat avait proposée, par forme de défi, à Wallis, en 1657. Ce problème se trouve, avec la solution de Brouncker et celle de Wallis, au tome II des œuvres de ce dernier, page 768. On peut y voir ce que pense Wallis de ces sortes de défis, où le proposant a saisi tout ses avantages; et en général de ces sortes de questions qui ne sont que les jeux d'un esprit méditatif qui abuse de son tems et de ses moyens.

« Étant donné un nombre entier quelconque non carré, on peut trouver un nombre infini de carrés, qui, multipliés par ce nombre, et le produit étant augmenté de l'unité, donnent autant de carrés. »

Soit n le nombre donné, on aura

$$nxx + 1 = yy.$$

Soient par exemple

$$n = 3, \quad x = 1, \quad nxx + 1 = 3 + 1 = 4 = 2^2,$$
$$n = 3, \quad x = 4, \quad nxx + 1 = 3.16 + 1 = 49 = 7^2.$$

Solution.

$$yy = \frac{4x^2n}{(x^2-n)^2} + 1 = \frac{4x^2n + (x^2-n)^2}{(x^2-n)^2} = \frac{4x^2n + x^4 - 2x^2n + n^2}{(x^2-n)^2} = \frac{x^4 + 2x^2n + n^2}{(x^2-n)^2}$$
$$= \left(\frac{x^2+n}{x^2-n}\right)^2, \quad \text{et} \quad y = \frac{x^2+n}{x^2-n};$$

n étant donné, on peut prendre pour x un nombre entier quelconque.

Le problème est certainement curieux. Je remercie M. Colebrooke de nous avoir appris qu'il a été connu des Indiens; mais que fait ce problème à l'Astronomie? La quadrature de la parabole par Archimède, n'empêche pas que l'Astronomie ne fût alors au berceau chez les Grecs. Voyons quelle conséquence l'anonyme pourra déduire de cette formule.

« C'est un fait, dit-il, qui ne peut être contesté, et qu'on ne peut trop fortement recommander à l'attention des mathématiciens, qui ne voient rien d'original, ni de recommandable dans la science de l'Orient. »

Je n'ai jamais prétendu nier cette science ni son originalité; j'en ai seulement demandé des preuves. En voilà pour l'analyse indéterminée au VII^{e} siècle. Qu'on m'en fournisse de pareilles pour l'Astronomie au tems d'Aristarque, d'Apollonius, et j'admettrai que les Indiens ont en effet possédé une Astronomie qui leur appartenait.

« La solution de Bhascara n'est pas générale, Lagrange l'a prouvé en 1767. Euler n'a pu écarter toutes les restrictions. Brahma Gupta a donné une règle tout-à-fait sans exception; M. Colebrooke la regarde comme telle. »

L'anonyme n'a pas eu le loisir de s'en assurer. Je n'ai aucune connaissance de la règle de Brahma Gupta, mais j'admets tout. Qu'en résultera-t-il pour l'Astronomie des Indiens? Supposons que dans une branche particulière de l'Algèbre, les Indiens aient été plus loin que nos géomètres, il ne s'ensuivra nullement que leurs astronomes aient surpassé ou devancé ceux de la Grèce. Je crois avoir démontré que la Trigonométrie est une invention d'Hipparque. Si l'on voulait me prouver que cette invention est plus ancienne, serait-on reçu à en donner la preuve que voici? Archimède a trouvé la quadrature de la parabole, la surface du cercle, celle de la sphère et son volume, la théorie des sphéroïdes, des conoïdes, des hélices, etc.; ces inventions étaient bien plus difficiles que celle de la Trigonométrie; donc, à plus forte raison Archimède, auteur de ces connaissances profondes, possédait la Trigonométrie. Je répondrais : elles sont plus difficiles, elles exigeaient plus de génie, je le veux bien; mais, quoique moins utiles, Archimède s'en est occupé de préférence; il n'a pas songé à la Trigonométrie, dont il n'a senti le besoin que très rarement, et dont il n'avait aucune idée. Hipparque, qui ne pouvait s'en passer, en a fait l'objet de ses méditations; il a complètement résolu ce problème important : Quand de deux théories, la plus difficile suppose la plus aisée, on ne peut s'empêcher de croire que la plus facile soit aussi la plus ancienne. Mais dans des sujets indépendans l'un de l'autre, on peut arriver à une découverte difficile sans avoir connu la plus aisée, qui ne se trouvait pas sur le même chemin. Il en est de même de l'Algèbre indienne. Elle s'occupe principalement de questions numériques sur lesquelles l'Algèbre proprement dite n'a que fort peu de prise. La difficulté principale est de les mettre en équation; c'est ce qu'a remarqué M. Lagrange, quand il s'est occupé d'analyse indéterminée, et des théorèmes de Fermat. Quand nos géomètres envisagent une de ces questions, ils cherchent à la ramener à l'espèce d'analyse qui leur est familière. L'indien, qui n'a dans ce genre que les notions les plus élémentaires, et n'a nullement l'habitude de combiner des équations, prend une route très différente; il calcule moins et raisonne autrement; comme Fermat, il donne des règles et des résultats, sans nous indiquer la route qu'il a suivie. Cette route a pu être longue, tortueuse; pour nous la faire bien connaître, il faudrait des explications longues et difficiles à rendre claires. Il se met à son aise en supprimant toute démonstration. N'ayant aucune notion des théories indiennes, nous sommes portés à les croire plus savantes, plus sûres et plus générales qu'elles ne l'étaient sans doute. Ces questions numériques, qui souvent n'ont aucun but, aucune utilité réelle, pouvaient, par leur singularité, piquer l'analyste indien, qui avait de la patience et du tems, au lieu que nos grands géomètres n'y ont donné qu'une attention passagère, ou bien, s'ils en ont fait l'objet d'une longue méditation, leur but a été non d'enseigner à résoudre des questions oiseuses, mais de reculer les bornes de l'analyse; ils n'attachent d'importance qu'à la doctrine, aux démonstrations; le problème en lui-même n'a d'autre mérite à leurs yeux que celui d'avoir fourni l'occasion de savantes recherches et de découvertes difficiles. L'indien indolent redoute le travail des observations, il n'a aucun intérêt à imaginer des hypothèses propres à représenter des mouvemens qu'il n'a pas exactement mesurés. L'Astronomie mathématique sera venue tard dans l'Inde; elle n'y aura fait que peu de progrès; elle se sera aidée des théories étrangères qu'elle aura défigurées au lieu de les perfectionner; les progrès de cette espèce d'Algèbre ont pu être plus marqués, plus rapides que ceux de l'Astronomie; enfin, vous prouvez l'existence de l'*Algèbre indienne*, par des monumens antérieurs aux écrits des Arabes; prouvez de même, par des monumens existans, que l'Astronomie indienne est plus ancienne que celle des Arabes. Pour plus ancienne que celle des Grecs, je crois la chose impossible; mais je suis loin de rien affirmer.

« La règle de Brama Gupta n'est précédée d'aucun raisonnement, en sorte que *nous ignorons si la découverte est le résultat d'une analyse régulière, ou si elle a été trouvée par induction. Nous penchons pour ce dernier sentiment, quoiqu'il ne soit pas sans quelque difficulté.* »

En attendant qu'on nous expose cette analyse régulière, d'après un ouvrage indien de cette date, nous adopterons provisoirement l'opinion pour laquelle penche l'anonyme. En effet, n'est-il pas très possible qu'un indien ait été amené par hazard à l'expression fort simple

$$\left(\frac{x^2+n}{x^2-n}\right)^2=\frac{x^4+2nx^2+n^2}{x^4-2nx^2+n^2}=\frac{x^4-2nx^2+n^2+4nx^2}{x^4-2nx^2+n^2}=1+\frac{4nx^2}{(x^2-n)^2}$$
$$=\left(\frac{2x}{x^2-n}\right)\left(\frac{2x}{x^2-n}\right)n+1;$$

d'où il aura conclu, sans être extrêmement habile, que tout nombre de la forme $n\left(\frac{2x}{x^2-n}.\frac{2x}{x^2-n}\right)+1$, est nécessairement un carré. Cette marche n'offre aucune difficulté; mais le problème proposé par Fermat, $nx^2+1=y^2$, quoique le même au fond, offre une difficulté réelle; et si l'on veut résoudre directement l'équation $x^2=\frac{y^2-1}{n}$, on pourra s'y trouver embarrassé; et c'est en ce sens, ce me semble, que Lagrange a dit : qu'*on peut risquer de ne jamais parvenir à la solution.* (Algèbre d'Euler, tome II, page 637). Prenez x pour donnée, vous aurez un nombre infini de solutions; cherchez x par l'analyse indéterminée, vous aurez une opération longue, toujours difficile et par fois impossible.

L'auteur indien donne, sans démonstration, la formule de Brouncker; mais la donne-t-il pour résoudre la question de Fermat, ou simplement pour avoir autant de valeurs qu'on voudra de y, pour un même nombre n? C'est-là ce que je ne vois pas bien clairement. Je ne puis donc avoir une idée bien précise de la science indienne; mais dans l'hypothèse la plus favorable, je ne vois pas ce qui peut en résulter pour l'existence *réelle* de l'Astronomie indienne. On dira *il est très possible* que des analystes de cette force aient aussi inventé l'Astronomie; j'en conviendrai volontiers; mais on ne pourra pas dire positivement *ils l'ont inventée.*

« Le docteur Hutton a parlé de la démonstration indienne du carré de l'hypoténuse. »

Je demanderai s'il est prouvé qu'elle soit plus ancienne que celle d'Euclide?

« Brahma Gupta donne le théorème des deux côtés et des segmens de la base. »

L'anonyme ne se souvient pas de l'avoir vu chez les Grecs. Il le trouvera dans mon extrait de Ptolémée, qui l'emploie sans nous dire qu'il en soit l'auteur; on le trouve dans mon extrait de Théon, qui en donne une démonstration fort simple.

« Bhrama Gupta donne la règle de l'aire du triangle en fonction de la demi-somme des côtés, et de cette demi-somme diminuée successivement de chacun des trois côtés. On ne s'attendait pas à la trouver dans un livre indien. »

Je le confesse, mais tout cela n'est encore que du septième siècle; et ce théorème très curieux n'est que d'une utilité fort médiocre en Astronomie. Je ne cherche pas ici la valeur intrinsèque des connaissances, je cherche les preuves du savoir astronomique des Indiens.

« La construction de la table des sinus indique de grandes connaissances de Géométrie élémentaire. *Malheureusement nous n'avons pas la démonstration originale.* »

C'est ce que j'ai dit; et quand nous aurions cette démonstration, il nous manquerait peut-être encore la date certaine. Cette construction même, du moins la seconde, qui suppose une formule inconnue aux Grecs et aux Arabes, est si nouvelle pour nous, que j'ai cru, pendant plus de dix ans, en être le premier auteur; cette construction, à d'autres égards, est accompagnée d'une théorie très incomplète, qui a fait que la table indienne ne procède que de $3^{\circ}\frac{3}{4}$ en $3^{\circ}\frac{3}{4}$. Si les Indiens avaient bien compris leur méthode différentielle, ne s'en seraient-ils pas servis pour avoir une table complète ou du moins de degré en degré? Ils n'ont donc pas bien senti l'importance de la méthode? Ils n'ont pas su l'appliquer; et j'ai montré comment ils avaient pu la trouver, par le fait, après avoir construit la table par les théorèmes des Grecs. Nous verrons, ci-après, page 283, qu'Arzachel, vers l'an 1100, s'était arrêté de même au sinus de $3^{\circ}45'$; mais il ajoutait que par des moyens semblables, on arriverait aux arcs les plus petits.

« La démonstration indienne de l'aire du cercle est singulièrement curieuse, quoi qu'elle ne soit peut-être pas bien rigoureusement géométrique. Partagez le cercle en deux parties égales par un diamètre, divisez chacune des deux moitiés de ce cercle en un nombre égal et considérable de secteurs, développez les deux demi-circonférences en lignes droites; les secteurs se sépareront (se déformeront), et présenteront dans les deux moitiés, un nombre égal de petits triangles isoscèles, qui formeront deux espèces de scies; faites entrer ces deux scies l'une dans l'autre, vous aurez un parallélogramme dont la base sera la demi-circonférence, et la hauteur sera égale au rayon.

» On ne voit pas comment ils ont su que la surface de la sphère est quadruple de celle d'un de ses grands cercles. »

Il n'est pas difficile que le théorème d'Archimède ait pénétré dans l'Inde sans la démonstration. Les Indiens n'ont aucun livre authentique qui remonte à l'époque du géomètre grec.

« Ils avaient trouvé la solidité en divisant la sphère en pyramides. »

Même remarque.

