néraux, les Maladies particulieres aux Pays où il iroit, les Animaux rares, enfin tout ce qui regarde l'Hiſtoire Naturelle.

A peine étoit-il arrivé à Marſeille, qu'en attendant le tems de s'embarquer, il fit des Deſcriptions de quelques Plantes & de quelques Poiſſons de Provence, peu connus, qu'il envoya à l'Académie avec les Deſſeins.

De tous les lieux de l'Archipel, où il alla dans cette année, & d'où il put écrire, il envoya un grand nombre de Deſcriptions & de Deſſeins; & ce qui fait l'éloge & la récompenſe de ſon travail, le Roi ſe les faiſoit montrer, & paroiſſoit y prendre plaiſir.

GEOMETRIE.

SUR LES FORCES CENTRIFUGES.

Voy. les M. pag. 9. 22. 83. & 218.

MONSIEUR Bernoulli, Profeſſeur en Mathématique à Groningue, avoit propoſé ce Problême:

Trouver dans un Plan Vertical une Ligne Courbe, telle qu'un Corps qui la décriroit deſcendant librement, & par ſon propre poids, la preſſât toujours dans chacun de ſes points, avec une force égale à ſa peſanteur abſolue.

A ne conſidérer dans ce Corps que ſa péſanteur, ce Problême ſeroit impoſſible. Car une Courbe n'étant que l'aſſemblage d'une infinité de Lignes droites infiniment petites, qui toutes font certains Angles les unes avec les autres, & la Courbe en queſtion étant ſuppoſée dans un Plan Vertical, chacun de ſes points, hormis peut-être le premier & le dernier, ſeroit comme un petit Plan incliné à l'Horiſon. Or tout le monde ſçait qu'un Corps porté ſur un Plan incliné à l'horiſon, n'y fait pas une impreſſion égale à ſa peſanteur entiére; le Plan incliné eſt d'autant moins chargé qu'il eſt moins incliné; quand il eſt infiniment peu incliné, c'eſt-à-dire, quand il eſt Vertical, il ne ſoutient aucune partie de la charge du poids, & il ne la ſoutient entiere que quand il eſt infiniment incliné, c'eſt-à-dire horiſontal. Ainſi la Courbe que l'on cherche ne pourroit porter toute la charge du poids, que dans les points dont les Tangentes ſeroient horiſontales, en cas qu'elle eût de ſemblables points ; mais dans tous les autres, qui ſeroient de petites droites, toujours différemment inclinées à l'Horiſon, elle ne porteroit qu'une partie du poids, différente ſelon la différente inclinaiſon des Tangentes de ces points. Le Problême ne pourroit donc pas être réſolu.

Mais un Corps, qui par ſon mouvement décrit une Courbe, a encore une autre force différente de ſa peſanteur.

Tous les Corps qui ſe meuvent, tendent à ſe mouvoir en ligne droite, parce que c'eſt la détermination la plus ſimple. S'ils ſe meuvent, par exemple, en rond, il faut qu'il y ait une cauſe qui les y contraigne, & qui les détournant de la Ligne droite à chaque inſtant, & les rechaſſant vers un Centre, les en tienne toujours également éloignés. Si cette contrainte ceſſoit, auſſi-tôt ils s'échaperoient par la Ligne qui ſeroit Tangente de la Courbe au Point où ils ſe trouvoient au moment de leur liberté, & ſuivant toujours cette Ligne droite, ils s'éloigneroient toujours de plus en plus du Centre autour duquel ils tournoient auparavant. C'eſt la reſiſtance qu'ils font à cette force étrangere, c'eſt leur tendance perpétuelle à s'éloigner du Centre de leur mouvement, qu'on appelle Force *Centrifuge*.

L'effet de la Force Centrifuge eſt telle qu'un Corps obligé à décrire un Cercle, le décrit le plus grand qu'il lui eſt poſſible, parce qu'un plus grand Cercle, eſt, pour ainſi dire, moins Cercle, & différe moins d'une Ligne droite, qu'un plus petit. Un Corps ſouffre donc plus de violence, & exerce plus ſa Force Centrifuge, quand il décrit un petit Cercle, que quand il en décrit un grand.

Il en va des autres Courbes, comme des Cercles. Car une Courbe quelle qu'elle ſoit, peut être regardée comme compoſée d'une infinité d'Arcs de Cercles infiniment petits, tous décrits sur des rayons différens, en sorte que dans les endroits où la Courbe a plus de courbure, c'est que les petits Arcs de Cercle sont des portions de plus petits Cercles, & ont été décrits sur de plus petits rayons.

Un Corps qui décrit une Courbe tend donc à chaque instant par sa Force Centrifuge à s'éloigner du point qui est le Centre de l'Arc de Cercle infiniment petit qu'il décrit alors; & cet effort est d'autant plus grand, que cet Arc de Cercle infiniment petit est portion d'un plus petit Cercle.

Ainsi dans une même Courbe, la Force Centrifuge d'un Corps qui la décrit, varie selon les différens points où il se trouve.

Il se pourroit donc faire que dans une Courbe, où l'impression de la pesanteur d'un Corps qui la décriroit, varieroit toujours, la Force Centrifuge variât toujours aussi de telle maniere, que l'une suppléant toujours au défaut de l'autre, ou corrigeant son excès, l'effet des deux ensemble fût toujours égal à la pesanteur absolue du Corps.

C'étoit-là le Problême de M. Bernoulli, & aucun autre Géometre ne l'avoit résolu.

Il dépendoit d'une Théorie exacte des Forces Centrifuges qui n'étoit pas encore assez connue. Pour celle de la pesanteur, qui y étoit nécessaire aussi, elle est suffisamment approfondie.

On sçavoit seulement que la Force Centrifuge d'un Corps est d'autant plus grande, qu'il décrit un plus petit Cercle, qu'il est plus pesant, qu'il tourne avec plus de vîtesse. Mais on ne connoissoit point la mesure ni la regle de ces rapports.

Il est vrai que M. Huguens à la fin de son Traité, *De Horologio Oscillatorio*, avoit donné plusieurs Théorêmes, où il avoit déterminé précisément ces rapports; mais il avoit laissé les Théorêmes sans démonstration. Il s'étoit contenté de faire voir qu'il sçavoit le secret des Forces Centrifuges, mais il ne l'avoit pas voulu découvrir. C'étoit une espéce d'Enigme qu'il avoit proposée aux plus habiles Géometres; l'illustre M. Newton en avoit deviné une partie,

tie, & avoit laissé le reste à deviner à d'autres.

Enfin avec toute la Théorie des Forces Centrifuges, le Problême de M. Bernoulli eût encore été très-difficile. Si des Problêmes, où il n'étoit question que d'appliquer à la Géométrie la simple Théorie ordinaire de la pesanteur, ont tant exercé, & quelquefois inutilement, les plus grands Géométres, à plus forte raison un Problême compliqué de deux Théories différentes, auroit-il pû être embarrassant.

M. le Marquis de l'Hôpital entreprit de vaincre toutes ces difficultés avec le secours de sa Méthode des Infiniment petits, & il semble avoir défié toute autre Méthode d'en pouvoir venir à bout.

Il découvrit d'abord par cette voie la Théorie des Forces Centrifuges dans le Cercle, & en voici la proposition fondamentale.

La Vitesse d'un Corps, quelle qu'elle soit, pourroit avoir été acquise par ce Corps, s'il étoit tombé d'une certaine hauteur, suivant le Systême commun de l'Accélération. Qu'un Corps d'une pesanteur déterminée se meuve uniformément autour d'un Centre avec une certaine vitesse, il faut voir quelle est la hauteur d'où il auroit dû tomber pour acquérir cette vitesse, & ensuite,

Comme le rayon du Cercle qu'il décrit, est au double de cette hauteur, ainsi sa pesanteur est à sa Force Centrifuge.

Cela seul dévoile tout le mystere de M. Huguens, & donne les solutions qu'il avoit dérobées au Public.

De-là, il est aisé de conclure, pour peu qu'on soit Géométre,

Qu'afin que la Force Centrifuge d'un Corps soit égale à sa pesanteur, il faut que la vitesse dont il décrit son Cercle, soit égale à celle qu'il auroit acquise en tombant d'une hauteur, qui seroit la moitié du rayon de ce Cercle.