« Ce qu'il y a de singulièrement remarquable, c'est que l'*Algèbre a subsisté* 1200 *ans chez les Indiens, sans faire aucun progrès marqué*. Les Scholiastes ont fait preuve de finesse, de sagacité, d'esprit et de jugement; mais ils n'ont pas passé la ligne tracée par leurs prédécesseurs. Dans l'Inde, tout paraît stationnaire; la vérité et l'erreur y sont assurées de la même permanence; l'énergie qui les a portés jusqu'à un certain degré de savoir et de civilisation, a-t-elle cessé d'agir? ou serait-ce que les connaissances des Indiens sont un héritage qu'ils ont reçu d'un peuple plus ancien, dont le souvenir s'est perdu? »

Ne serait-il pas encore plus naturel de penser que ces connaissances ont pénétré dans l'Inde, vers le V[e] ou VI[e] siècle; que les Indiens les ont reçues sans y rien changer, parce que peut-être ils ne les comprenaient pas; il les ont adoptées avec confiance, et les ont conservées sans y rien ajouter. M. Taylor, qui le premier nous a donné des extraits du Bija Ganita, ne voit autour de l'Inde aucun peuple assez instruit pour avoir enseigné les Indiens. Ce que Bailly a conjecturé du Thibet lui paraît absolument dépourvu de vraisemblance.

« Quelle que soit l'opinion qu'on se forme à cet égard, nous sommes persuadés que le nouveau jour sous lequel M. Colebrooke nous a montré la science analytique des Indiens, devra modifier les opinions qu'on s'est formées de l'ancienneté de leur Astronomie. »

Il est à remarquer que M. Taylor avance tout au contraire, que la lecture de leurs livres d'Algèbre et de Geométrie pourra bien rendre un peu douteuses les prétentions des Indiens au titre d'inventeurs et d'auteurs originaux.

« Les avis sont maintenant fort partagés. Quand les tables astronomiques des Indiens ont été apportées en Europe, elles firent une grande impression; on s'appliqua avec ardeur à une étude qui réunissait les attraits des recherches scientifiques et des discussions historiques. L'empressement avec lequel on a commencé cette étude, la nouveauté des objets, et la surprise qu'ils excitaient ont peut-être conduit un peu trop loin ceux qui se sont laissé *fasciner*. Nous citerons l'illustre historien de l'Astronomie, que ses talens, ses vertus et ses malheurs ont contribué à immortaliser; Bailly, dans ses recherches sur l'*Astronomie orientale*, s'est trouvé continuellement arrêté par l'impossibilité de dissiper l'obscurité qui enveloppe les antiquités de ce coin de l'univers. Il espérait que les lumières qui commençaient à sortir de l'Orient, éclaireraient les ténèbres et découvriraient les secrets enfermés dans l'ancienne histoire de la plus ancienne des sciences. Dans l'exposition qu'il a faite des principes de cette Astronomie, dans les preuves qu'il a données de son exactitude, il a *déployé* les ressources extraordinaires de sa science, de son esprit et de son éloquence. »

L'éloge est magnifique; ne serait il pas un peu exagéré? J'ai dit les mêmes choses à peu près, mais avec plus de mesure et avec quelques restrictions (*Voyez* t. I, pages 400 et xix). Dans la réalité, la science que Bailly a mise dans son histoire, a été de rechercher tous les passages obscurs qui pouvaient s'adapter à ses hypothèses; de retrancher de ces passages ce qu'il y trouvait de contraire, de changer ainsi le sens des textes qu'il citait. (*Voyez* tome I de mon Histoire, pages, 423, 439, 440, 443). Son esprit a été de combiner adroitement ses preuves équivoques de manière à établir la probabilité de ses explications. Son éloquence, je lui ai suffisamment rendu justice.

« Un examen plus scrupuleux, fait par nos compatriotes sur le lieu même, les a portés a douter des prétentions à une haute antiquité, qu'ils trouvèrent dans les livres indiens. Il les a mis en état de découvrir les *erreurs* dans lesquelles était tombé l'astronome français, quelquefois faute de renseignemens suffisans, plus souvent par trop de confiance dans les ouvrages où il puisait ses notions, et *sans doute aussi par cet esprit de système dont les hommes d'un grand talent ont tant de peine à se défendre*. Le flux de l'opinion commence à prendre une direction contraire; mais la nouveauté, l'inexactitude des tables indiennnes, ne sont pas affirmées avec moins de vivacité, et le sont par des raisonnemens *plus sujets à objection* que ceux qu'on avait apportés en faveur de leur ancienneté. »

Il suffit de jeter un coup-d'œil sur les tables pour voir combien elles sont incomplètes et inexactes; à cet égard, on ne peut élever le moindre doute; leur antiquité est un point qui ne mérite guère tant de recherches, de travaux et de disputes; et d'ailleurs nous avons déjà vu que le premier traité d'Astronomie indienne est du VII^e siècle.

« Parmi ceux qui ont tout nouvellement traité cette question, l'un des plus savans et des plus habiles astronomes de l'Europe, M. D., s'est particulièrement distingué dans un ouvrage qui vient de paraître; il a employé beaucoup de travail à attaquer les faits, les raisonnemens, et les calculs de l'*Astronomie orientale*, et il en a traité l'auteur avec *une vivacité et une sévérité à laquelle la mémoire de Bailly n'aurait pas dû être exposée de la part d'un confrère académicien.* » Cette dernière ligne étrangère au fond de la question, me met dans la nécessité d'y faire une réponse.

J'ai été environ deux ans le confrère de Bailly à l'Académie des Sciences; mais je n'y ai jamais siégé avec lui. Depuis qu'il était Maire de Paris, il n'avait plus le loisir d'assister à nos séances. Je n'ai jamais eu avec lui qu'une conversation qui n'a duré qu'une minute; c'était à l'époque où il venait de quitter la Mairie. Il avait repris au Louvre son modeste appartement. J'allai le féliciter de son retour à une vie moins agitée. L'affluence était grande; le sallon ne pouvait y suffire et l'on n'y entrait qu'avec peine et pour un instant. Je doute qu'il m'ait jamais connu autrement que de nom. J'estimais sa personne, ses qualités morales, et j'ai été profondément affligé de sa fin tragique, qui m'a toujours paru l'une des injustices les plus atroces de la révolution; quant à son talent, je crois en avoir parlé dans plusieurs endroits et notamment dans mon discours préliminaire, de manière à contenter les amis et les partisans les plus décidés de mon respectable et infortuné confrère. Pour ce qui est de ses opinions paradoxales, de l'esprit de système qui a présidé à la composition de tous ses écrits, depuis ses lettres sur l'*Atlantide* jusqu'à son Histoire de l'Astronomie indienne, j'ai cru que, trente ans après la publication du dernier de ces ouvrages et plus de vingt ans après la mort de l'auteur, il était permis, même à un ancien confrère, d'en dire franchement ce qu'il pensait. Si Bailly eût vécu, j'aurais dû sans doute supprimer mon chapitre II tout entier, pour commencer l'Histoire de l'Astronomie indienne au premier volume des Mémoires de Calcutta. Mais le talent, la réputation et les calculs de Bailly avaient accrédité des erreurs; il avait séduit de très bons esprits, qui ne s'étaient pas donné la peine de vérifier ses citations, de remonter aux sources, ni de refaire ses calculs; il avait immolé à ses Indiens les auteurs de la véritable Astronomie; il avait cherché à établir des idées diamétralement opposées à celles que j'avais à démontrer; fallait-il supprimer mon ouvrage pour respecter des erreurs qu'il s'était plu à revêtir des charmes de son style? A tant de qualités précieuses, de vertus et de talent, il joignait une faiblesse qui a causé tous ses malheurs. Il était trop sensible à la vaine gloire. Ce n'était pas pour les savans qu'il écrivait; il aspirait à une réputation plus étendue. Il céda au plaisir d'entrer en lice avec Voltaire; il ressuscita le vieux roman de l'*Atlantide;* il eut beaucoup de lecteurs, et c'est ce qui le perdit. Le succès d'un premier paradoxe lui en fit créer d'autres. Il imagina son *Peuple perdu*, son *Astronomie perfectionnée dans les tems mythologiques;* il rapporta tout à cette idée favorite, et ne fut pas assez sévère dans le choix des moyens qu'il employa pour la colorer. Ses succès populaires le portèrent à l'Assemblée constituante, à la Mairie, et le forcèrent à cette proclamation de la loi martiale, qui anima contre lui la rage des révolutionnaires. Durant sa vie, j'aurais supprimé scrupuleusement tout ce qui aurait pu lui être désagréable; long-tems après sa mort je ne dois plus rien qu'à la vérité. Il a consacré 600 pages à établir des erreurs, j'en ai employé 40 à les réfuter. Ce que je devais à sa mémoire était de déduire les raisons que j'avais pour être d'un avis différent; j'ai dû le suivre pied à pied, et tout démontrer si je voulais être cru. Je viens de relire plusieurs fois le chapitre où je le combats, je n'y trouve pas un mot à retrancher. Dans la vivacité de la discussion j'ai pu laisser échapper des remarques un peu sévères, que je ne me serais pas permises avec un auteur vivant, mais qui ne sont que justes, et qui m'étaient arrachées par l'impatience de voir un homme de ce mérite employer des moyens si peu dignes de son talent et de son caractère; mais sans ces moyens, il eût été forcé de renoncer lui-même à sa thèse. Je dis à regret pour ma défense, ce que j'avais supprimé ou adouci par respect pour le talent et le malheur. Mes réflexions, au reste, n'ont fait aucun tort à Bailly; il lui restera toujours son talent, son beau caractère, l'intérêt qu'ont inspiré les traitemens si peu mérités qu'il a supportés avec un calme si héroïque. Quant à ses opinions paradoxales, dans les trois académies dont il était membre, à Paris, je n'ai pas connu un seul de ses confrères qui les eût adoptées. On en a toujours pensé ce que j'ai dit à une époque où j'étais obligé de parler, et où il n'existait plus aucun motif pour dissimuler ce qui était universellement reconnu, du moins par les Savans français. J'aurais pu faire des chapitres tout pareils sur son *Astronomie ancienne* et sur son *Astronomie moderne;* je n'aurais eu qu'à copier les notes dont j'ai chargé, dans le tems, toutes les marges de ses trois volumes; mais je ne connaissais personne qui se fût laissé fasciner par ses preuves d'un Peuple perdu, d'une Astronomie perfectionnée, et d'anciennes mesures de la Terre, qui rivalisent d'exactitude avec les mesures modernes. J'ai supprimé des réfutations superflues. Retournons à l'anonyme. Voici ce qu'il dit de mes preuves :

« Son grand argument est tiré de ce fait, que *les données ne sont citées nulle part, qu'on ignore absolument sur quel fondement les Tables indiennes ont été calculées; qu'on n'a nul souvenir, aucune tradition même, d'aucune observation régulière faite par les Indiens. La vérité de cette assertion, du moins quant à présent, ne saurait être niée, et il est difficile de se prêter à la supposition que l'Astronomie indienne soit aussi originale et aussi ancienne qu'on avait dit.* Mais pour l'originalité, il y a encore beaucoup à dire, et les raisons qu'on pourrait donner, auraient d'autant plus de poids, que l'originalité de leur Algèbre ne paraît plus devoir être contestée. »

Je puis assurer que je n'ai nul besoin et nulle envie de la contester; mais rien ne prouve encore que cette Algèbre remonte au déluge. Cette Algèbre n'est pas de l'Astronomie; j'accorderai que ceux qui ont pu inventer l'une auraient pu inventer l'autre; j'ai toujours admis la possibilité que les Indiens eussent une Astronomie aussi ancienne et plus ancienne que celle des Grecs; j'ai dit seulement qu'on n'en avait encore aucune preuve; j'ai répété en vingt endroits, que je demandais uniquement la permission de douter.

« Cette analyse ne peut venir de la Grèce. »

Cette impossibilité ne me paraît pas encore suffisamment demontrée; mais je n'insisterai pas.

« A une époque déjà fort ancienne, les Indiens étaient en possession de découvertes qui n'ont pas encore été surpassées par les Européens. »

J'y consens encore. Dans une branche d'analyse plus curieuse qu'utile, les Indiens sont au-dessus des Européens; vous ne voudrez pas sans doute en conclure que les Indiens aient des analystes supérieurs à Newton, Euler et Lagrange?

« Si cette analyse n'est pas une production indienne, ne faudrait-il pas en conclure qu'*elle est un fragment d'un système qui est perdu, un faible reste d'une lumière plus répandue autrefois, à une époque où la langue sanscrite était encore vivante?* Si cette conclusion, à laquelle nous sommes *irrésistiblement* conduits, est adoptée, elle servira à expliquer l'histoire de l'Astronomie orientale, comme un débris qui a survécu à la mémoire de ses auteurs, de ceux qui ont fait les observations sur lesquelles elle est fondée, et qui peut-être, à force de patience, de tems et de soins, ont suppléé à l'imperfection des instrumens qu'ils employaient. »

Voilà sans doute ce qu'aujourd'hui Bailly aurait à dire, pour ne pas renoncer trop formellement à son système.

Je conçois qu'à force de tems et de patience on parvienne à déterminer la longueur de l'année, celle du mois lunaire, les mouvemens moyens du Soleil et des planètes; mais pour leurs excentricités, leurs aphélies, un bon catalogue d'étoiles, de bonnes tables, une connaissance exacte de la précession, de la diminution séculaire de l'obliquité, et ce qui constituerait véritablement une Astronomie perfectionnée, j'avoue ne pas le concevoir.

« Ceux qui, comme M. D., sont disposés à penser peu favorablement de l'Algèbre et de l'Arithmétique indienne, ne voudront peut-être pas admettre la probabilité de ce résultat. »

J'en conviens encore, cette probabilité me paraît inadmissible, quoique je ne nie pas la possibilité absolue; mais quel besoin de croire sans preuve? à quoi cela peut-il conduire?