Que si deux Corps égaux décrivent différens Cercles avec des vitesses égales, leurs Forces Centrifuges sont en raison renversée des rayons des Cercles, c'est-à-dire, plus grandes en même raison, que les Cercles sont plus petits.

Que ſi deux Corps égaux décrivent des Cercles égaux avec des viteſſes inégales, leurs Forces Centrifuges ſont comme les Quarrés de leurs viteſſes.

Que ſi deux Corps inégaux décrivent des Cercles égaux avec des viteſſes égales, les Forces Centrifuges ſont comme les peſanteurs, &c.

Suppoſé que la peſanteur des Corps terreſtres ne vienne que de ce qu'une matiere fluide, qui ſe meut circulairement autour de la Terre, & avec elle, tendant à s'éloigner du centre de ſon mouvement, qui eſt auſſi celui de la Terre, repouſſe vers ce point les Corps moins propres qu'elle à un mouvement rapide, il eſt viſible que la peſanteur d'une maſſe de plomb, par exemple, ſera préciſément égale à la Force Centrifuge d'un pareil volume de cette matiere fluide, pris immédiatement ſur la ſurface de la Terre. Il faudra donc que la viteſſe dont cette matiere tourne autour de la Terre ſoit la même que celle qu'auroit acquiſe la maſſe de plomb, en tombant de la hauteur de 750 lieues, parce que la moitié du rayon de la Terre eſt à-peu-près de cette grandeur. Cette viteſſe qu'il eſt très-aiſé de calculer, feroit 17 fois plus grande que celle d'un point de l'Equateur de la Terre, qui fait à-peu-près 900 lieues en un jour. C'eſt ainſi que la prodigieuſe rapidité de la matiere ſubtile, qui ſembloit n'avoir été ſuppoſée que pour la commodité d'un Syſtême, vient à être déterminée géométriquement par la Théorie des Forces Centrifuges.

Comme par la diſpoſition de l'Univers les mouvemens en ligne droite, quoique les plus ſimples, ſont les plus rares, & qu'au contraire la violence que ſouffrent les corps mûs en rond, eſt un principe d'action ſouvent employé par la Nature, auſſi-bien que le reſſort, qui n'agit que quand il eſt violenté, il eſt aiſé de juger que la connoiſſance des Forces Centrifuges doit être en Phyſique d'un uſage fort étendu.

M. le Marquis de l'Hôpital donne ici tout ce qu'on pouvoit déſirer ſur cette matiere. Ce travail ſi conſidérable qui n'étoit qu'un acheminement à la ſolution du Problême de

M. Bernoulli, peut paſſer pour plus important que cette ſolution même, qui en étoit le premier objet. Il ne pouvoit guéres manquer de la trouver, après de ſi heureux préparatifs.

Voici comment on peut prendre ſans calcul une idée de la Courbe, qui ſatisfait à la Queſtion. Elle doit être preſſée de toutes les manieres dont elle peut l'être par la Force Centrifuge & par la peſanteur du Corps qui la décrira, combinées de façon que leurs deux actions faſſent toujours une ſomme égale à la peſanteur abſolue du Corps; & par conſéquent ſi elle peut être preſſée, ou par la Force Centrifuge ſeule égale alors à la peſanteur abſolue ſeule, ou par la peſanteur abſolue ſeule, elle le ſera.

Il eſt d'abord évident qu'elle peut être preſſée par la peſanteur abſolue ſeule. Il ſuffit pour cela qu'il y ait un côté horiſontal de la Courbe qui porte le Corps, & que la Force Centrifuge ſoit nulle. Or quand le Corps ſera ſur un côté horiſontal, il ne pourra tomber, & par conſéquent ce point de la Courbe en ſera l'extrémité, ou la fin de la chute du Corps. Et afin que la Force Centrifuge ſoit alors nulle, il faut que le Corps ait eu un mouvement précédent en ligne droite, ou infiniment peu différent de la droite; car ce mouvement, de quelque viteſſe qu'il ſoit, ne donne aucune Force Centrifuge. La Courbe vers ſon extrémité ſera donc extrêmement inclinée à l'horiſon.

La poſition du Corps ſur le dernier côté horiſontal emporte qu'il ſoit poſé ſur la Courbe du côté de ſa concavité, & par conſéquent qu'il ait été de ce même côté dans toute l'étendue de la Courbe, ou pendant toute ſa chute.

La Force Centrifuge ne peut cauſer ſeule la preſſion de la Courbe, que quand le Corps ne ſera nullement appuyé ſur la Courbe; car s'il l'étoit, il la preſſeroit du moins par une partie de ſa peſanteur abſolue. Si la Force Centrifuge cauſe ſeule la preſſion, le Corps ſera donc alors comme ſuſpendu en l'air, & du côté de la concavité de la Courbe où il doit toujours être, & il preſſera la Courbe de bas en enhaut par ſa Force Centrifuge. Or cela eſt concevable ſans contradiction, & par conſéquent il y aura quelque point ou quelque étendue de la Courbe où cela ſera.

Dans cette ſituation du Corps, ſa peſanteur qui le tire toujours en embas, tend à le détacher de la Courbe où ſa Force Centrifuge l'attache, & par conſéquent diminue la preſſion cauſée par la Force Centrifuge. Il faut d'ailleurs que la preſſion ſoit toujours égale à la Force de la peſanteur abſolue, & par conſéquent il faut que dans cette ſituation du Corps ſa Force Centrifuge ſoit plus grande que ſa peſanteur abſolue.

Si l'on conçoit qu'il y ait alors un côté horiſontal de la Courbe, auquel le Corps ſoit comme attaché en deſſous par ſa Force Centrifuge, il ſera tiré en embas par ſa peſanteur abſolue entiere, & par conſéquent il faudra que ſa Force Centrifuge ſoit double de cette peſanteur, afin qu'une moitié de ſon action étant détruite, le reſte qui cauſera ſeul la preſſion ſoit encore égal à la peſanteur abſolue du Corps. Ce côté horiſontal ainſi conditionné, étant poſſible, il ſe trouvera néceſſairement dans la Courbe.

Après cela la Courbe s'inclinant néceſſairement à l'horiſon, & le Corps lui étant toujours comme attaché endeſſous par la Force Centrifuge, il ne ſera plus tiré en embas par ſa peſanteur, dont la direction eſt toujours verticale, que ſelon les lignes obliques à la Courbe, & par conſéquent la peſanteur agira moins que dans le cas du côté horiſontal; & puiſqu'elle agit moins, elle diminueroit trop peu l'action de la Force Centrifuge, ſi cette Force étoit encore double de la peſanteur abſolue, ou ce qui eſt le même, la Courbe ſeroit trop preſſée de bas en enhaut. Il faut donc que la Force Centrifuge diminue en elle-même, ce qui ſe fera par la diminution de la courbure de la Courbe, & en même tems par le peu d'augmentation de la viteſſe du Corps.

La Force Centrifuge qui étoit double de la peſanteur abſolue diminuant toujours, il faut qu'elle devienne égale à cette peſanteur, & qu'alors par conſéquent la preſſion qu'elle cause à la Courbe ne soit plus diminuée par cette pesanteur, sans quoi la pression seroit trop petite. Pour cela il faut que l'action de la pesanteur jusques-là inclinée à la Courbe, lui devienne parallele, ou ce qui est le même, que la Courbe ait un côté vertical, contre lequel la Force Centrifuge pressera le Corps, sans que la pesanteur, ni aide à cette action, ni y nuise. Et en effet il est naturel que la Courbe ayant deux côtés horisontaux non consécutifs, dont l'un est à son extrémité, comme nous avons vû, elle passe de l'un à l'autre par un côté vertical entre deux.

Après cela la pesanteur commence à presser le Corps contre la Courbe, d'où il suit que le Corps qui suit toujours la concavité de la Courbe, est appuyé sur elle, & que cette Courbe dans la partie précédente étoit concave vers l'Horison, & convexe dans celle-ci.

Puisque le Corps s'appuye sur la Courbe, il s'y appuye ou la presse d'autant plus qu'elle s'incline davantage à l'Horison, & à mesure qu'une plus grande partie de la pesanteur absolue agit, il faut que la Force Centrifuge agisse moins Ce qui la diminue c'est la diminution continuelle de la courbure de la Courbe, & cette diminution est plus grande que l'augmentation de la vitesse du Corps, qui vient de la continuation de sa chute. Enfin le Corps vient sur un côté de la Courbe infiniment incliné ou horisontal. Et là, comme nous l'avons dit, il presse par toute sa pesanteur absolue, n'a aucune Force Centrifuge, & termine sa chute.