« Cependant ce mathématicien, quand il a traité ce sujet, ne connaissait que le Lilawati, et probablement en voyant le Bija Ganita et les traités de Bhrama Gupta, dans la traduction de M. Colebrooke, il changera un peu d'opinion, et reconnaîtra que l'Inde possède *une grande portion de science mathématique*, qu'elle n'a tirée ni de Grèce, ni d'Arabie. »

En disant que je ne voulais admettre comme certain que ce qui m'était démontré, j'ai toujours été disposé à recevoir les preuves nouvelles qu'on pourrait me fournir. On me montre que les Indiens savaient résoudre quelques problèmes d'analyse indéterminée, auxquels l'Arithmétique et la patience peuvent conduire, et qu'on généralise par induction. J'admets avec plaisir ces notions nouvelles. Qu'on fasse quelque chose de semblable pour l'Astronomie; qu'on traduise des traités authentiques, et je les étudierai; mais j'aurai toujours plus de confiance aux livres que je pourrai lire moi-même. Quand je lis Hipparque, Apollonius, Archimède, Ptolémée ou Théon, je me crois sûr de les entendre, et de ne point exagérer les connaissances réelles d'auteurs qui démontrent tout. Ces géomètres n'avaient garde de mettre leur doctrine en vers. Ils ne mêlaient pas le langage oriental au style sévère de la Géométrie. Mais quand on traduit un auteur qui écrit dans ce style mélangé, un auteur qui ne rend raison de rien, qui s'explique en termes énigmatiques, je crains toujours que le traducteur, malgré toute sa bonne foi, ne m'induise en quelque erreur; quelques mots qu'on ajoute pour être plus clair, peuvent changer l'état de la question. J'ai dit ailleurs que plus on voit de traductions plus on apprend à se méfier des traducteurs. En m'exprimant ainsi, je ne songeais pas encore aux Indiens ni à leur style figuré.

La question que j'ai traitée se réduit à un point bien simple. J'ai dit en plus d'un endroit, qu'il m'importe fort peu que les Chaldéens, les Égyptiens, les Chinois et les Indiens, aient été de grands géomètres et de grands astronomes; que nous ont-ils appris? que peuvent-ils nous apprendre? Voilà ce que je cherche depuis long-tems sans avoir encore rien trouvé.

Bailly, et tous ceux qui aiment à se livrer à leurs conjectures, s'épuisent sur des sujets plus curieux que vraiment utiles. C'est assurément une occupation fort innocente, et qui ne manque pas d'attraits; mais ce n'est pas mon goût. Quand on a irrévocablement embrassé une opinion, il en coûte souvent trop pour la défendre; on ne se sent pas le courage d'y renoncer, et l'on est forcé d'employer des moyens qui seraient trop pénibles pour un homme droit et de bonne foi, si l'on ne parvenait à se faire illusion jusqu'à un certain point; mais quoiqu'on fasse, la conviction ne saurait être intime, et cette incertitude me tourmenterait. Je dis : voilà ce que je crois aujourd'hui, et voilà mes motifs; donnez-moi des lumières nouvelles, et elles modifieront ma persuasion. Depuis que j'ai exposé mes opinions, je cherche avec soin tout ce qui pourrait m'engager à les rectifier; et voilà pourquoi je viens de parler des zodiaques égyptiens et de l'Algèbre indienne; car au fond, cette Algèbre sur-tout est fort étrangère à mon sujet. Je ne cherche point à disputer, mais à m'instruire, et je crois en donner une preuve nouvelle en rapportant avec fidélité toutes les objections du savant estimable dont je viens d'analyser l'extrait. Quoiqu'en beaucoup de points il paraisse s'être rapproché considérablement de ma manière de voir, cependant, par une suite d'impressions anciennes, il s'en éloigne encore très sensiblement sur quelques articles fondamentaux. Il paraît que son goût le porte également vers les recherches mathématiques et les discussions historiques, qui ne peuvent jamais offrir la même certitude. Pour moi, je n'ai de confiance en mes assertions que quand je m'appuie sur des preuves mathématiques. Je trouve tout naturel qu'il admette des preuves de divers genres, et leur donne à peu près la même confiance; il me pardonnera de ne pas prendre une simple possibilité pour une probabilité, ni une probabilité pour une certitude. Il termine en exprimant le vœu qu'on nous traduise tous les traités d'Astronomie indiens. J'ai plusieurs fois témoigné le même désir.

En attendant les renseignemens nouveaux que pourront nous procurer ces traductions, suivons notre marche, et voyons quels ont été les progrès de la science dans le moyen âge; c'est-à-dire depuis les tems où les Grecs ont cessé d'écrire, et à compter de l'époque où ils ont été remplacés par les Arabes, les Persans et les Tartares; enfin, par les premiers auteurs qui ont introduit l'Astronomie en Europe.

L'observation, trop négligée par les successeurs d'Hipparque, paraît au contraire avoir été d'abord l'objet principal de l'attention des Arabes. Ils étaient devenus possesseurs de tous les écrits des Grecs, que leurs princes avaient recueillis avec soin, et dont leurs savans leur avaient fourni les traductions; il était assez naturel qu'ils voulussent reconnaître par eux-mêmes l'exactitude de ces tables, qui devaient servir à tous leurs calculs astronomiques et astrologiques; car, s'ils avaient adopté les théories mathématiques des Grecs, ils n'avaient pas accueilli avec moins de confiance les rêveries chaldéennes sur les influences des astres, non-seulement en ce qui concernait les variations de l'atmosphère, mais en ce qui déterminait les évènemens de tout genre, et la destinée des hommes. Dépourvus de Trigonométrie, les Chaldéens ne purent tirer leurs horoscopes, diviser le ciel en maisons, y placer les étoiles et les planètes, les *significateurs* et les *promisseurs*, que très grossièrement, et sans doute à l'aide d'un globe céleste. Les Arabes appliquèrent leur Trigonométrie à ces problèmes. Ptolémée lui-même avait à cet égard observé le silence le plus singulier. Les Arabes paraissent les premiers auteurs des différens systèmes pour la division du ciel; ils donnèrent une forme plus régulière et plus géométrique à la doctrine des *directions* et des *profections*, si même ils n'en sont les véritables inventeurs. C'est aux Arabes que l'on doit ces différentes méthodes, développées encore avec plus de science et de clarté par Régiomontan et Magini. Mais quoique l'Astrologie, comme l'a dit Képler, soit la mère de l'Astronomie, en sont qu'elle ne doit fournir qu'un épisode à notre Histoire; et voilà pourquoi nous commençons ici par elle, pour n'y plus revenir, et passer en revue, sans distraction, les progrès de l'Astronomie véritable.

Si l'on compte à peine deux ou trois observateurs parmi les Grecs, on en voit au contraire un nombre assez considérable chez les Arabes. Les instrumens y sont bien plus grands; il sont construits et divisés avec plus de soin; on remarque, dès le tems d'Almamoun, des déterminations nouvelles et plus exactes de l'obliquité de l'écliptique, de la position de quelques belles étoiles, de la précession, de la grandeur de l'année et de l'excentricité du Soleil. A ces points fondamentaux ils ajoutent de nombreuses observations d'éclipses et de conjonctions; ils cherchent les erreurs des tables de Ptolémée; ils sentent la nécessité de marquer avec plus de soin l'instant de chaque phénomène; chez eux, le commencement et la fin de l'éclipse sont accompagnés le plus souvent de la hauteur d'un astre, qui leur sert à calculer l'angle horaire, et le tems vrai. On ne voit chez les Grecs aucune mention d'une pratique si bonne et si facile; et, parmi tous les problèmes d'Astronomie sphérique résolus par Ptolémée, il est singulièrement remarquable qu'on n'en voie aucun qui conduise directement à ce but. Pour les cas qui exigeaient une moins grande précision, les Arabes se contentaient de leurs clepsydres, la nuit; et pour le jour, de cadrans solaires auxquels ils donnaient une attention particulière. Ce n'est pas qu'ils aient fait aucun changement notable à la Gnomonique des Grecs, mais nous voyons, dans Aboul-Hhasan, une multitude de détails, et la description de divers cadrans dont les noms, tout au plus, se trouvent dans Vitruve, et ne sont mentionnés par aucun géomètre grec. Avec ces moyens et d'après de nombreuses observations, Ebn Jounis et quelques astronomes plus anciens, avaient cherché à corriger les tables de la Lune et celles des planètes; mais ces améliorations, que nous ne connaissons pas même très parfaitement, et sur lesquelles nous n'avons aucun détail positif, sont nécessairement trop imparfaites pour mériter d'être discutées. Ce qui est parfaitement sûr, c'est que les Arabes ont admis, sans le moindre changement, toutes les hypothèses de Ptolémée, qui n'ont été renversées que par Képler. Mais si à cet égard les Arabes ont montré pour ces suppositions inexactes un respect timide et superstitieux, ils se sont du moins attachés à perfectionner les méthodes de calcul, comme ils avaient plus scrupuleusement soigné les observations. Albategni rendit à la Trigonométrie le service le plus signalé, en substituant les sinus aux cordes; changement de la plus grande importance, dont il avait pris l'idée dans l'Analemme de Ptolémée, et dont il est inconcevable que l'astronome d'Alexandrie ait laissé échapper l'occasion; par cette innovation heureuse, Albategni put bannir de l'Astronomie cette règle des six quantités, si incommode dans sa généralité, dont les Grecs eux-mêmes n'ont jamais fait usage sous cette forme, et que, par des combinaisons qu'ils étaient obligés de renouveler pour chaque problème, ils réduisaient toujours à ne plus renfermer que trois variables. Cette simplification si facile, négligée par Ptolémée, a du moins été faite par Albategni ; par lui, la solution de tous les triangles sphériques rectangles a été réduite à quatre formules générales, dont les Grecs avaient l'équivalent beaucoup moins commode. Il restait, pour arriver toujours au but par la voie la plus courte, à découvrir deux théorèmes généraux ; Geber trouva le premier, qui paraît avoir été entrevu mais négligé par Ebn Jounis ; le deuxième n'a été trouvé que par Viète. Pour les triangles obliquangles, Albategni paraît encore l'auteur d'une règle fort remarquable, parfaitement identique à l'une de nos formules modernes, et qui sert à résoudre deux des problèmes les plus usuels : Trouver le troisième côté par les deux autres et l'angle compris, et trouver un angle par les trois côtés. C'est ce dernier problème qui donne l'angle horaire d'après une observation de hauteur. Pour ce dernier cas, Albategni donne une autre solution, où il emploie, au lieu des cosinus, les sinus verses, qu'il a le premier introduits dans la pratique de la Trigonométrie sphérique. Toutes les recherches d'Albategni n'ont pas été également heureuses ; car à côté de ces méthodes qui montrent un bon géomètre, un calculateur scrupuleux, on trouve deux pratiques également vicieuses, et que nous ne pouvons croire être d'Albategni même ; la fausseté de l'une est si évidente qu'elle ne peut échapper à l'attention d'aucun lecteur ; l'autre, moins inexacte, est tellement compliquée qu'il est fort difficile d'y rien comprendre, sur-tout dans la traduction barbare d'un auteur qui n'a aucune connaissance mathématique. Cette règle nous a long-tems occupés, trop long-tems sans doute ; nous l'avons interprétée de toutes les manières sans pouvoir en tirer rien de raisonnable. Régiomontan, sans entrer dans aucun détail, a dit en deux mots qu'elle ne pouvait être bonne que dans un cas unique, qui fait disparaître le facteur qui nous avait principalement embarrassés. Ce qui nous a fait perdre tant de tems sur cette règle étrange, c'est sa singularité même et l'espoir que nous y trouverions quelque méthode particulière et tout-à-fait éloignée de nos idées actuelles.

Ebn Jounis n'a pas rendu de service aussi important à la Trigonométrie ; mais par une étude approfondie de l'Analemme, il a pu démontrer nombre de pratiques nouvelles, résoudre un grand nombre de problèmes, les uns vraiment utiles et d'autres qui ne sont guère que de fantaisie. Dans les transformations nombreuses qu'il fait subir à ses règles, nous avons eu lieu de soupçonner souvent un usage assez adroit des tangentes et des sécantes, dont nous n'avions vu encore aucune mention dans son livre. Comme il ne démontre rien, nous avons cherché long-tems, mais vainement, par quelle autre voie il avait pu parvenir à tant de transformations singulières. Les différens chapitres nouvellement traduits par M. Sédillot, ne nous ayant été remis que successivement à mesure que nos extraits, nos remarques et nos démonstrations devaient être imprimées, c'est dans le dernier de ces chapitres que nous avons trouvé le mot de ces énigmes. Non-seulement Ebn Jounis connaissait les tangentes et les sécantes, mais il en faisait un usage adroit pour simplifier une opération, pour réduire une expression binome compliquée, à un terme unique et beaucoup plus simple; déjà il savait employer ces arcs subsidiaires, aujourd'hui si fréquens dans le calcul astronomique, et dont l'exemple le plus ancien, en Europe, ne remonte guère plus haut que le milieu du XVIII[e] siècle.