Tout ce que nous avons représenté jusqu'ici, épuise toutes les combinaisons de la Force Centrifuge & de la pesanteur, possibles, selon la Question proposée, & par conséquent la Courbe a commencé par le côté horisontal où la Force Centrifuge étoit double de la pesanteur absolue, comme elle finit par l'horisontal où cette Force est nulle.

Mais afin qu'à l'origine de la Courbe il y eût dans le Corps de la Force Centrifuge, il falloit que le Corps eût déja de la viteſſe, & une certaine viteſſe pour avoir une Force Centrifuge double de ſa peſanteur ; & par conſéquent il faut imaginer ce Corps comme étant tombé d'une certaine hauteur en ligne droite, avant que de commencer à décrire la Courbe.

Ainſi à l'origine de la Courbe, la Force Centrifuge eſt la plus grande qu'elle puiſſe être, & diminue toujours juſqu'à la fin, où elle eſt nulle. Dans la partie de la Courbe qui eſt concave vers l'Horiſon, & ſur laquelle le Corps n'eſt point appuyé, la peſanteur agit contre la Force Centrifuge, & en corrige l'excès. Dans l'autre partie qui eſt convèxe vers l'Horiſon, & ſur laquelle le Corps eſt appuyé, la peſanteur agit d'accord avec la Force Centrifuge, & ſupplée à ſon défaut, de ſorte que l'égalité de preſſion eſſentielle à la Courbe, eſt toujours conſervée.

Si l'on vouloit que l'impreſſion du Corps ſur la Courbe, compoſée de ſa force Centrifuge, & d'une partie de ſa peſanteur, au lieu d'être toujours égale à ſa peſanteur entiere, le fût toujours à quelque autre grandeur donnée, telle qu'on voudroit ; M. le Marquis de l'Hôpital réſout cette Queſtion par les mêmes Principes avec la même facilité, & fait voir le changement qui arriveroit à ſa Courbe.

Si l'on vouloit même que le Corps ne fit aucune impreſſion ſur la Courbe, & que ſa Force Centrifuge, & la portion de ſon poids qui agiroit, ſe détruiſiſſent perpétuellement, parce qu'elles ſeroient égales, & auroient des directions oppoſées ; c'eſt-à-dire en un mot, ſi l'on ne conſidéroit dans le Corps que ſa peſanteur abſolue, qui le feroit toujours tomber en ligne droite ; & que pour lui faire décrire une Courbe, on lui donnât en même tems une certaine viteſſe horiſontale, on verroit auſſi-tôt la Courbe de M. le Marquis de l'Hôpital ſe transformer en une Parabole ordinaire ; & c'eſt auſſi cette même Parabole que Galilée fait décrire à un Boulet de Canon, qu'il conſidére préciſément dans les mêmes termes que nous venons de poſer.

Une Courbe une fois trouvée pour ſatisfaire à de certaines conditions d'un Problême, se change ensuite en différentes autres Courbes, à chaque changement que l'on apporte dans les conditions. Ces transformations sont un des plus agréables spectacles que la Géométrie spéculative puisse donner à l'esprit; & de plus, quand on retombe par leur moyen dans des vérités déja connues d'ailleurs, & qu'on se retrouve, pour ainsi dire, en Pays de connoissance, c'est un surcroit d'assurance, qu'on avoit pris le bon chemin.

Tandis qu'il étoit question de Forces Centrifuges, M. Varignon ajoûta une chose considérable à une Théorie qu'il avoit donnée en 1698. des mouvemens variés, c'est-à-dire, accélérés ou retardés, suivant quelque proportion que ce fût.

La Vitesse est un rapport de l'Espace au Tems, ou le Quotient d'une Division faite de l'Espace par le Tems. Plus l'Espace est grand & le Tems petit, plus le Quotient de la Division ou la Vitesse est grande. Plus l'Espace est petit par rapport à la grandeur du Tems, plus la Vitesse est petite.

Il est donc visible que le Tems multiplié par la Vitesse, doit produire l'Espace; que l'Espace divisé par la Vitesse doit produire le Tems; & qu'enfin deux de ces trois choses étant données, on en conclut la 3e sans difficulté.

Mais tout cela n'est vrai que quand les mouvemens sont uniformes, c'est-à-dire, quand les Espaces parcourus en Tems égaux sont égaux, ou, ce qui est la même chose, quand les Espaces sont toujours proportionnels aux Tems.

Mais si les mouvemens sont accélérés, comme celui d'un Corps pesant qui tombe dans l'air, ou retardés, comme celui de l'eau qui sort d'un reservoir par une petite ouverture, alors la Vitesse change toujours; celle d'une minute n'est point celle d'une autre minute, & de ce qu'un Corps qui tombe, a, par exemple, parcouru 1 toise en 1 minute, on n'en sçauroit conclure, comme on auroit fait dans un mouvement uniforme, que sa vitesse consiste dans le rapport de 1 toise à 1 minute ; & que dans 60 minutes ou 1 heure, il parcourroit 60 toises ; car il est certain que par l'accélération de son mouvement, il en parcourroit 3600. On ne peut pas non plus de ce que le Corps a parcouru une toise dans la premiere minute, en conclure selon quelle proportion la vitesse s'est augmentée, on peut supposer une infinité d'augmentations différentes de vitesse, qui donneront toutes ce rapport de 1 toise à 1 minute.

Cependant M. Varignon n'a pas laissé de traiter les mouvemens variés comme les uniformes, & de tirer des uns les mêmes conséquences que des autres.

Dans un mouvement uniforme, le rapport de l'Espace au Tems peut être représenté par un Triangle, dont la hauteur sera divisée en autant de parties qu'on voudra, par autant de Bases paralleles. Les différentes parties de la hauteur représenteront les différens Espaces parcourus ; les différentes Bases, les différens Tems : & comme dans ce Triangle les Bases sont en même proportion que les Hauteurs correspondantes ; aussi dans le mouvement uniforme, les Tems sont comme les Espaces. Dans un Tems double, l'espace est double, &c.

Mais un mouvement varié, où, par exemple, en un Tems double, l'Espace est quadruple, ne peut être représenté par un Triangle, il faut qu'il le soit par une Courbe. Car dans une Courbe les différentes Ordonnées ne sont pas entre elles en même proportion que les Abscisses correspondantes, comme dans un Triangle les Bases paralleles sont en même proportion que les Hauteurs, mais les Ordonnées suivent toujours une certaine proportion pendant que les Abscisses en suivent une autre ; & par-là les Ordonnées d'une Courbe sont propres à exprimer les Tems d'un mouvement varié, qui augmenteront ou diminueront toujours selon une certaine proportion, tandis que les Abscisses reglées sur une autre proportion, exprimeront les Espaces. Ainsi dans l'hypothése de Galilée, où les Espaces parcourus par les Corps pesans, augmentent selon les

les Quarrés des Tems, une Parabole ordinaire repréſente ce rapport, parce que ſes Ordonnées étant priſes pour les Tems, & ſes Abſciſſes pour les Eſpaces, une Ordonnée double d'une autre répond à une Abſciſſe quadruple, une Ordonnée 3 fois plus grande, à une Abſciſſe 9 fois plus grande, &c. Il n'eſt pas beſoin d'avertir que ceci ne ſignifie pas que le mouvement varié ſe faſſe ſuivant une Parabole, ou une autre Courbe, & que le Corps la décrive, mais ſeulement que la Parabole, ou quelque autre Courbe repréſente par le rapport de ſes Abſciſſes & de ſes Ordonnées celui des Eſpaces & des Tems d'un mouvement varié; & en effet, ſuppoſé l'immobilité de la Terre, un Corps qui tombe ne ſe meut qu'en ligne droite, & cependant la Parabole ne laiſſe pas de repréſenter ſon mouvement accéléré.

Si une Courbe repréſente le rapport des Eſpaces aux Tems dans un mouvement varié, une autre repréſentera de même par ſes Abſciſſes & par ſes Ordonnées, le rapport des Tems aux Viteſſes, ou des Viteſſes aux Eſpaces.

Cela ſuppoſé, ce fut par la Géométrie des infiniment petits, que M. Varignon réduiſit les mouvemens variés à la même regle que les uniformes, & il ne paroît pas que par toute autre Méthode on eût pû y parvenir.

La Viteſſe accélérée d'un Corps eſt toujours accélérée, dans quelque petit Eſpace, & dans quelque petit Tems qu'on la conſidére, tant que cet Eſpace & ce Tems ſont d'une petiteſſe finie & déterminée. Mais s'ils ſont regardés comme infiniment petits, la Viteſſe devient uniforme, quoiqu'alors même elle s'augmente encore; & voici la preuve de ce Paradoxe.

Les infiniment petits ont entre eux les mêmes rapports que les grandeurs finies, l'un peut être double, triple, &c. d'un autre. Le rapport d'un infiniment petit à un autre, qui eſt double, triple, &c. eſt $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, &c. ces rapports, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, &c. ſont des grandeurs finies & déterminées, & par conſéquent les rapports des infiniment petits, ne ſont pas des grandeurs infiniment petites, mais des grandeurs finies.

La Viteſſe d'un Corps qui dans un Tems infiniment petit eſt ſuppoſé parcourir un Eſpace infiniment petit, n'eſt donc pas infiniment petite, mais une grandeur finie, puiſque c'eſt le rapport de deux infiniment petits de même genre ; & en effet lorſque l'Eſpace & le Tems décroiſſent proportionnellement, la Viteſſe ne décroît pas pour cela, & un Corps qui parcourt d'un mouvement uniforme 1 toiſe en 1 minute, a la même viteſſe que quand il parcourt 60 toiſes en 1 heure.

Mais il n'en va pas de l'augmentation de la Viteſſe, comme de la Viteſſe même. Car une Viteſſe qui reçoit à chaque moment des augmentations du même genre, toujours dépendantes de la même cauſe, eſt moins augmentée dans un Tems plus court que dans un plus long, & par conſéquent dans un Tems infiniment petit ſon augmentation ne peut être qu'infiniment petite.

La Viteſſe par laquelle un Eſpace infiniment petit, eſt parcouru dans un tems infiniment petit, eſt donc une grandeur finie, dont l'augmentation dans cet inſtant n'eſt qu'infiniment petite. Or une grandeur finie eſt infiniment grande par rapport à un infiniment petit, & elle n'eſt ni augmentée ni diminuée, quand cet infiniment petit y eſt ajouté, ou en eſt retranché ; & par conſéquent la Viteſſe d'un inſtant doit être cenſée uniforme pendant cet inſtant, puiſque ſon augmentation n'eſt à compter pour rien, par rapport à elle.

A la faveur de cette uniformité, ſi ſubtilement trouvée, les mouvemens variés rentrent dans les mêmes regles que les autres, pourvû qu'on en réduiſe les Eſpaces & les Tems à des infiniment petits.

Parce que les Grandeurs infiniment petites ſe prennent plus ordinairement, & plus naturellement dans des Courbes, on a voulu que les Abſciſſes & les Ordonnées d'une Courbe repréſentaſſent les Eſpaces & les Tems.

Le rapport des Eſpaces aux Tems, ſuppoſé toujours l'uniformité dans le mouvement produite par les infiniment petits, donne la Viteſſe ; & la proportion de cette Viteſſe avec le Tems, qui eſt déja connu, eſt la proportion ſelon laquelle la Viteſſe augmente ou diminue.

Ainſi l'on trouveroit ſans peine la Courbe, qui par ſes Abſciſſes & ſes Ordonnées, exprimeroit la Viteſſe & les Tems, ou la Viteſſe & les Eſpaces.

Il eſt aſſez viſible qu'en renverſant ce raiſonnement, & en employant le même art des infiniment petits, on trouveroit par la Courbe des Viteſſes & des Tems celle des Eſpaces & des Tems, & ainſi des autres combinaiſons; & qu'enfin de ces trois choſes, Eſpace, Tems, Viteſſe, deux étant données, la troiſiéme s'en déduiroit dans les mouvemens variés comme dans les uniformes.

Voilà ce que M. Varignon avoit depuis deux ans donné à l'Académie. Mais il rendit cette Théorie plus générale & plus belle, en y faiſant entrer les Forces Centrales, c'eſt-à-dire des Forces toujours appliquées, qui portaſſent en ligne droite vers un certain point, ou en éloignaſſent le Corps en mouvement. Telle eſt l'idée que l'on a communément de la peſanteur, ou de la legereté. Les Viteſſes, les Eſpaces, & les Tems, combinés enſemble, ne peuvent fournir que trois rapports; mais la Force Centrale étant ajoûtée, il en peut réſulter ſix.

M. Varignon diſpoſa ſi heureuſement ſa nouvelle Méthode, qu'il ne falloit encore qu'un ſeul de ces ſix rapports pour trouver les cinq autres, ou, ce qui eſt la même choſe, chacun de ces rapports étant exprimé par les Abſciſſes & les Ordonnées de quelque Courbe, ſi l'on donnoit une ſeule des ſix Courbes, les cinq autres s'en déduiſoient ſans peine.

Pour cela, il eſt viſible qu'il falloit exprimer la Force Centrale de maniere qu'il n'entrât dans ſon expreſſion, que des Viteſſes, ou des Tems, ou des Eſpaces, moyennant quoi le nombre des choſes qu'il falloit connoître ſelon la Méthode précédente, n'augmentoit point, & le nombre de celles qui s'en pouvoient déduire étoit augmenté de la Force Centrale.

Quand la Viteſſe d'un Corps s'accélére, par exemple, celle d'un Corps qui tombe, ce qui cause cette accélération, c'est que la Force qui fait la pesanteur, quelle qu'elle soit, étant toujours appliquée à ce Corps, augmente à chaque instant l'effet qu'elle a produit dans l'instant précédent; & d'ailleurs, elle l'augmente toujours également, si elle est toujours la même, & qu'elle ne change point, comme on le peut supposer ici.

Sur ce fondement, Galilée a prouvé que les Espaces parcourus par un Corps qui tombe, sont toujours entre eux, à les prendre depuis l'origine de la Chute, comme les Quarrés des Tems employés à les parcourir; & il n'est pas besoin de répéter ici sa preuve.

Il en ira de même de toute autre Force constante, & continuellement appliquée.

D'un autre côté, comme les Effets sont toujours proportionnels aux Causes, & qu'il ne s'agit ici que de proportions, l'effet de la Force Centrale, qui est l'Espace qu'elle fait parcourir, divisé par le Quarré du Tems, peut tenir sa place, & l'exprimer géométriquement. Il ne s'agit plus que de déterminer quel est l'Espace parcouru en vertu de la Force Centrale.

Dans la Théorie présente, M. Varignon considére la Vitesse & la Force Centrale séparément l'une de l'autre; & en effet elles peuvent être séparées. Une pierre jettée perpendiculairement de haut en bas, tient sa Vitesse du bras qui l'a jettée; mais elle tient de sa seule pesanteur l'accélération de cette Vitesse, & il ne faut donner précisément à la Force Centrale que l'Espace parcouru par cette accélération.

La Démonstration précédente ayant jetté nécessairement M. Varignon dans les infiniment petits, & celle-ci n'en étant qu'une suite, il faut aller prendre aussi dans les infiniment petits l'Espace dont il est question.

Nous avons déja vû que l'Espace parcouru en vertu de la Vitesse dans un Tems infiniment petit, est infiniment petit, & que dans ce même instant l'augmentation de la Vitesse est aussi infiniment petite par rapport à la Vitesse qui est finie. Il s'ensuit donc que le nouveau petit Espace parcouru en vertu de l'augmentation de la Vitesse, sera infiniment petit par rapport à l'Espace infiniment petit parcouru dans le même Tems en vertu d'une Vitesse finie, c'est-à-dire, que ce sera un infiniment petit du second genre ; car, selon cette Géométrie, il y a une infinité d'Ordres d'infiniment petits, dont les supérieurs sont infiniment grands à l'égard des inférieurs.

Ainsi un Espace infiniment petit du second genre divisé par le Quarré du Tems, exprimera la Force Centrale, quelle qu'elle soit, & dans cette expression il n'entre que des Espaces & des Tems, d'où il est aisé de passer aux Vitesses, ou réciproquement des Tems & des Espaces, ou des Espaces & des Vitesses, &c. à la Force Centrale.