L'idée des tangentes et des sécantes n'était pas nouvelle en Arabie; Albategni en donne les formules, il en fait usage dans la Gnomonique, mais jamais il n'eut l'idée si simple de les introduire dans la Trigonométrie.

Cette idée n'est pas venue à Ebn Jounis, quoiqu'il en paraisse plus près qu'Albategni; on dirait même que les Arabes se faisaient une loi de n'employer aucun cosinus. Ainsi, pour éviter l'emploi du théorème de Géber, $\cos A' = \sin A \cos C'$, les Arabes inventèrent leurs déclinaisons prime et seconde; non-seulement ils changeaient l'arc connu C′ en son complément, mais au lieu de l'angle inconnu A′, ils allaient chercher à 90° de là une déclinaison seconde, qui était le complément de cet angle A′; et par ce moyen ils ne faisaient entrer véritablement que des sinus dans leurs calculs; et leurs tables, en effet, sont disposées en une seule série, depuis 0° jusqu'à 90°. Mais il était impossible que ce scrupule mal entendu durât toujours. Géber le brava en donnant des règles qui employaient les cosinus. Il n'alla pas plus loin; mais le dernier pas fut fait par Aboul-Wéfa, contemporain d'Ebn Jounis. Cet astronome, dans son Almageste, introduisit formellement les tangentes; il donna même une idée complète des sécantes; mais il les jugea trop peu utiles pour en calculer les tables; il en fit pour les tangentes, en prenant, comme pour les sinus, un rayon de 60° 0′ 0″, au lieu que ses prédécesseurs avaient calculé leurs tables d'ombres (c'est ainsi qu'ils nommaient les tangentes) pour un rayon de douze doigts, qui leur servait de style droit dans tous leurs cadrans, et qui était encore une imitation des

Grecs. La différence de rayon rendait ces ombres entièrement inutiles à la Trigonométrie. Aboul-Wéfa fit disparaître cet obstacle, et simplifia les solutions connues des triangles rectangles. C'était indirectement rendre le même service pour les obliquangles, que toujours on avait divisés en deux rectangles, en abaissant une perpendiculaire de l'un des angles sur le côté opposé. Nous ignorons si le même auteur imagina quelqu'autre simplification pour le calcul des obliquangles; il n'en est aucune mention dans son Almageste; au lieu qu'Ebn Jounis nous a laissé le détail le plus circonstancié des procédés qu'il suivait, lorsque, se bornant aux seuls sinus, outre les segmens de l'angle vertical et de la base, il était obligé de calculer l'arc perpendiculaire; obligation dont Maurolycus d'abord et puis Viète sont parvenus à nous affranchir.

Nous venons de voir en abrégé ce que les Arabes ont fait pour les tables et les calculs astronomiques. Les Arabes n'ont pas été plus loin. Les Persans et les Tartares n'ont rien fait de nouveau pour les théories ni astronomiques ni trigonométriques; on leur doit quelques tables, et ce qui est plus rare, un catalogue tout nouveau d'étoiles.

Si l'on en croit les Arabes, le catalogue d'Hipparque avait été copié d'abord par Millæus ou Ménélaüs, qui s'était contenté d'ajouter 2° 15′ à toutes les longitudes, en supposant une précession de 36″ par an, soit qu'il l'eût déterminée lui-même par l'observation de quelques étoiles principales, soit qu'il eût adopté sans examen la limite inférieure qu'Hipparque avait assignée à ce mouvement. Ptolémée, toujours selon les Arabes, eut tant de confiance en ce Millæus, qu'il se contenta d'ajouter de nouveau 25′ à toutes les longitudes, ce qui porte à 2° 40′ la correction totale; mais Ptolémée nous dit expressément que par ses observations, il a trouvé environ 2° 40′ de différence entre ses longitudes et celles d'Hipparque, nous donnant à entendre qu'il a tout observé de nouveau. Nous avons témoigné plus d'une fois combien peu cette assertion nous paraissait mériter de confiance; mais nous ne savons pas mieux si nous pouvons ajouter une foi implicite au témoignage de quelques Arabes, qui, dans d'autres circonstances, nous paraissent assez mal instruits de ce qui concerne les Grecs. Nous n'en citerons pour exemple que l'histoire de la trépidation, sur laquelle ils sont si peu d'accord avec Théon, qui devait connaître beaucoup mieux qu'eux tous ce qui concerne l'histoire de l'École d'Alexandrie. Cette idée malheureuse de la trépidation, accréditée sur-tout par Thébith, était un pas rétrograde dont nous nous sommes bien gardé de faire mention dans le tableau des progrès dus aux Arabes. Nous n'avons pas non plus compté la mauvaise détermination de l'apogée par Arzachel, venu plus tard pour faire beaucoup moins bien que ses prédécesseurs. Il fut aussi l'un des plus décidés partisans de la trépidation, établie, nous dit-on, principalement sur les observations d'un Hermès, qui vivait 1985 ans avant Ptolémée. Cet Hermès nous est connu presque uniquement par ce qu'Abraham Zachut nous dit d'un Isac Hazan, principal rédacteur des Tables Alphonsines, et seul auteur de ces périodes sabatiques de 7000 et 49000 ans qui réglaient cette trépidation. Nous avouons bien volontiers que nous n'avons pas plus de foi à ces prétendues observations d'Hermès, qu'aux deux périodes juives; et le silence absolu de Ptolémée et sur la trépidation et sur les étoiles d'Hermès, nous paraît une raison assez forte pour rejeter ces fictions écloses du cerveau d'un juif peu scrupuleux qui, d'ailleurs, est venu bien tard pour avoir des renseignemens assez certains sur des tems si éloignés. Quoi qu'il en soit de ces contes apocryphes et d'Hermès et de Millxus, c'est un fait qui paraît bien certain, que l'Astronomie ancienne ne nous a donné qu'un catalogue unique, c'est celui d'Hipparque; que celle du moyen âge n'en fournit également qu'un seul, celui du prince tartare Ulugh-Beig, après un intervalle de 1600 ans. Abdérahman Suphi, astronome arabe, à qui quelques auteurs attribuaient un autre catalogue, n'avait rien fait que d'observer de nouveau les grandeurs des étoiles consignées dans le catalogue de la *Syntaxe mathématique;* il avait conservé toutes les latitudes, et quant aux longitudes, il s'était contenté d'ajouter partout 12° 42', pour les réduire à l'époque de l'an 964, au premier octobre.

Cette circonstance même nous avait paru curieuse, en ce qu'elle nous promettait une copie exacte du catalogue de Ptolémée; et nous avions espéré qu'elle nous servirait à rectifier les deux textes grecs que nous avons de ce catalogue, et les deux traductions latines que nous en avons dans les éditions de Venise et de Bâle. Dans cet espoir, nous avons commencé par copier en entier le catalogue de Ptolémée, en ajoutant 12° 42' à toutes les longitudes. Pour les comparer ensuite aux positions d'Abdérahman Suphi, nous nous sommes servi de la traduction faite par M. Sédillot, collationnée par lui sur trois manuscrits différens; mais ce travail n'a pas eu le succès que nous en attendions. Les variantes les plus remarquables que nous y avons trouvées sont des fautes manifestes dans les degrés et même dans les signes; les autres sont beaucoup moins considérables, et le plus souvent elles ne feraient qu'augmenter les différences entre les positions de Ptolémée et celles qui résultent des observations modernes. La plupart de ces variantes nous étaient même déjà connues par la première traduction latine de la Syntaxe. En effet, cette version a été faite sur l'arabe, et il est à croire que le manuscrit arabe, qui a servi à cette traduction, pouvait avoir une grande ressemblance avec le manuscrit arabe aussi sur lequel Abderrahman avait fait ses réductions; en sorte que cette comparaison ne pouvait plus guère avoir d'autre intérêt qu'en ce qui concerne les grandeurs des étoiles. Or, on sait que, même aujourd'hui, quoique nous ayons des moyens moins imparfaits pour estimer les grandeurs, on trouve à cet égard des différences fréquentes entre les catalogues les plus estimés. Pour que la comparaison des grandeurs méritât quelque confiance, il faudrait peut-être qu'elle eût été faite dans le même climat, par deux observateurs d'une vue excellente, et dans des circonstances entièrement semblables. Ces raisons nous ont fait penser que l'impression du catalogue d'Abderrahman ne serait que d'une utilité fort médiocre, dans une histoire où généralement nous n'avons donné aucune attention à ces diverses grandeurs, qui ne font rien à l'Astronomie proprement dite; la seule connaissance un peu importante qu'on en pourrait déduire, serait celle des changemens progressifs de grandeur dans quelques étoiles; mais pour obtenir en ce genre quelque faible probabilité, il faudrait que les différences entre Ptolémée et Abderrahman d'une part, et de l'autre entre Abderrahman et les modernes, fussent proportionnelles à peu près aux divers intervalles, sans quoi il ne resterait qu'une idée vague de ces changemens périodiques d'éclat qu'on a remarqués dans un assez grand nombre d'étoiles. Le travail de M. Sédillot ne sera pourtant pas perdu; il trouvera sa place dans l'ouvrage que ce savant nous prépare sur l'Astronomie des Orientaux; l'Auteur pourra même donner à sa notice des développemens que le défaut d'espace nous aurait interdits; il y joindra ses remarques sur les noms Arabes des étoiles, sans parler encore des réflexions critiques, historiques et philologiques que l'on peut attendre d'un auteur consommé dans la connaissance des langues orientales. Tout ce que nous pouvons dire ici, sur la foi d'Ulugh-Beig, c'est que la hauteur du pôle, à Samarcande, l'a empêché d'observer 27 étoiles trop australes pour son horizon. Il a donc été réduit à les prendre dans le catalogue d'Abderrahman, en y ajoutant la précession convenable à l'an 1437, époque de son nouveau catalogue.

f

Ulugh-Beig nous avertit encore, dans sa préface, qu'il y a dans Ptolémée huit étoiles qu'il n'a pu retrouver dans le ciel. Bailly remarque, au tome Ier de son Astronomie moderne, page 611, qu'après une comparaison des deux catalogues, il en a trouvé onze de moins dans celui d'Ulug-Beig, dont trois de cinquième grandeur, quatre de quatrième, et quatre de troisième; et que les six informes du Poisson austral, dont quatre sont de troisième grandeur, ne se retrouvent plus dans aucun catalogue. La Caille cependant en a composé sa constellation du microscope; il est vrai qu'il ne les fait que de cinquième et sixième grandeur.

Après avoir exposé ce que nous avons pu recueillir des Arabes, des Persans et des Tartares, nous parlons, d'après Verbiest, de l'état de l'Astronomie à la Chine, sous la direction des Jésuites, et nous revenons un instant sur les Indiens pour extraire les Institutes de l'empereur Akber, traduites en 1800, par Francis Gladwin. Ce n'est pas que cet ouvrage, qui nous était entièrement inconnu, ait beaucoup ajouté à nos connaissances sur l'Inde; mais nous avons voulu montrer que nous ne négligeons aucune occasion de nous instruire et de réparer nos omissions et nos injustices, si par hasard nous en avions commises; mais jusqu'ici nous pouvons assurer que rien encore ne nous a donné la moindre inquiétude sur aucune des opinions que nous avons émises.

Tous ces divers matériaux ne nous ont fourni que 240 pages; mais le règne de l'Astronomie grecque n'est pas encore fini; les Arabes, qui l'ont portée en Perse et en Tartarie, l'ont aussi fondée en Espagne, d'où elle s'est répandue dans les divers états de l'Europe. Les premiers astronomes que nous y rencontrons n'ont guère été que des traducteurs ou des compilateurs; et cela ne pouvait être autrement. Il serait trop long de tout recommencer sans aucun secours. Il était donc tout simple que les savans et les professeurs de ce tems étudiassent d'abord et fissent connaître à leurs disciples ce qu'avaient écrit les Grecs et surtout les Arabes, puisque les ouvrages de Ptolémée n'avaient pas encore été traduits, et que le texte grec n'était pas encore parvenu en Europe. C'est au commencement du XIIIe siècle seulement que les premières notions d'Astronomie purent y pénétrer. Les Arabes à cette époque ne comptaient plus aucun astronome véritable; il n'y en avait encore aucun en Europe. Alphonse, roi de Castille, rassembla tous les mathématiciens de différentes nations et de diverses croyances, qui se trouvaient dans ses états. Il n'épargna ni soins ni dépenses pour qu'ils lui composassent des tables qui pussent remplacer les tables des Arabes. Ces astronomes n'étaient ni assez habiles ni d'assez bonne foi pour répondre dignement à sa confiance. Ils infectèrent ses tables de ces mouvemens d'accès et de recès imaginés par Thébith et refondus par le juif Isac Hazan, dont nous avons déjà parlé. On dit que le livre d'Albategni lui ouvrit les yeux sur la fausseté de ce système, et qu'il corrigea en conséquence son catalogue d'étoiles; mais ce remède était insuffisant. On ne tarda pas longtems à s'en apercevoir. Cependant ces tables jouirent d'une assez longue faveur, parce qu'elles étaient presque les seules que l'on connût. Régiomontan en parle souvent avec un assez grand mépris; il avait l'intention de les corriger; une mort prématurée lui épargna des tentatives probablement inutiles. Ce dont on manquait sur-tout, c'étaient de bonnes observations. Regiomontanus en commença une série à Nuremberg, avec Walthérus; mais appelé à Rome pour la réformation du calendrier, il y mourut presque aussitôt. L'Europe perdit le seul astronome dont elle pût se glorifier. Imitateur des Arabes, s'il n'a rien fait d'important pour la correction des tables, comme eux aussi, il s'est occupé particulièrement de la Trigonométrie. Son livre des triangles, publié long-tems après sa mort, est le tableau fidèle des inventions de Régiomontan, et des connaissances de cette époque. Commentateur d'Albategnius, il n'alla guère plus loin que son auteur. Il a résolu un plus grand nombre de problèmes, mais il eut des idées moins neuves et moins fécondes. Il n'a rien qui soit comparable, ni pour l'utilité ni pour la généralité, aux deux règles d'Albategni, qui expriment la relation entre un angle et les trois côtés du triangle. On lui a faussement fait honneur de l'invention des tangentes, qu'il avait trouvée dans Albategnius; il en fit beaucoup moins d'usage qu'Ebn Jounis, et toute sa Trigonométrie est fondée uniquement sur les sinus, dont il avait calculé la table pour toutes les minutes, et pour un rayon de 60000. Il paraît avoir attaché une grande importance à la solution qu'il avait imaginée pour le cas insolite où l'on cherche un des côtés par les trois angles, et cette solution est aujourd'hui complètement oubliée, non qu'elle fût à dédaigner, mais on en a de plus simples et de plus commodes en assez grand nombre. Il faisait mystère de ses inventions, et, en proposant divers problèmes à ses contemporains, il déguisait ses propres solutions pour leur indiquer des méthodes grecques, dans lesquelles il renouvelait l'usage de la règle des six quantités proscrite depuis long-tems par Albategnius. Il fut un homme savant et habile, mais qui ne donna guère que des espérances. Il était astrologue autant qu'astronome, et ce qu'il trouvait de plus fâcheux dans les graves erreurs qu'il remarquait dans les tables Alphonsines, c'étaient les incertitudes qui devaient en résulter, dans la composition des génitures ou des horoscopes.

Mais comme il brillait seul à cette époque, nous avons mis un soin particulier à bien exposer ses méthodes, quand elles offraient quelque chose de remarquable, ou à résoudre autrement ses problèmes, quand il n'employait que des principes vulgaires qui ne lui fournissaient que des solutions longues et embarrassées. Partout on sent le tort qu'il s'est fait à lui-même en ne se servant jamais des tangentes dout réellement il n'avait pas bien conçu les avantages.

La révolution qu'il ne sut pas faire, s'opéra progressivement par les écrits de Reinhold et de Maurolycus, qui publièrent, l'un la table des tangentes, et l'autre celle des sécantes. On ignore par qui fut complétée cette dernière, que Maurolycus n'avait calculée que pour les degrés; nous la trouvons étendue à toutes les minutes dans un ouvrage de Viète qui, le premier, présenta le système complet de la Trigonométrie moderne, par la publication d'une table où l'on vit enfin réunis les sinus, les cosinus, les tangentes, les cotangentes, les sécantes et les cosécantes; mais dans cet ouvrage, il n'enseignait encore que les méthodes purement astronomiques, qui partagent le triangle en deux rectangles, qu'il résout de la manière que nous suivons encore actuellement; dans un ouvrage postérieur, il donna les quatre formules analytiques générales, qui suffiraient, et dont toutes les autres ne sont que des simplifications pour des cas particuliers. De ces quatre formules deux étaient déjà connues des Arabes; la première même se trouvait chez les Grecs, quoique jamais ils ne l'aient énoncée bien expressément; les deux autres sont la propriété incontestable de Viète. Ce n'est pas tout encore, il traita d'une manière neuve et profonde la théorie des sections angulaires; il donna les expressions des cordes de l'arc multiple en fonctions de la corde de l'arc simple, expressions qu'il est si facile de modifier de manière qu'elles s'appliquent aux sinus; il donna, mais sans en avertir, et peut-être sans le voir lui-même, des expressions d'où l'on tire les différences premières et secondes des sinus, et qui fournissent un moyen simple et commode pour former la table entière par des additions successives; il est vrai qu'on peut lire plusieurs fois ces expressions sans se douter de ce qu'elles contiennent; et c'est ce qui nous est arrivé à nous-même, quoique nous ayons depuis long-tems trouvé, par des voies plus simples et plus directes, les expressions de ces différences, et celles de tous les ordres suivans ; ce qui nous fait penser que l'auteur n'a pas su apprécier lui-même cet usage de ses formules, c'est qu'il n'en fait plus aucune mention quand il donne son plan pour la construction d'une table; cependant il avait cherché les moyens de faire une chose à peu près semblable pour les tangentes et les sécantes, c'est-à-dire les moyens d'avoir ces lignes par de simples additions ou de simples soustractions, pour toute une moitié du quart de cercle, quand on a celles de l'autre moitié; on lui doit encore un théorème à peu près analogue pour les sinus; c'est la formule $\sin A = \sin(60^\circ + A) - \sin(60^\circ - A)$.

De tous les auteurs qui ont écrit sur la Trigonométrie, depuis Hipparque, Viète est sans contredit celui qui a montré le plus de génie, qui a fait les choses les plus difficiles, et en même tems les plus utiles. Peu de personnes savent, et nous avons ignoré long-tems nous-même, les services éminens qu'il a rendus à la Trigonométrie; la faute en est sans doute à l'auteur lui-même, qui paraît avoir cherché à s'entourer partout de ténèbres profondes, à étonner plus qu'à instruire, et qui rebute à chaque instant le lecteur par la bizarrerie et la pédanterie de ses expressions. Lui-même paraît avoir considéré ses recherches mathématiques comme des objets de simple curiosité, puisque dans la pratique il donne une préférence entière aux méthodes que nous désignons par le nom d'*astronomiques*. Magini lui emprunta quelques-unes de ses expressions analytiques, et montra plusieurs manières de les calculer. La Trigonométrie et la construction des tables de Briggs, reposent entièrement sur les expressions de Viète, de qui il a emprunté ses méthodes de trisection et de quintisection, les seules en effet dont il fût possible de tirer quelque parti, et qui ne fournissent même que des moyens un peu indirects et sur-tout fort pénibles. Les formules pour les différences premières et secondes en fournissaient de bien plus expéditifs; mais si Briggs ne les a pas nettement aperçus, on peut dire encore que c'est parce que l'auteur n'en avait pas lui-même une idée assez claire, et qu'il n'a pas su les présenter d'une manière intelligible. Ajoutons que presque partout il a négligé de donner les démonstrations.

L'intervalle entre Albategnius et Viète est ce que nous appelons le moyen âge de l'Astronomie; cet espace est d'environ cinq cents ans; il a été illustré par les travaux des astronomes et des géomètres dont nous avons fait une mention particulière dans ce Discours. Nous aurions pu y joindre le nom de Nonius, non pour sa division de l'astrolabe en quarante-quatre circonférences de divers rayons, mais pour quelques idées de *maximum* et de *minimum*, et sur-tout pour sa solution trigonométrique du plus court crépuscule, plus ingénieuse et sur-tout plus complète que celles de Bernoulli et de d'Alembert, qui même ne résolvent pas véritablement le problème.

Nos extraits ne se bornent pas aux ouvrages de ces auteurs, mais tous les autres que nous avons encore analysés sont de simples commentateurs qu'on aurait pu entièrement omettre sans que l'Histoire de l'Astronomie en fût moins entière ou moins instructive.

Si nous avons cru devoir y faire entrer la partie trigonométrique de l'Astrologie judiciaire, heureusement tombée en désuétude, nous nous croyons à bien plus forte raison obligé de tracer l'histoire de la Gnomonique pendant cet âge; car la Gnomonique, qui n'est plus qu'une application curieuse de l'Astronomie, en faisait alors une partie intégrante, puisqu'elle donnait le seul moyen un peu pratiquable de savoir l'heure pendant le jour, et celui de régler les clepsydres pour la nuit. Après l'hémisphère de Bérose et les cadrans horizontaux et verticaux des Grecs, l'invention la plus remarquable, et celle qui pouvait être d'une utilité plus générale, est sans contredit l'analemme rectiligne universel ou particulier dont nous donnons une théorie simple et générale, à l'article Régiomontan, par qui seul nous connaissons cette découverte, dont cependant nous ne le croyons pas le véritable auteur; nous serions plus tenté de l'attribuer aux Arabes; mais nous avouons n'en avoir pas trouvé le moindre vestige, même dans Aboul-Hhasan, qui s'est amusé à décrire des choses bien moins intéressantes. La Gnomonique qui, sans faire de progrès bien avérés chez les Arabes, avait du moins reçu d'eux des développemens assez curieux, en passant en Europe au XVI^e siècle, se trouve entièrement changée de face; elle abandonne presque entièrement les heures temporaires, auxquelles elle substitue les heures équinoxiales, soit astronomiques, soit italiques. Aboul-Hhasan avait donné la première idée de ce changement; mais il paraît avoir fait peu de prosélytes, et il ne donne à cette idée que très peu de développemens. Cette innovation devait produire une doctrine nouvelle; nous la trouvons toute établie dans Munster, le plus ancien des gnomonistes européens qui nous soit parvenu; il ne s'en déclare pas l'auteur, au contraire, il la suppose comme une chose déjà très répandue. Nous avons les noms de quelques auteurs plus anciens, mais dont les ouvrages n'ont pas été publiés. Schoner, venu trente ans après Munster, ne démontre rien non plus que son devancier; il ne donne que des pratiques, sûres à la vérité, mais qu'il paraît s'être étudié à rendre inintelligibles; aussi Clavius, auteur d'une longue Gnomonique, avoue n'avoir presque jamais réussi à l'entendre. Pour débrouiller les énigmes de Schoner, et nous rendre raison de tous ses procédés, il nous a paru nécessaire d'établir une théorie générale, où par des formules analytiques nous avons exprimé tout ce qu'on rencontre dans les gnomonistes anciens et modernes, et beaucoup d'autres procédés qui n'ont encore été indiqués par personne. De cette manière, non-seulement nous parvenons à entendre Schoner, mais à reconnaître toutes les peines qu'il s'était données pour n'être pas compris, et nous trouvons les démonstrations que n'avait pu deviner Clavius.

Nous avons donc consacré un livre tout entier à la Gnomonique, et nous le commençons, comme il était juste, par ce qui nous reste des travaux des Arabes. On y remarquera une manière neuve et particulière de décrire les arcs des signes, uniquement fondée sur les propriétés des sections coniques. Cette méthode n'avait cependant ni la simplicité ni la généralité qu'on pouvait lui donner; nous la refondons en entier, en donnant l'équation générale des sections coniques appliquée spécialement à la Gnomonique, et dans laquelle n'entrent que la hauteur du pôle sur le plan, et la déclinaison du Soleil; en sorte que ces arcs des signes peuvent se tracer indépendamment des lignes et des angles horaires, et qu'une fois tracés pour une hauteur du pôle, ils se placeront naturellement sur les cadrans de toute espèce qui auront la même hauteur du pôle sur le plan. Cette méthode a encore cet avantage, qu'elle l'emporte en simplicité sur toutes celles qu'on peut tirer de la Trigonométrie sphérique, ce qui vient de ce que les parallèles sont de petits cercles qui, comme on sait, ne sont pas l'objet de cette Trigonométrie, qui ne peut les représenter que par des moyens détournés.

Après nos formules générales, qui renferment toute la théorie des lignes, des angles horaires, des centres et des rayons diviseurs de chaque ligne, après les applications que nous en avons faites aux logogriphes de Schoner, il ne nous reste rien de curieux ou de neuf à extraire des auteurs qui ont suivi. Nous analysons cependant encore quelques ouvrages pour éclaircir ce qu'on trouve sur les heures italiques et babyloniques, et l'on peut alors considérer cette partie comme terminée. Nous nous réservons cependant d'y revenir par occasion, dans l'*Histoire de l'Astronomie moderne,* si nous trouvons dans quelque auteur plus récent, quelque remarque ou quelque pratique utile dont nous n'ayons pas encore parlé.

NOTE SUR LE DISCOURS PRÉLIMINAIRE.

Des Paranatellons.

Il n'est pas besoin d'indiquer aux astronomes les raisons qui s'opposent à l'exactitude qu'on pourrait supposer à ce genre d'observations ; il suffirait de la réfraction pour les rendre essentiellement vicieuses. Quand on aperçoit au même instant deux étoiles à l'horizon astronomique, elles sont toutes deux abaissées de 34 à 35′ au-dessous de cet horizon, qui d'ailleurs est masqué le plus souvent ou défiguré par les aspérités du globe terrestre. Ce dernier inconvénient n'aurait pas lieu sur mer, mais l'élévation de l'œil au-dessus du niveau, produirait une autre erreur, dont on n'est pas plus exempt sur terre et moins encore au haut d'une tour.

Pour observer des paranatellons véritables, il faudrait avoir un instrument composé d'un axe bien vertical et d'une lunette qui ferait sur cet axe un angle de 89°31′ environ. Cette lunette, en tournant azimutalement, servirait à observer le passage des étoiles par l'almicantarat qui est de 29′ au-dessus de l'horizon astronomique. Ce passage apparent a lieu toujours au moment du passage réel par le plan de l'horizon. On éluderait ainsi la réfraction astronomique moyenne. On n'aurait plus à craindre que la réfraction terrestre, qui peut aller à 2 ou 3′ environ.