Par exemple, si l'on suppose qu'un Corps mû en ligne droite avec une Force Centrale, décrive des Espaces qui soient entre eux comme les Quarrés des Tems, ou, ce qui est la même chose, que la Parabole commune représente par ses Abscisses & par ses Ordonnées, les Espaces & les Tems, on en conclura par les Regles de M. Varignon, que la Force Centrale est toujours la même, & ne souffre aucun changement dans son action, & en effet ce n'est autre chose que la pesanteur.

En ce cas-là, il faut remarquer que la Force Centrale étant toujours la même, les lignes droites qui la représentent à chaque instant, sont toujours égales, & par conséquent ne sçauroient être des Ordonnées de Courbe; mais il est bon de commencer toujours par supposer que les Grandeurs, dont on cherche les rapports, forment des Courbes, parce que c'est une supposition générale, & que l'on verra facilement dans la suite, si ces Courbes se changeront en lignes droites, au lieu que des lignes supposées droites ne se changeroient pas en Courbes.

Toutes ces Méthodes pourroient nous fournir des réflexions favorables à la Géométrie des infiniment petits. Car toute Géométrie n'est que l'Art de découvrir les rapports.

des Grandeurs, & de déduire les uns des autres, & cet Art eſt d'autant plus parfait, que d'un plus petit nombre de rapports connus, il en ſçait déduire un plus grand nombre d'inconnus. Or il paroît aſſez, ne fût-ce que par les Exemples que l'on vient de voir, qu'il y a des rapports que l'on ne peut attraper, à moins que de pourſuivre les Grandeurs juſques dans leurs parties infiniment petites, & dans leurs premiers Elémens, & même quelquefois juſqu'aux Elémens infiniment petits de ces premiers Elémens, & encore au-delà, s'il le faut. On a vû que l'Eſpace & le Tems d'un mouvement varié étant donnés, il a fallu, pour en conclure la Viteſſe, aller chercher dans les Elémens infiniment petits de ces deux Grandeurs, ce rapport qui n'étoit point entre ces Grandeurs même conſidérées dans leur étendue finie & naturelle. Pour la Force Centrale, il a fallu percer juſqu'à l'infiniment petit de l'infiniment petit, & le rapport que l'on cherchoit, n'étoit point dans les ſeuls infiniment petits du premier genre. En un mot, des memes Grandeurs données la Géométrie des infiniment petits en tire plus qu'une autre, parce qu'elle multiplie les rapports, & en fait naître de nouveaux.

Juſqu'ici M. Varignon n'avoit conſidéré que les mouvemens faits en ligne droite. Mais comme la difficulté n'eſt preſque que de trouver la bonne voie, & qu'après cela il n'en coûte pas beaucoup pour la ſuivre, il voulut étendre ſa Théorie aux mouvemens faits ſelon des Lignes Courbes, & variés ainſi que les précédens.

Par la réduction à l'uniformité que donne la Géométrie des infiniment petits, la Viteſſe de ces mouvemens eſt le rapport d'une portion infiniment petite de la Courbe qu'ils décrivent, à un Tems infiniment petit, au lieu que la Viteſſe des mouvemens faits en ligne droite, étoit le rapport d'une portion infiniment petite de la ligne droite, à un Tems infiniment petit. De-là, ſe tirent les mêmes conſéquences que pour les mouvemens en ligne droite.

Pour faire ſentir l'uſage de cette nouvelle Regle, M.

Varignon suppose qu'un Corps, dont la pesanteur, selon l'idée commune, est constante, & a des directions toujours paralleles, tombe le long d'une Cycloïde renversée, & la parcourt depuis un point pris à souhait, jusqu'à son point le plus bas, qu'on peut appeller son fond. Il cherche ensuite quelle Courbe représentera par ses Ordonnées les Tems que ce Corps employera à tomber de différens points de cette Cycloïde, plus ou moins élévés, jusqu'à ce même fond. La Regle étant appliquée, les Tems se trouvent partout les mêmes, ce que l'on sçavoit déja d'ailleurs.

Si l'on supposoit que dans une Cycloïde renversée toutes les chutes terminées à son fond, sont faites en tems égaux, de quelque hauteur qu'elles ayent commencé, & que l'on cherchât quelle hypothese d'accélération de Vitesse a été nécessaire pour donner cette propriété à la Cycloïde, on trouveroit avec la même facilité que ç'a été l'hypothese de Galilée, dans laquelle les Vitesses sont comme les Racines des hauteurs.

Mais tout cela étant fort limité, M. Varignon s'éléve plus haut, & il tire de sa Regle pour les mouvemens curvilignes, l'équation générale d'une Courbe, le long de laquelle les chutes terminées au fond, de quelque point qu'elles ayent commencé, se feront selon telle proportion des Tems qu'on voudra, & cela, quelque hypothése qu'on prenne pour l'accélération de la Vitesse. Si dans cette équation indéterminée, on veut que les Tems soient égaux, l'indétermination commence à se restraindre, & l'on n'a plus qu'une Courbe en général, où les chutes se faisant toujours en Tems égaux, l'hypothése de l'accélération pourra être telle que l'on voudra. Si ensuite on détermine cette hypothése à être l'hypothése commune, on voit renaître aussi-tôt la Cycloïde.

M. Varignon reprenant cette Courbe, y détermine les Arcs, qui dans une même chute seroient parcourus en Tems égaux, ce qui étend & augmente encore cette connoissance de l'égalité des Tems. Il fait plus. Après avoir déterminé quel rapport il y a entre le Tems d'une chute par un Arc quelconque de Cycloïde, & le Tems d'une chute par la corde de l'Arc correſpondant du Cercle générateur, il ſe ſert de cette découverte pour établir une ligne droite conſtante qui meſureroit le Tems de toutes les chutes faites par les Arcs inégaux d'une infinité de différentes Cycloïdes qui ſe couperoient toutes à un point de cette droite, d'où commenceroient les chutes. De-là naît une nouvelle Courbe, qui paſſeroit par tous les points de cette infinité de Cycloïdes, où ſe termineroient les chutes faites en Tems égaux.

En voilà aſſez pour faire appercevoir l'extrême fécondité de la Regle des Mouvemens curvilignes, priſe dans ſa premiere ſimplicité. Mais M. Varignon l'a pouſſée beaucoup plus loin en y joignant la conſidération des Forces Centrales qui tendent à un point.

La Force Centrale que l'on ſuppoſe toujours, comme dans les mouvemens rectilignes, conſtante pendant chaque inſtant, & continuellement appliquée, agit ſuivant une ligne droite tirée du Centre où tend le Corps, à ce Corps qui ſe meut. Quand il ſe meut en ligne droite, la ligne de ſon mouvement eſt la même que celle par laquelle la Force Centrale agit; & cette Force eſt par conſéquent toujours appliquée de la même maniere. Mais quand le Corps ſe meut par une Courbe, cette ligne qui eſt celle de ſon mouvement, eſt différente de la ligne droite, par laquelle il tend à un Centre, & reçoit l'impreſſion de la Force Centrale. Cette Force, quoique conſtante à chaque inſtant, & toujours appliquée, agit plus ou moins ſelon qu'elle eſt appliquée plus ou moins avantageuſement au Corps ſur lequel elle agit. Le plus ou le moins dans cette action ſe regle comme dans toutes les autres. Si la Force Centrale agit par une ligne perpendiculaire à la Courbe que décrit le Corps en mouvement, elle agit autant qu'elle puiſſe jamais agir; hors de-là, elle agit d'autant plus foiblement que la ligne de ſon action eſt plus oblique au petit Arc de la Courbe, où ſe trouve le Corps à chaque moment.

Par-là, il eſt viſible, que ſi un Corps ſe meut circulairement, & qu'il y ait une Force qui le faſſe tendre au Centre

tre de ſon cercle, ou, ce qui revient au même, le porte à s'en éloigner, cette force agira toujours toute entiere, & également, parce que toutes les lignes tirées du centre d'un Cercle à ſa circonférence, y ſont perpendiculaires & égales. Mais quelque autre Courbe qu'un Corps décrive, la Force Centrale qui le portera à un point pris au-dedans, ou au-dehors de cette Courbe, ne pouvant agir par des lignes perpendiculaires à la Courbe qu'en quelques points, & hors delà, agiſſant toujours par des lignes inclinées, & toujours différemment inclinées ſelon la nature de la Courbe, ſon action ſera inégale.