Or, les anciens n'avaient aucune idée de ces réfractions ; ils n'avaient pas de lunettes ; il n'est pas même dit qu'ils se servissent de cercle ni d'alidade, pour viser à l'étoile qui se levait ou se couchait. Ils regardaient l'horizon de leur observatoire, sans s'inquiéter ni de ses irrégularités, ni de la hauteur de l'œil ; ils attendaient que l'astre parût, mais ils ne pouvaient en saisir bien exactement la première apparition. Il est très probable que toutes leurs observations se faisaient trop tard. Il aurait fallu plusieurs observateurs pour des levers ou couchers vraiment simultanés. Ce ne serait pas une objection, les prêtres de Bélus auraient pu se réunir en nombre suffisant, mais tous ces observateurs auraient veillé long-tems sans obtenir une seule paire d'observations vraiment simultanées.

Il est à la vérité très facile que deux étoiles, par la révolution diurne, arrivent au même instant à un même horizon. Par deux étoiles quelconques, on peut toujours concevoir un grand cercle ; on peut considérer ce cercle comme un horizon ; mais, sans un hasard extrêmement rare, cet horizon ne sera pas celui de nos observateurs.

Les observations de levers simultanés pour un horizon donné, doivent donc être bien peu communes ; il n'est donc pas étonnant qu'on n'en trouve aucun exemple dans les écrits des anciens qui, n'en ayant jamais aperçu, n'y ont peut-être jamais songé.

Mais ce qui est infiniment rare pour deux étoiles, qui ne sont que des points lumineux, est au contraire très facile, et se voit à chaque instant pour deux constellations qui ont une étendue de 20 à 30 ou même 40°. Toutes les fois qu'une constellation paraît à l'horizon, on est sûr d'en apercevoir au même intant plusieurs autres. Chacune de ces constellations a l'un de ses points à l'horizon véritable, et par conséquent à 29′ de hauteur apparente ; chacune a donc un point qui est le paranatellon d'une ou plusieurs autres; mais ces points varient à chaque instant, le plus souvent ils n'ont point d'étoiles; il est donc impossible de les observer; on n'est certain que d'une chose, c'est que plusieurs constellations sont coupées en même tems par l'horizon en parties plus ou moins inégales. Tout ce qu'on peut observer à peu près, c'est que depuis le lever de la première étoile un peu remarquable, jusqu'à celui de la dernière, on a vu paraître ou disparaître successivement un certain nombre d'étoiles qui appartiennent à d'autres constellations. Pour faire en ce genre des remarques dont il fût possible de tirer quelque parti, il faudrait une excellente pendule, pour marquer l'instant de chaque passage au fil horizontal de la lunette; mais les calculs seraient immenses. Hipparque est le seul qui nous ait laissé quelque chose de semblable à peu près. Mais il n'avait ni pendule ni lunette, ni même aucun instrument peut-être. Le plus souvent au lieu de comparer deux levers, il compare les levers aux passages par le méridien; il nous dit à peu près combien de tems une constellation emploie à se lever toute entière, et quelles étoiles remarquables passent en même tems au méridien. De ses observations mêmes, il nous a été impossible de rien tirer qui fût un peu précis. Les observations plus anciennes étaient bien autrement défectueuses. Les paranatellons pouvaient donner le tems à une demi-heure près; c'était beaucoup alors; on n'imaginait encore rien de mieux. Ils pouvaient servir à l'Astrologie, et c'est dans cette vue peut-être qu'on les observait en Asie. Les anciens ne nous ont donc laissé aucun paranatellon d'étoiles; ils n'ont même transmis que d'une manière fort vague leurs paranatellons de constellations. Il n'y a aucun moyen d'établir le moindre calcul.

Cependant, quelque grossières que fussent ces observations, en les répétant pendant une longue suite de siècles, on pouvait à la fin y entrevoir quelques changemens.

Les mouvemens de précession, les variations de l'obliquité, celles des longitudes et des latitudes de toutes les étoiles, ajoutent encore à la complication du problème et à l'impossibilité de le résoudre même à peu près. En négligeant ces dernières variations, peu considérables en comparaison de la première, et qui disparaissent parmi toutes les incertitudes de l'observation, j'ai voulu voir ce qu'on pourrait tirer du lever simultané de deux étoiles, si par hasard on en pouvait découvrir une observation sur laquelle on pût un peu compter. J'ai vu qu'on en déduirait à peu près l'époque, si l'on connaissait le lieu de l'observation, ou le lieu de l'observation, si l'on connaissait bien l'époque; et qu'en réunissant deux couples d'observations partielles, on obtiendrait sans beaucoup de peine le lieu et l'époque qui les accorderaient. Les deux méthodes que j'applique à ce problème, n'emploient ni ascensions droites, ni déclinaisons; elles n'ont été mentionnées par aucun astronome, c'est ce qui m'engage à les placer ici.

Soit (fig. 170) ♈AL l'écliptique qui coupe en A l'horizon inconnu OAR. De tous les points de l'écliptique, comme E, F, on peut mener à l'horizon des cercles de latitude EH, FG; les étoiles G et H seront ensemble à l'horizon vrai, et paraîtront élevées de 29′ à fort peu près. Ces étoiles, si elles ont pu être observées, seront de 1re, 2e, 3e grandeur, et si l'on veut de quatrième. Elles seront dans les catalogues; on en connaîtra les latitudes, que nous supposerons constantes. On en connaîtra les longitudes, ou du moins les différences de longitude EF qui sont invariables, puisque la précession est la même pour toutes les étoiles.

Pour donner plus de généralité à nos formules, nous supposerons les latitudes boréáles positives; nous aurons

$$\text{tang}\,\lambda = \text{tang EH} = \text{tang A sin AE} = \text{tang A sin}\,(\Upsilon E - \Upsilon A)\,,$$

$$\text{tang}\,\lambda' = \text{tang FG} = \text{tang A sin AF} = \text{tang A sin}\,(\Upsilon F - \Upsilon A)\,,$$

$$\text{tang}\lambda' : \text{tang}\lambda :: \sin(\Upsilon F - \Upsilon A) : \sin(\Upsilon E - \Upsilon A)\,,$$

$$\text{tang}\lambda' + \text{tang}\lambda : \text{tang}\lambda' - \text{tang}\lambda :: \sin(\Upsilon F - \Upsilon A) + \sin(\Upsilon E - \Upsilon A) : \sin(\Upsilon F - \Upsilon A) - \sin(\Upsilon E - \Upsilon A),$$

$$\sin(\lambda' + \lambda) : \sin(\lambda' - \lambda) :: \text{tang}\tfrac{1}{2}(\Upsilon F - \Upsilon A + \Upsilon E - \Upsilon A) : \text{tang}\tfrac{1}{2}(\Upsilon F - \Upsilon A - \Upsilon E + \Upsilon A)$$

$$:: \text{tang}\left(\frac{\Upsilon F + \Upsilon E}{2} - \Upsilon A\right) : \text{tang}\tfrac{1}{2}(\Upsilon F - \Upsilon E)$$

$$:: \text{tang}\left(\frac{L' + L}{2} - L''\right) : \text{tang}\tfrac{1}{2}(L' - L)\,,$$

$$\text{tang}\left(\frac{L' + L}{2} - L''\right) = \frac{\sin(\lambda' + \lambda)}{\sin(\lambda' - \lambda)}\,\text{tang}\tfrac{1}{2}(L' - L)\,\ldots\ldots\ldots(1).$$

Tout est connu dans le second membre, tout y est constant; on connaîtra donc $\left(\frac{L' + L}{2} - L''\right)$ et $L'' = \Upsilon A$. Il est vrai que $\left(\frac{L' + L}{2}\right)$ augmente de 50″ par an; mais L'' augmente de même. On pourra donc prendre L' et L dans un catalogue quelconque, on aura L'' pour la même époque; il n'y aurait d'erreurs que celles qui viendraient des petites variations que nous sommes convenus de négliger.

Nous aurons ensuite

$$\text{tang A} = \frac{\text{tang}\,\lambda}{\sin(L - L'')} = \frac{\text{tang}\,\lambda'}{\sin(L' - L'')}\,\ldots\ldots\ldots(2).$$

Soit ΥQ l'équateur, le triangle ΥQA donne

$$\cos \Upsilon QA = \cos \Upsilon A \sin \Upsilon \sin A - \cos \Upsilon \cos A = \cos L'' \sin\omega \sin A - \cos\omega \cos A = \cos(90^\circ - H)\ldots(3).$$

Si ΥQA est obtus, nous aurons $H = \Upsilon QA - 90^\circ$;
Si ΥQA est aigu, nous aurons $H = 90^\circ - \Upsilon QA$.

Si vous connaissez l'époque de l'observation, vous saurez la précession que vous devez appliquer à la longitude L'' pour la réduire de l'époque du catalogue à celle de l'observation; vous aurez donc H ou la hauteur du pôle pour le lieu où l'observation aura été possible.

Si vous connaissez le lieu, vous aurez

$$\cos L'' = \frac{\cos\omega \cos A - \sin H}{\sin\omega \sin A} = \cot\omega \cot A - \sin H \,\text{coséc}\,\omega\,\text{coséc}\,A.$$

Cette valeur de L'', comparée à celle qu'aura donnée l'équation (1), vous donnera l'époque de l'observation. Soit L''_1 la seconde valeur, $(L''_1 - L'')$ sera la précession qui rendra l'observation possible sur le parallèle choisi; car L'' se rapporte à l'époque du catalogue où vous avez pris L et L'.

Pour exemple prenons α du Taureau et α de la grande Ourse.

Suivant le catalogue de Berlin pour 1800 $\quad \alpha$ ♉ $= L = 2^s\ 6°59'40''$

α Ourse $= L' = 4.12.23.\ 0$

$$\lambda = -\ 5°29'\ 0'' \qquad L' - L = 2.\ 5.23.20$$
$$\lambda' = +\ 49.40.10 \qquad L' + L = 6.19.22.40$$
$$\lambda' + \lambda = 44.11.10 \qquad \tfrac{1}{2}(L' - L) = 1.\ 2.41.40$$
$$\lambda' - \lambda = 55.\ 9.10 \qquad \tfrac{1}{2}(L' + L) = 3.\ 9.41.20$$

$$\frac{\sin(\lambda' + \lambda)\,\mathrm{tang}\,\frac{1}{2}(L' - L)}{\sin(\lambda' - \lambda)} = \mathrm{tang}\left(\frac{L' + L}{2} - L''\right) = 28.35.44$$

$$\tfrac{1}{2}(L' + L) - \left(\frac{L' + L}{2} - L\right)\ L'' = 2.11.\ 5.36$$
$$L = 2.\ 6.59.40$$
$$L - L'' = -\ 4.\ 5.56$$
$$L' - L = 2.\ 1.17.24$$

$$\cos \Upsilon QA = \cos L'' \sin \alpha \sin A - \cos \alpha \cos A = -\ 0.444336 = \cos 116.22.51$$

ôtez.................... 90

il restera................ $H = 26.22.51$;

ainsi en l'an 1800, l'observation aurait été possible sur le parallèle $26°22'51''$

ce qui n'est pas bien éloigné du parallèle de Thèbes, qui est par $25.43.\ 0$

La différence n'est que de.............................. 39.51.

Cherchons maintenant en quelle année l'observation aura été possible à Thèbes, et supposons $H = 25°43'$; nous aurons $\cos L'' = \cos 2.\ 9.\ 6.22 = L''$

$2.11.\ 5.36 = L''_1$

Précession $= L'' - L''_1 = 1.59.14$.

Il fallait que L'' fût plus petite de $1°59'14''$, qui valent environ $142\frac{1}{2}$ ans

à ôter de...................................... 1800

époque...................................... $1657\frac{1}{2}$;

il fallait donc que L'', L' et L fussent moins avancées; ainsi l'époque cherchée est l'an 1657. L'observation n'aurait donc pu être faite dans l'ancienne Égypte, elle ne pourrait se trouver sur les bas-reliefs d'Esné.

Par un calcul tout semblable, j'ai reconnu que α ♉ et β du Cocher, se sont trouvés en 1800 ensemble à l'horizon sur le parallèle $26°22'51''$, et s'y trouveront en 1922 sur le parallèle de Thèbes. En me servant d'un globe de Messier d'un pied de diamètre, composé pour 1800, j'avais ainsi trouvé plusieurs couples d'étoiles qui se montraient ensemble à un horizon sur lequel le pôle était élevé de 26° environ.

Ainsi, en 1657, on aurait pu voir α ♉ et α de la grande Ourse se lever simultanément; en 1922, sur le même parallèle, on verrait α ♉ se lever avec β du Cocher; on en pourrait conclure quelque changement dans les positions des étoiles; mais il y a grande apparence que ce calcul aurait passé la portée des anciens Égyptiens. Ce changement ne donne aucun indice bien clair du mouvement de précession. On a donc pu remarquer quelque changement dans les paranatellons, mais il a dû être impossible d'en déterminer ni les lois ni la cause.

On peut envisager et résoudre le problème d'une autre manière.