M. le Marquis de l'Hôpital dans le Problême que nous avons rapporté de lui, n'avoit conſidéré la Force Centrale que dans le Cercle, ou, ce qui eſt au fond la même choſe, il ne l'avoit conſidérée qu'agiſſant toujours par une ligne perpendiculaire à la Courbe du mouvement, auquel cas il falloit, afin que cette Courbe ne fût pas un Cercle, que le Centre où ſe rapportoit la Force Centrale, changeât toujours.

Mais M. Varignon rendit la Théorie auſſi générale qu'elle le puiſſe être, en appliquant la Force Centrale à toutes les Courbes poſſibles, & en la rapportant à tel point unique qu'on voudra établir pour Centre, ſoit au-dedans, ſoit au-dehors de ces Courbes. Il détermina, toujours par la Méthode des infiniment petits, & néceſſairement par cette Méthode, quelle eſt l'inégalité de l'action de la Force Centrale à chaque point d'une Courbe quelconque, où ſe trouve le Corps en mouvement.

L'expreſſion géométrique qu'il donne de la Force Centrale ainſi ſpécifiée, & accompagnée des inégalités de ſon action, ne contient encore que des Viteſſes & des Tems, & par conſéquent le nombre des choſes que l'on en peut déduire, n'eſt pas moins grand, que quand on la conſidéroit toute ſimple, & agiſſant toujours par une même ligne droite. Réciproquement, il n'eſt pas beſoin de connoître un plus grand nombre de choſes pour avoir la Force Centrale avec les inégalités de ſon action, que pour l'avoir toute ſimple.

Par cette voie, M. Varignon tombe dans les Propositions principales du ſçavant Ouvrage de M. Newton, mais ce qui ennoblit le plus ſa recherche, ce ſont les conſéquences qu'il en tire pour l'Aſtronomie, & pour les différens Syſtêmes des Cieux.

Tout ce qui tourne autour d'un Centre tend à s'en éloigner, & M. Deſcartes a fondé ſur ce principe l'hypothéſes des Tourbillons. Toutes les Planetes renfermées dans le Tourbillon du Soleil tournent autour de cet Aſtre, & tendent par conſéquent à s'en éloigner. Mais la matiere éthérée dans laquelle elles nagent, plus ſubtile, & plus agitée qu'elles, & plus diſpoſée à s'éloigner de ce Centre commun, les y repouſſe continuellement, ou plutôt réprime leur effort, & les tient toujours dans la circonférence de la même Courbe qu'elles décrivent autour du Soleil. C'eſt-là ce qu'on peut appeller la peſanteur des Planetes par rapport au Soleil, parce qu'apparemment elle reſſemble au principe qui repouſſe les Corps terreſtres vers la Terre.

On a grande inclination à croire que ce qui tourne ſe meut circulairement, les yeux ſont naturellement pour le Cercle, à moins qu'ils ne voyent bien clairement le contraire, & par cette raiſon, l'on a toujours crû que les Corps céleſtes étoient mûs circulairement. D'ailleurs on leur a attribué je ne ſçai quelle nobleſſe, à laquelle on a crû que le mouvement circulaire convenoit mieux, parce qu'il eſt égal & uniforme, & Copernic lui-même, tout hardi qu'il étoit & tout deſabuſé des idées communes, a conſervé ce préjugé.

Cependant quand les Obſervations Aſtronomiques ont été devenues plus exactes qu'elles n'avoient encore été, il ne s'eſt point trouvé que la ſuppoſition des mouvemens circulaires s'y accommodât.

Kepler a été le premier qui a oſé changer en Ellipſes les Cercles que l'on faiſoit décrire aux Planetes autour du Soleil. Il y a un foyer commun à toutes ces Ellipſes, & le

Soleil y eſt placé, au lieu qu'il étoit au Centre de tous ces Cercles. Par-là s'expliquent très-naturellement les différentes diſtances des Planetes au Soleil.

L'Aſtronomie s'eſt encore perfectionnée depuis Kepler, ſon hypothéſe n'a point ſatisfait entiérement aux Obſervations, & M. Caſſini y a fait un changement. L'Ellipſe de Kepler étoit l'Ellipſe ordinaire, où la ſomme de deux lignes tirées des deux foyers à un même point de la circonférence, eſt toujours égale. M. Caſſini ſuppoſe une autre eſpéce d'Ellipſe, où au lieu de la ſomme de ces deux lignes, c'eſt leur produit qui eſt toujours égal.

Mais enfin quelque eſpéce de Courbe que l'on faſſe décrire aux Planetes autour du Soleil, pourvû que ce ne ſoit point un Cercle, il eſt certain que la Force Centrale qui les pouſſe vers le Soleil, agit toujours inégalement d'un moment à l'autre, & par conſéquent leur Viteſſe doit être toujours inégale, augmenter quand l'action de la Force Centrale s'accorde avec la direction du mouvement de la Planete par la Courbe, diminuer, quand elle y eſt contraire. Ainſi le mouvement des Planetes, malgré leur prétendue dignité, ſera réellement inégal, on en voit une raiſon géométrique, & l'on ne ſera plus obligé de recourir à des hypothéſes forcées, pour les ſauver de cette inégalité qu'on ne pouvoit ſe reſoudre à recevoir. Cette idée s'accorde même beaucoup mieux avec tout ce que nous connoiſſons d'ailleurs dans la Nature, où rien n'eſt ſi exactement régulier, qu'il n'ait toujours quelque irrégularité, & quelque variation, renfermée cependant entre de certaines bornes.

M. Newton & M. Leibnits ont été les premiers, & les ſeuls qui ayent recherché les différentes peſanteurs d'une Planéte vers le Soleil en différens points de ſon Orbe; mais ils n'ont fait cette recherche que dans l'hypothéſe de l'Ellipſe de Kepler, & paſſant de cette Ellipſe aux autres Sections coniques, ils ont trouvé en général, que les actions d'une même Force Centrale, tendante à un foyer de quelque Section conique que ce ſoit, ſont entre elles en raiſon renverſée des quarrés des diſtances de ce foyer au Corps qui décrit la Section conique.

Cette Théorie renfermée juſqu'à préſent dans les Sections coniques, M. Varignon l'étend par ſa Méthode à toutes les Courbes poſſibles, quel que ſoit auſſi le rapport qu'on veuille ſuppoſer entre les Tems employés à en parcourir différens Arcs.

Il ſuit de-là que ſi l'on connoît la Courbe que décrit une Planete, & les Tems qui répondent aux Arcs différens, on peut déterminer à chaque moment de ſon cours, le plus ou le moins de Force de la peſanteur qui la pouſſe vers le Soleil, & de combien elle iroit vers cet Aſtre plus ou moins rapidement dans un moment que dans un autre, ſi elle étoit tout à coup délivrée de la contrainte étrangere qui l'empêche d'y aller, & qui la tient attachée à la circonférence d'une Courbe. Eût-on cru que la Géométrie eût pû atteindre juſqu'à meſurer dans le corps de Saturne, les différens dégrés d'une tendance ſecrete & cachée qu'il a vers le Soleil, qui en eſt à une diſtance preſque infinie ?

Il ſuit encore que ſi les Planetes tendent vers le Soleil, & que par les Obſervations leur mouvement ſoit réellement inégal, il eſt abſolument impoſſible qu'elles décrivent des Cercles, & que pour leur donner un mouvement égal ſur quelque autre Courbe, il faudroit ſuppoſer qu'à chaque inſtant de leur cours, elles tendiſſent à un Centre différent, ce qui paroît devoir être impoſſible ſelon la Méchanique des Cieux.

Il ne reſte donc plus qu'à avoir des Obſervations exactes ſur le cours des Planetes, la Géométrie a fait ce qui dépendoit d'elle, elle eſt prête à fournir telle Courbe que l'on pourra ſouhaiter, & l'Aſtronomie n'a qu'à choiſir.

Quand même, ce qui eſt aſſez vrai-ſemblable, ces grands Corps qui nagent dans un fluide immenſe, ne ſe tiendroient jamais bien exactement ſur la circonférence d'une Courbe, & que leur cours ne ſeroit pas plus régulier que celui d'une Boule abandonnée au milieu du courant d'une Riviere, d'où elle se détourne toujours un peu tantôt à droit, tantôt à gauche, du moins on auroit la Courbe qui tiendroit le milieu entre les plus grands écarts irréguliers des Planetes, & qui naturellement étoit celle qu'elles étoient destinées à décrire.

Nous n'avons supposé jusqu'ici que des Forces Centrales qui tendent à un seul point, ou par conséquent leurs directions concourent, & telles sont apparemment les Forces Centrales des Corps célestes dans l'étendue de tout le Tourbillon du Soleil. Mais parce qu'on peut supposer dans quelques Forces Centrales des directions paralleles, soit qu'elles le soient réellement, ce qui seroit cependant difficile à trouver dans la Nature, soit qu'elles puissent passer pour l'être à cause du grand éloignement du point où elles concourent, comme les directions des Corps pesans, qui se rapportent au Centre de la Terre, il eût manqué quelque chose à cette Théorie, si les Forces Centrales agissant par des lignes paralleles n'y fussent pas entrées, M. Varignon n'a pas eu de peine à les y rappeller, car après qu'on a raisonné sur deux lignes qui font ensemble un angle aigu, il n'y a qu'à supposer cet angle infiniment aigu, les lignes deviennent paralleles, & d'une longueur infinie, & les changemens qui en arrivent s'offrent d'abord aux yeux.

SUR LA MESURE DES TRIANGLES.

POUR trouver la mesure de la superficie d'un Triangle, il en faut connoître quelques Angles, & quelques côtés, d'où l'on conclut les Angles & les côtés inconnus. Si l'on ne connoît que les trois Angles, ils ne peuvent jamais donner que la proportion des côtés entre eux, & non leur grandeur absolue, qui seroit nécessaire pour la connoissance de la superficie du Triangle. Si l'on ne connoît que les trois côtés, il ne paroît pas d'abord qu'ils puissent conduire à cette connoissance de la superficie ; cependant

Voy. les M. pag. 74.

ASTRONOMIE.

SUR L'ECLIPSE SOLAIRE du 23. Septembre 1699.

LEs Eclipſes de Lune donnent facilement les différences de longitude de différens lieux, parce que le moment de l'Immerſion de la Lune dans l'ombre de la Terre, ou de ſon Emerſion, étant le même pour tous ceux qui voyent l'Eclipſe, deux Obſervateurs placés ſous deux différens Méridiens, n'ont qu'à remarquer quelle heure ils comptoient chacun dans ce moment, pour avoir enſuite la différence de leurs Méridiens en heures, après quoi il eſt bien aiſé de l'avoir en degrés.

Mais une Eclipſe de Soleil ne commence ni ne finit dans le même moment pour tous ceux qui la voyent. Au contraire toutes les Phaſes en ſont différentes dans le même inſtant pour différens Obſervateurs. L'un en voit le commencement, tandis que l'autre en voit le milieu ou la fin. Elle ne fournit aucun ſpectacle qui leur ſoit commun, & ſur lequel ils ſe puiſſent aſſurer qu'ils comptent dans le même inſtant l'heure qu'il eſt alors ſous le Méridien de chacun d'eux. Ainſi les Eclipſes de Soleil n'ont été juſqu'à préſent de nul uſage pour la connoiſſance des Longitudes.

La raiſon de cette différence entre les Eclipſes de Lune, & celles du Soleil, c'eſt que les premieres ſont réelles, & que les autres ne ſont qu'une apparence, différente ſelon les différens points de vûe.

Cependant, à conſidérer les choſes de plus près, M. Caſſini a trouvé dans les Eclipſes de Soleil aſſez de réalité pour les faire servir au même usage que celles de Lune; car enfin, si ces apparences sont différentes, ce n'est que par des causes réelles qui les y déterminent, & qui reglent toute leur diversité. Mais la difficulté étoit de démêler le réel d'avec l'apparent, & de fixer l'un au milieu des changemens perpétuels de l'autre. Voici à-peu-près la Méthode de M. Cassini, dont nous ne pouvons donner qu'une legere idée.

Il faut concevoir l'Orbe de la Lune comme une surface qui enveloppe la Terre. Les rayons que le Soleil envoye à tout un Hémisphére de la Terre, & avec lesquels il l'embrasse, passent par cet Orbe de la Lune, & y déterminent une portion circulaire, qui est la Projection ou représentation du Disque de la Terre éclairé. Par la distance du Soleil, & par la grandeur de l'Orbe de la Lune à l'égard du Globe de la Terre, on sçait quelle est la grandeur de cette Projection. Ensuite on y décrit géométriquement & par des Regles connues tous les Cercles de la Sphére, l'Equateur, les Paralleles, les Méridiens, l'Ecliptique, tels qu'ils y doivent être représentés selon le jour dont il s'agit; car cela change, & par exemple, le Soleil étant dans l'Equinoxe, les deux Poles sont à la circonférence de la représentation du Disque de la Terre éclairé, au lieu que si le Soleil étoit à un Solstique, il n'y auroit que le Pole de ce côté-là qui fût sur le Disque, & il y seroit à 23 dégrés de la circonférence.

Le Soleil étant supposé fixe, selon Copernic, cette représentation peut être imaginée fixe aussi, & chaque lieu de la Terre viendra par le mouvement journalier y décrire son Parallele, & aura Midi, quand il sera arrivé à un Méridien unique & universel qu'on aura tracé. Donc quand on sçaura qu'un certain lieu, dont on connoîtra le Parallele ou la Latitude, aura compté 9 heures dans un certain moment, on sçaura qu'il aura été à 3 heures de distance du Méridien universel, & par conséquent à un certain point du Disque.

Comme cette Projection est faite dans l'Orbe de la Lune, qui doit éclipser le Soleil, la Lune par son mouvement propre passera dans ce Disque, & y occupera une certaine place selon la grandeur de son Diametre apparent. Le Soleil dont le Diametre apparent est à-peu-près égal & connu, y tiendra aussi une place.

Ceux qui voyent le commencement ou la fin de l'Eclipse, voyent les deux Diametres du Soleil & de la Lune comme posés bout à bout; ceux qui voyent le milieu d'une Eclipse centrale & totale, voyent les deux Diametres comme posés exactement l'un sur l'autre, & ainsi à proportion de toutes les Phases moyennes entre ces deux.

On décrit sur la Projection la Trace du mouvement du centre de la Lune, que l'on détermine facilement par l'Astronomie; & il est aisé aussi de trouver quels seront tous les points de cette Trace, où la Lune sera à quelque heure & à quelque minute que ce soit, pour un certain Méridien, par exemple, pour celui de Paris.

Tout lieu de la Terre qui voit le commencement de l'Eclipse, est tellement posé sur la Projection, que du point où il est à la Trace de la Lune, il y a l'étendue des deux demi-diametres du Soleil & de la Lune mis bout à bout.

Donc si je sçai qu'une Ville placée sous le 30e Parallele, ou ayant 30 degrés de hauteur du Pole, a vû le commencement de l'Eclipse à 9 heures du matin, je prens sur le 30e Parallele le point qui est à 3 heures de distance du Méridien universel, ensuite je prens avec un compas l'étendue des deux demi-diametres du Soleil & de la Lune, & en posant une des jambes du compas sur le point déterminé du 30e Parallele, l'autre ira sur le point de la Trace de la Lune, où devoit être cette Planete, quand cette Ville a vû le commencement de l'Eclipse.

Or comme toute cette Trace est divisée par rapport aux heures de Paris, je sçai quelle heure il étoit à Paris, lorsque la Lune étoit à ce point-là, & la différence des heures de ces deux villes dans ce même moment, est celle de leur longitude. Ce qui a été dit pour le commencement de l'Eclipse, s'appliquera sans peine aux autres Phases.

Il est visible que cette Méthode demande que l'on connoisse la Latitude du lieu dont on trouvera la Longitude, ce que les autres Méthodes ordinaires ne demandent pas; mais dans la pratique elle paroît aussi sûre, & elle a été beaucoup plus ingénieusement imaginée. C'est un avantage de pouvoir mettre à profit pour les Longitudes les Eclipses Solaires, qui y avoient été jusqu'à présent inutiles.

M. Cassini ayant reçû de quelques Villes éloignées des Observations de l'Eclipse Solaire du 23. Septembre 1699, s'en servit pour conclure par cette Méthode les différences de Longitude entre ces Villes & Paris.