Soit (fig. 171) AB un arc de grand cercle mené par deux étoiles connues A et B, p le pôle de l'écliptique; si l'on suppose les latitudes invariables, les distances polaires pA, pB, seront constantes, ainsi que la différence ApB des longitudes; les trois côtés et les trois angles seront constans, ainsi que la perpendiculaire pR. Que AB soit l'horizon d'un lieu, nous aurons pR, hauteur du pôle de l'écliptique sur cet horizon, à l'instant du lever des deux étoiles.

Continuez pA, pR et pB jusqu'à 90° en a, r, b, l'arc de grand cercle braO, décrit du pôle p, sera l'écliptique; O sera le point ascendant; $\mathrm{RO}r = \mathrm{R}r = 90° - p\mathrm{R}$ = hauteur du nonagésime = angle de l'écliptique Ob avec l'horizon OAB. Nous aurons

$$\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\mathrm{A}+\mathrm{B}) = \frac{\cot\frac{1}{2}\mathrm{A}p\mathrm{B}\cos\frac{1}{2}(p\mathrm{B}-p\mathrm{A})}{\cos\frac{1}{2}(p\mathrm{B}+p\mathrm{A})},\quad \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\mathrm{A}-\mathrm{B}) = \frac{\cot\frac{1}{2}\mathrm{A}p\mathrm{B}\sin\frac{1}{2}(p\mathrm{B}-p\mathrm{A})}{\sin\frac{1}{2}(p\mathrm{B}-p\mathrm{A})};$$

$$\cos \mathrm{RO}r = \sin p\mathrm{R} = \sin \mathrm{A} \sin p\mathrm{A} = \sin \mathrm{B} \sin p\mathrm{B},\quad \cot \mathrm{A}p\mathrm{R} = \operatorname{tang} \mathrm{A} \cos p\mathrm{A},$$

$$\cot \mathrm{B}p\mathrm{R} = \operatorname{tang} \mathrm{B} \cos p\mathrm{B},\quad \mathrm{A}p\mathrm{R} + \mathrm{R}p\mathrm{B} = \mathrm{A}p\mathrm{B}.$$

longit. de R = longit. A + ApR = long. B − BpR.

longit. de O = longit. de R − 90° = longit. de l'ascendant = L″,

O sera le pôle de pr; $\mathrm{O}p\mathrm{R} = \mathrm{OR}p = \mathrm{OR}r = \mathrm{O}rp = 90°$;

sin OF tang O = tang DF = latit. du point D de l'horiz. pour un point quelconque F de l'éclipt.

Toutes ces longitudes seront pour l'époque du catalogue où l'on aura pris celles de A et de B. Il reste à trouver le pôle de l'équateur, qui décrit d'un mouvement rétrograde le petit cercle InSm, sur lequel il fait 50″,2 par an. Sa longitude est constamment de 90°, car le colure des solstices passe par les pôles p et P de l'écliptique et de l'équateur. On connaît par ce qui précède la longitude du point I. La différence de cette longitude à 90° sera l'arc IP. Si cet arc est = 0, le pôle sera en I, à sa plus petite hauteur possible sur AB considéré comme un horizon.

Nous avons l'angle ROr, et nous savons que c'est l'angle que l'écliptique fait avec l'horizon; nous aurons

$$\cos(90 + \mathrm{H}) = \cos \mathrm{L}'' \sin \omega \sin \mathrm{RO}r - \cos \omega \cos \mathrm{RO}r;$$

nous aurons donc H comme dans le problème précédent par L″, ou nous aurons L″ par H.

En appliquant ces formules à l'exemple précédent, j'ai retrouvé à la seconde les mêmes longitudes et les mêmes angles. Le calcul seulement est un peu plus long.

Nous pourrions ainsi déterminer les époques des anciennes observations ou les latitudes sous lesquelles elles auraient été faites, et nous aurions, par un petit nombre d'essais, l'époque et la hauteur du pôle, si nous trouvions seulement deux couples d'étoiles ainsi observées à une même époque. Mais, après avoir disposé et vérifié les méthodes l'une par l'autre, je n'ai pu trouver, dans toute l'antiquité, un seul exemple auquel il me fût permis de les appliquer. Si j'en eusse rencontré, on ne doutera pas de l'empressement que j'aurais mis à les calculer. Mais je n'ai rien découvert qui me convînt; ceux qui ne calculent rien, se montrent moins difficiles.

Bas-reliefs d'Esné et de Dendérah.

Je les ai comparés à un globe monté à la latitude de $25°\frac{3}{4}$, et dont les pôles mobiles avaient été avancés à la position qu'ils devaient avoir à l'époque présumée des observations. J'ai trouvé des choses qu'il était possible de faire accorder avec les levers du faux Ératosthène, et d'autres qu'il m'a paru impossible de concilier. MM. Jollois et de Villiers, avec des globes construits avec beaucoup plus de soin, ont reconnu des erreurs palpables dans l'auteur grec. Les globes à pôles mobiles ne sont pas communs, et le plus souvent ils sont assez grossièrement construits. Le calcul n'est pas aussi long qu'on pourrait le penser, il donnerait beaucoup plus de certitude et de précision; on aurait vérifié tout Ératosthène en beaucoup moins de tems qu'il n'en faudrait à l'artiste pour ébaucher son globe.

Pour abréger autant qu'il était possible, j'avais écrit une table où je trouvais pour tous les siècles, depuis l'an —2300 jusqu'à l'an 1800, l'obliquité de l'écliptique, en supposant la variation séculaire de 48″; les observations m'ont donné de 42″ à 48″ et jamais davantage. A côté de l'obliquité, j'avais mis la précession pour chaque siècle, en supposant la variation de 50″,2 par année.

Cela posé, voulez-vous vérifier les levers du faux Ératosthène, en leur assignant une époque quelconque, par exemple —2300? il suffira de chercher la précession pour l'intervalle; ainsi pour α du Taureau

$$\begin{array}{lrl}
\text{Longitude en 1800}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & L_1 = & 2^s\ 6°59'40'' \\
\text{Précession pour } -2300\ldots\ldots\ldots\ldots & = & \underline{1.27.10.20} \\
\text{Longitude en } -2300\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & L = & 9.49.20
\end{array}$$

$$\lambda = -5°29', \quad \omega = 24°0'44'';$$

cette obliquité se trouve par hasard celle qui nous vient des traditions les plus anciennes, c'est-à-dire des plus mauvaises observations qu'on ait jamais faites, si tant est qu'on observât à cette époque.

$$\begin{array}{rcl}
\text{tang Æ} = \cos\omega \,\text{tang}\, L - \dfrac{\sin\omega \,\text{tang}\,\lambda}{\cos L} & = & 11°11'17'' \\
\sin D = \sin L \sin\omega \cos\lambda + \cos\omega \sin\lambda & = - & 1,\ 2.32 \\
\sin d\text{Æ} = \sin \text{différ. ascensionnelle} = \text{tang}\, D \,\text{tang}\, H & = - & 0.30.\ 7 \\
\text{ascension oblique} = \text{Æ} - d\text{Æ} & = & 11.41.24 \\
\text{milieu du ciel} = \text{ascension obliq.} - 3^s & = & 9.11.41.24 = M \\
\cot \text{nonagésime} = \cot n = \cos\omega \,\text{tang}\, M + \dfrac{\sin\omega \,\text{tang}\, H}{\cos M} & = & 9.16.10.30 \\
\text{ajoutez } 3^s\text{, ascendant} & = & 0.16.10.30
\end{array}$$

$$\cos O = \cos \text{haut. nonagés.} = \cos\omega \sin H - \sin\omega \cos H \sin M = \cos 40°56'30''$$

$$\begin{array}{rl}
\text{Pour vérification, tang}\,\lambda \cot O = \sin dL = & 6°21'10'' \\
L = & \underline{9.49.20} \\
\text{comme ci-dessus, ascendant}\ldots\ldots\ldots\ldots = & 16.10.30
\end{array}$$

dL se retrancherait pour une étoile boréale, ou bien dL s'ajoute à l'ascendant pour une étoile boréale, et l'on retrouve la longitude.

Ces préparatifs paraîtront un peu longs, mais ils sont très faciles. De cette manière, vous n'aurez besoin que des longitudes et des latitudes des étoiles, pour reconnaître celles qui sont visibles d'avec celles qui sont sous l'horizon. Mais le catalogue ne donnerait ces longitudes que pour 1800, et nous avons l'ascendant pour l'an — 2300. Pour abréger, et puisqu'il ne s'agit que de longitudes relatives, et non de longitudes absolues, nous ajouterons la précession $1^s 27° 10' 50''$ à l'ascendant $0^s 16° 10' 30''$; il deviendra $2^s 13° 21' 20''$, et nous pourrons employer le catalogue pour 1800.

Ératosthène nous dit que Persée paraît tout entier, quand le Taureau se lève. Prenons le pied ζ.

$$\begin{array}{lll} \text{Ascendant.... } = O = & 2.13.21.20 & \\ \zeta \text{ Persée..... } = L = & 2.\ 0.20.\ 0... & \lambda = + 11°18' \\ \hline (\text{fig. } 172)\ (O - L) = & 13.\ 1.20. & \end{array}$$

Soit O l'ascendant, AB l'écliptique, l'angle $O = 40° 56' 30''$ ci-dessus.

$$\begin{aligned} \tang BC = \tang O \sin OB = \tang O \sin (O - L) &= 11°\ 3'\ 8'' \\ \lambda = B\zeta &= 11.18 \\ C\zeta &= 22.21.8; \end{aligned}$$

il était évident sans calcul que le point ζ était fort élevé, puisque la longitude B de ζ est moindre que celle de l'ascendant, et que de plus la latitude est boréale. Mais voulez-vous la hauteur ζa?

$$\cos C = \cos OB \sin O = \cos (O - L) \sin O,\ \sin \zeta a = \sin C \sin C\zeta = 17° 1' 13'';$$

l'étoile la plus basse de Persée était donc élevée de 17° sur l'horizon. Ératosthène ajoute le pied gauche du Cocher, ce serait pour nous β du Taureau. Par un calcul tout semblable, si ce n'est que β est plus avancé en longitude que l'ascendant O (ce qui prouve que β serait couché sans la latitude boréale $b\beta$), je trouve

$$\begin{aligned} bc &= 5°\ 4'\ 10'' \\ b\beta &= 5.20 \\ c\beta &= 0.17.50 \quad \text{et} \quad \beta d = 0° 13' 31''. \end{aligned}$$

Ceci pourrait passer pour un lever et pour une bonne observation, s'il n'y avait pas un peu de hasard, et si ce qui suit ne prouvait clairement qu'il s'agit du pied droit, plus élevé de quelques degrés. En effet, l'auteur appelle *main gauche* celle qui soutient la Chèvre avec les Chevreaux. Le pied gauche est donc celui qui est du côté de la main gauche. Or, si ce pied est élevé de quelques degrés, les Chevreaux et sur-tout la Chèvre, le seront bien davantage. L'auteur ajoute la *crête et la queue de la Baleine*. Je trouve que β de la Baleine est élevé de 18°39', α presque autant; toute la Baleine doit être visible. Ce ne sont pas là des observations.

Enfin Eratosthène nous dit que l'Arctophylax se couche avec la première *partie* du Bélier. Cela devrait signifier qu'il se couche quand le premier degré du Bélier se lève. Il est évident que le Bélier qui est au-dessus de la Baleine, est fort élevé; laissons donc là le Bélier, et voyons Arcturus.

Je trouve Arcturus 3° 2' au-dessous de l'horizon, mais on voit la cuisse, la ceinture, les épaules et la tête.

Voilà tout ce qui concerne le Taureau. Des indications si vagues conviennent également à plusieurs climats et à plusieurs époques. Au reste, on voit qu'il suffirait d'une page de calcul pour chaque signe.

Quand les Gémeaux se lèvent, on voit lever l'*Eridan*, la *Baleine* (que nous avons vue déjà levée toute entière), *Orion* qui en effet montre les épaules, *Ophiuchus se couche jusqu'aux genoux*. Ce dernier point conviendrait mieux au lever d'Aldébaran. Tout calcul est inutile.

Quand le Bélier se lève, on voit lever la tête et les épaules de Persée (indication passable), la partie gauche d'Andromède (mais Andromède est au-dessus du Bélier, elle est donc sensiblement élevée et visible toute entière), l'Autel se couche (ce qui pourrait être assez vrai), aussi bien que le Bouvier (pour cette constellation elle est toute entière au-dessus de l'horizon. Il veut dire apparemment qu'elle est vers le couchant): rien dans tout cela qui vaille le moindre calcul.

Pour le Cancer, au lieu de mettre à l'horizon la Nébuleuse, je mets δ ou l'Ane austral qui n'en diffère que de peu de chose, et qui est plus aisé à voir. Le grec dit qu'Orion se lève tout entier; le calcul en effet montre que le pied (Rigel) est élevé de plusieurs degrés, qu'on voit Orion tout entier avec une grande partie de l'Eridan; que ζ de la Couronne est visible, mais que la plus grande partie est déjà couchée; que Fomalhaut est encore visible à l'occident, ainsi que le grand Poisson presque tout entier; enfin que la tête du Bouvier est encore visible. Tout va bien jusqu'ici, mais le grec nous dit que le cou du Serpent est sur l'horizon, tandis qu'on ne voit tout au plus que le bout de la queue. Ophiuchus est caché en entier, quoique le grec nous en montre les épaules et la tête; il y a donc de la justesse en quelques points et plusieurs choses incohérentes, car les premières étant admises, les autres deviennent impossibles. Ces fautes n'ont pu être commises que par un compilateur; un observateur n'aurait pu tomber dans de pareilles méprises, pour peu qu'il eût quelque connaissance des constellations.

Régulus étant à l'horizon, la tête de l'Hydre est élevée de $9^\circ\frac{1}{2}$; ainsi la Licorne et Procyon tout entier sont autant ou plus élevés. Il est vrai de dire que le reste du Bouvier se couche, quoique lentement. Ces dernières étoiles du Bouvier ne seront plus élevées que de quelques degrés. La Couronne ne se couche pas, elle est entièrement couchée. Ophiuchus et le Serpent l'étaient déjà au lever du Cancer. Les Poissons sont fort élevés; il est à croire que l'auteur parle du grand Poisson. Il y a méprise, quand il dit que la Baleine est toute entière sur l'horizon. La cuisse d'Hercule est encore élevée de près de 5°.

On voit donc des choses qui vont aussi bien qu'on puisse le désirer et d'autres qui paraissent contradictoires; il est à croire que l'auteur a voulu nous indiquer les constellations qui sont visibles, non quand Régulus est à l'horizon, mais quand les différentes parties du Lion se lèvent, et à cet égard il n'est entré dans aucun détail, en sorte qu'on ne peut obtenir que quelques aperçus et nulle conséquence un peu rigoureuse.

Les auteurs du Mémoire avaient mis d'abord l'Épi de la Vierge à l'horizon; ils ont cru voir qu'on ferait mieux d'y mettre la tête. Or, entre la tête et l'Épi, il y a presque 30° de différence en longitude. Ce seraient donc deux signes différens, et rien ne peut lever bien sûrement une équivoque de cette importance. Ne faudrait-il pas mettre à l'horizon γ qui est à l'angle d'une équerre qui m'a toujours paru faire une partie très remarquable de la constellation et même de tout le zodiaque. Cette équerre est formée des étoiles β, η, γ, δ et ε, ou προτρυγητής.

En y mettant γ à l'horizon, le milieu de la Coupe se trouve à près de 6° de hauteur, ainsi la Coupe est bien visible. Les pieds de derrière du grand Chien sont à plus de 20° de hauteur; pour les rapprocher de l'horizon, il faudrait y mettre la tête de la Vierge; la poupe est bien visible, on apercevrait presque Canobus.

Pour faire coucher la Lyre, il ne suffirait pas encore de mettre la tête à l'horizon, la Lyre est à 10° au-dessous; le Dauphin et la Flèche sont bien plus enfoncés, et ne figurent là que par méprise. La queue du Cygne est sous l'horizon et ne saurait s'y ramener, sans substituer la tête à γ. Pour l'Eridan, on le voit presque tout entier. On ne sait pas précisément où Eratosthène le bornait. Il n'y a donc ni objection, ni certitude sur ce point. Pour le cou du Cheval, il faudrait amener à l'horizon la tête de la Vierge et celle du Cheval serait encore couchée.

Il faut encore en revenir à croire, ce qui est fort vraisemblable, qu'Eratosthène a nommé toutes les constellations qui paraissent ou disparaissent depuis que la queue du Lion a paru, jusqu'à ce que l'Epi vienne à son tour.

Les Serres sont un des signes les plus détaillés. *Le Bouvier paraît tout entier;* en effet il est étendu parallèlement à l'horizon. *La Couronne* (elle est au-dessous du Bouvier); *le Navire tout entier* (en effet Canobus est visible); *l'Hydre*, *le Loup*, *le Corbeau* (la queue même est élevée de plusieurs degrés); *la jambe droite d'Hercule* (on la voit toute entière); *le bout de la queue du Centaure* (les pieds de derrière sont même élevés sur l'horizon). Παρεῖται κρατὴρ, Κόραξ, *il a omis la Coupe et le Corbeau.* (Il faut savoir que l'auteur grec s'est proposé principalement de réparer les omissions d'Aratus; ainsi, quand il vient d'ajouter le nom de quelques constellations omises, il en avertit par le mot παρεῖται.) *Le reste du Cheval se couche ainsi que la queue du grand Oiseau* (tout cela est couché depuis long-tems); *la tête d'Andromède* (elle est déjà bien enfoncée); *la Baleine jusqu'à la crète* (voilà ce qu'il y a de plus juste); *la tête, les épaules et les mains de Céphée* (ceci est encore juste. D'après cet examen fait avec le globe, il serait bien inutile d'entreprendre aucun calcul).

Avec le Scorpion, on voit lever *la dernière moitié de la Couronne.* Elle était déjà sur l'horizon avec les Serres. *La queue de l'Hydre.* Même remarque. *Le corps et la tête du Centaure.* Les pieds de devant sont déjà visibles. *Le Loup.* On le voit tout entier près de l'horizon.

La tête et la main d'Ophiuchus. On voit la main, la tête va paraître; ces levers ne sont pas simultanés. *Hercule tout entier, sauf la tête et la main gauche.* La tête est visible, mais non la main, si nous maintenons Antarès à l'horizon. *Le Fleuve se couche en entier.* Cela est juste. *Orion à peu près.* Il paraît tout entier étendu sur l'horizon. Le grec veut dire peut-être qu'il est prêt à disparaître. *La crête de la Baleine.* Elle est enfoncée bien avant. *Andromède et le Triangle.* On est bien étonné de les voir ici mentionnés. *Cassiépée.* On voit son marche-pied. *Céphée de la tête à la ceinture.* Cela est exact.

Avec le Sagittaire, on voit lever *le corps d'Ophiuchus et le reste du Serpent.* Ces derniers mots suffisaient. *La tête et la main gauche d'Hercule* (voyez le Scorpion). *La Lyre.* Elle est visible en entier. *Céphée.* Pas tout entier. *Le Chien se couche en entier.* Cela est vrai, mais ne peut être instantané. *Orion et le Lièvre.* Ils sont déjà bien enfoncés. *Le Cocher, sauf la jambe gauche et la main sur laquelle est la Chèvre.* On ne voit que l'épaule droite et la tête. *Persée, sauf le pied droit.* Tout est couché depuis long-tems. *La proue d'Argo.* On en voit encore partie. *Procyon.* Il est visible tout entier. Mais faites lever le reste du Sagittaire, et vous aurez ce que vous voudrez. Nous avons mis l'arc un peu au-dessus de l'horizon.

Avec le Capricorne, *on voit lever l'Aigle tout entier.* Il est déjà levé. *La Flèche et l'Autel et le Dauphin.* Même remarque. *On voit encore le reste du Cocher.* Il est bien enfoncé sous l'horizon. *Argo en entier.* De même. *L'Hydre jusqu'à la Coupe.* Il faut pour cela amener à l'horizon les étoiles de la queue. *Les pieds de derrière du Cocher.* Ceci est exact.

Avec le Verseau, on voit lever *la tête et les pieds de devant du Cheval.* Cela est exact. *Cassiépée est omise par Aratus.* C'est qu'elle a disparu. *Les parties de derrière du Centaure se couchent.* Ce qui est assez juste. *L'Hydre, la Coupe jusqu'au Corbeau.* C'est un peu trop dire. Pour faire coucher le Corbeau, il faut faire lever le Verseau tout entier. Tout prouve que ces paranatellons ne sont pas instantanés, et par conséquent ne signifient rien.

Avec les Poissons, on voit lever *le grand Poisson austral non tout entier.* Cela dépend de la partie qu'on met à l'horizon. *La partie droite d'Andromède.* A peu près juste. *Le Centaure entier se couche.* Il faut pour cela que les deux Poissons soient levés. *L'Hydre, le Corbeau et la Coupe.* C'est selon le point qu'on met à l'horizon.

Avec le Bélier, on voit lever *la tête et les épaules de Persée.* A peu près jusqu'à la ceinture. *Le côté gauche d'Andromède.* Elle est toute entière assez élevée sur l'horizon. *Le triangle omis.* Il est entre le Bélier et Andromède. *L'Autel se couche.* Cela est exact. *Le Bouvier aussi.* Il est encore tout entier fort élevé sur l'horizon, et ne commencera pas encore de sitôt à se coucher.

Usage du globe moderne pour ces vérifications.

Quand on a trouvé par le calcul que deux étoiles sont à très peu près dans l'horizon; ou bien quand on a une étoile et l'ascendant sur l'écliptique de 1800, on peut se servir du globe moderne pour voir d'un coup-d'œil la situation du ciel tout entier. Ainsi pour α du Taureau, nous voyons que cette étoile et β de la même constellation, se trouvent ensemble à l'horizon à quelques minutes près, et qu'Arcturus est enfoncé seulement de 3°. Mettez Aldébaran à l'horizon du globe moderne, élevez le pôle de manière que β soit élevé de $\frac{1}{2}$ de degré, et Arcturus caché par l'épaisseur de l'horizon, et sans vous inquiéter de la position de l'équateur, ni de son pôle, toutes les étoiles seront placées par rapport à l'horizon, et vous pourrez vérifier l'ensemble des phénomènes décrits par l'auteur grec. Ainsi, en plaçant à l'horizon γ des Gémeaux, nous avons trouvé qu'Orion montrait les épaules; nous pouvons donc mettre à l'horizon γ des Gémeaux avec α d'Orion, et nous aurons à fort peu près la position relative de l'horizon et de l'écliptique. Il suffira encore du point orient et de l'angle que l'écliptique y fait avec l'horizon. Prenez le point nonagésime qui est toujours de 90° moins avancé que le point orient, et à l'aide du vertical mobile du globe, élevez le nonagésime d'un angle égal à celui de l'orient; l'écliptique sera placée, et vous connaîtrez toute la partie visible du ciel.

Ainsi pour le Cancer, le point orient est $4^s 5° 55'$, ou $4^s 6°$, et la hauteur du nonagésime 52° 53′ ou 53° environ. Elevez le point 1ˢ 6° de l'écliptique de 53°, et le globe sera placé. C'est de cette manière que j'ai vérifié sur un globe d'un pied de diamètre pour 1800, les résultats de mes calculs trigonométriques, et que j'ai complété ces résultats que j'avais d'abord comparés aux positions données par un globe à pôles mobiles de neuf pouces seulement de diamètre et beaucoup moins bien exécuté.

Au zéro de l'écliptique de 1800, ajoutez la précession pour l'intervalle écoulé depuis une année ancienne quelconque, vous aurez l'ancien point équinoxial. A ce point, faites l'angle égal à l'obliquité de ce tems ancien, et vous aurez la position de l'équateur. Un arc de 90° élevé perpendiculairement sur un point quelconque de l'équateur, vous en donnera le pôle.

Ou plus simplement encore : pour vérifier les auteurs anciens, mettez à l'horizon deux des points que ces auteurs vous indiquent, et vous verrez d'un coup-d'œil, si leurs autres indications sont compatibles avec les premières. Ainsi l'on pourra se convaincre sans travail et sans frais que toutes ces anciennes traditions, recueillies par des amateurs qui n'étaient nullement astronomes et qui copiaient tout indifféremment sans examen et sans critique, ne méritent guère la peine qu'on prendrait à les étudier. Voilà pourquoi je n'avais pas cru devoir entreprendre une recherche dont je n'attendais aucune utilité; j'y suis revenu pour convaincre les lecteurs que si je parle peu avantageusement de quelques ouvrages anciens, ce n'est pas sans de bonnes raisons. Il eût été sans doute plus agréable pour moi d'avoir à les vanter; on s'affectionne toujours plus ou moins aux auteurs qu'on a étudiés; il est triste d'avouer qu'on a perdu son tems et sa peine.

Voulez-vous une ample collection des anciens paranatellons, voulez-vous avoir la certitude qu'ils étaient des inventions purement astrologiques, *voyez* Dupuis dans son Traité de la Sphère, tome III de son Origine des Cultes, depuis la page 191 jusqu'à la page 246; vous y trouverez les paranatellons de chacun des décans et même de leurs monomœries, et vous serez tenté de croire que ces monomœries sont des degrés, puisqu'il y en a 30 dans chaque signe. Mais consultez Firmicus, et vous y verrez dans le plus grand détail cette division de chaque signe en 30 parties. Voici par exemple celle du Bélier.

Parties 1 et 2 dans les cornes; 3, 4 et 5 à la tête; 6 et 7 sur la face; 9 et 10 *in ore*; 11 et 12 à la poitrine; 13, 14, et 15 le long du col; 16 et 17 au cœur; 18 et 19 épaule droite; 20, 21 et 22, épaule gauche; 23, 24 et 25, au ventre; 26 et 27 aux pieds de derrière; 28 et 29, aux reins; enfin 30 à la queue. Firmicus, liv 8, ch. III.

On voit que cet ordre n'est ni celui des longitudes, ni celui des levers, et qu'ainsi ces 30 parties ne sont pas des degrés; et cette division vous paraîtra l'ouvrage de charlatans qui n'avaient jamais regardé le ciel, et qui n'avaient aucune idée des constellations véritables.