Des Observations faites à Nuremberg par M. Vurzelbaur, il en conclut la différence entre Nuremberg & Paris,

tantôt de 34′ d'heure 19″

tantôt de 34′ 26″.

La grandeur de l'Eclipse observée à Nuremberg fut de 10 doigts $\frac{3}{4}$.

Des Observations de M. Reiher à Kiel en Holstein, il en conclut la différence entre Kiel & Paris de 35′ 45″.

Il y eut à Kiel une obscurité plus grande, que celle qui suit ordinairement le coucher du Soleil.

Des Observations de M. Pyle à Gripswald en Poméranie, il en conclut la différence entre Gripswald & Paris,

tantôt de 52′ 45″

tantôt de 52′ 40″

A Gripswald, à $10^h\ 22'$, il ne parut rester que 4 Minutes d'un doigt de Soleil, c'est-à-dire que de tout le Diametre du Soleil divisé en 180 parties, il n'en resta qu'une découverte. L'obscurité fut si grande, qu'on ne pouvoit ni lire ni écrire. Il y eut des personnes qui virent quatre Etoiles, Venus qui étoit au Nord du Soleil en étoit une, & les autres dûrent être Mercure, la Queue du Lyon, & l'Epy de la Vierge.

A Stralsund en Poméranie, les Etoiles parurent comme en pleine nuit.

SUR L'ECLIPSE DE LUNE du 5. Mars.

IL devoit arriver une Eclipse totale de Lune le 5 Mars au matin, & M. le Févre, quelques jours auparavant, en donna le Calcul à l'Académie par ses Tables.

Le commencement à	$5^h. 46' 47''$ matin.
L'Immersion totale	6. 44. 25.
Le milieu	7. 33. 15.
Le commencement de l'Emersion	8. 22. 5.
La fin totale	9. 19. 43.
La durée entiere	3. 33. 56.
La grandeur	21. doigts 12'.

C'est-à-dire que le Diametre de l'ombre, dans l'endroit par où la Lune y entra, surpassa si fort celui de la Lune, ou que la Lune traversa l'ombre si obliquement, que si au lieu d'avoir 12 doigts, dans lesquels on la divise toujours, elle en avoit eu $21\frac{1}{5}$ de pareils, elle auroit encore été entiérement plongée, mais seulement pour un instant.

La Lune, selon le Calcul de M. le Févre, devoit se coucher à Paris le 5 Mars à $6^h 26'$ du matin, & le Soleil se lever à $6^h 25'$, & comme l'Eclipse devoit commencer à $5^h 46' 47''$, il s'ensuivoit que le commencement seroit visible à Paris, & que la Lune seroit éclipsée environ de 8 doigts, lorsqu'elle se coucheroit.

M. le Févre prit la précaution d'avertir que cette Eclipse devant arriver proche de l'Horison, où les refractions sont plus irrégulieres, il ne faudroit pas être surpris, s'il se trouvoit quelque différence entre l'Observation & le Calcul; que de plus le Calcul pouvoit être juste, sans que l'Observation s'y accordât entiérement, parce que le commencement de la vraie ombre sur le Corps de la Lune étant assez douteux, & ne dépendant que de l'estimation des Observateurs, l'un peut juger qu'elle couvre $\frac{1}{30}$ partie du Diametre de la Lune, lorſque l'autre ne le juge pas encore. Or une trentiéme partie du Diametre de la Lune, eſt une minute de degré, & la Lune, dont le mouvement dans le Zodiaque eſt fort vite, parcourt une minute de degré en deux minutes d'heure ; & par conſéquent une ſi petite erreur ou une ſi petite différence dans l'Obſervation, produira dans le Calcul une erreur ou une différence de deux minutes d'heure, ce qui eſt conſidérable par rapport à la grande juſteſſe, dont l'Aſtronomie eſt aujourd'hui.

Elle avoit été juſqu'à préſent ſi peu exacte, que M. le Févre aſſura que les meilleures Tables qui ayent été publiées, ne pourroient pas ſatisfaire aux apparences dans quatre Eclipſes arrivées de ſuite. Les fameuſes Tables Rudolphines différerent d'avec le Ciel de 21′ dans l'Eclipſe Solaire du mois de Septembre *1699*, & de 16′ dans l'Eclipſe Lunaire du mois de Novembre *1696*.

Auſſi ne fut-ce pas par ces Tables, que M. le Févre donna le Calcul de l'Eclipſe de Lune du 5 Mars prochain. Ce fut par des Tables particulieres qu'il a faites, & qui n'ont point encore vû le jour. Il s'en étoit ſervi pour tous les Calculs d'Eclipſes qu'il avoit donnés à l'Académie depuis 8 ou 9 ans ; car pour ceux qu'il avoit donnés dans ſon Livre de la connoiſſance des Tems, il s'étoit contenté des Tables Rudolphines de Kepler, à cauſe de leur grande réputation.

Cette Eclipſe du 5. Mars, dont on ne pouvoit voir ſur l'Horiſon de Paris, qu'environ le tiers de la durée, ne fut vûe pendant ce peu de tems, que fort imparfaitement, & avec beaucoup de peine à cauſe des nuages, dont le Ciel fut preſque toujours couvert. Le peu de Phaſes que Meſſieurs Caſſini & de la Hire en purent attraper, ſervirent à vérifier la juſteſſe du Calcul de M. le Févre.

Comme dans le Calendrier Grégorien, il y a toujours trois centiémes années de ſuite ſur quatre, qui ne ſont point Biſſextiles, quoique naturellement elles dûſſent l'être, & que l'année 1700. en étoit une, M. Caſſini qui a trouvé une Régle plus facile que celle de ce Calendrier, pour avoir les Epactes de ces années-là, voulut voir si l'Epacte que lui donnoit sa Régle convenoit avec le jour de l'Eclipse qu'on venoit d'observer. Selon cette Epacte, la Pleine Lune tomboit justement au 5. Mars.

Il ajouta encore plusieurs réfléxions, mais dont l'intelligence suppose que l'on connoisse à fond le Systême du Calendrier Grégorien, & de plus, une Période de 11600 années inventée par M. Cassini sur le plan de ce Calendrier, pour remettre sous le même Méridien les nouvelles Lunes aux mêmes points du Zodiaque, au même jour de la Semaine, & à la même heure. On trouvera une ample explication de cette Période à la fin des Régles de l'Astronomie Indienne, dont il devina les Enigmes presque impénétrables.

Cette même Eclipse du 5. Mars fut observée à la Martinique au Fort-Royal par M. des Hayes, qui s'étoit embarqué avec M. Renau pour les Isles Françoises de l'Amérique, & qui est déja connu par plusieurs autres voyages qu'il a faits pour l'avancement des Sciences. M. des Hayes n'observa l'Eclipse qu'avec difficulté, à cause des grains fréquens qui couvroient la Lune. Un peu avant 4 heures du matin, il la vit au travers des nuages, & remarqua bientôt quelle commençoit à se dégager de l'ombre. Elle se laissa voir assez de tems vers la fin de l'Eclipse qui fut à $5^h\ 2'\ 40''$ de l'Horloge non corrigée, au lieu que le commencement avoit dû être à Paris à $5^h\ 46'\ 47''$. La fin de la Penombre fut à $5^h\ 8'\ 0''$.

La Lettre de M. des Hayes à M. Cassini, qui contenoit cette Observation, en contenoit aussi plusieurs autres de Hauteurs Méridiennes du Soleil, ou d'Etoiles fixes, d'Immersions, ou d'Emersions de Satellites, &c. Elles sont toutes dans le Trésor de l'Académie, & n'y demeureront pas inutiles.

SUR LES REFRACTIONS.

Voy. les M. pag. 57. 59. & 78.

ON ne ſçauroit obſerver les mêmes choſes de trop d'endroits différens : à chaque nouveau point de vûe la Nature paroît nouvelle.

Les Refractions qui changent le lieu apparent de tous les Aſtres, ont trompé juſqu'à ces derniers tems tous les Aſtronomes, parce qu'ils ne les connoiſſoient point, & elles ne leur ont laiſſé voir que de fauſſes Hauteurs & de fauſſes Diſtances de l'Horiſon. Quand on commença à s'en défier & à les connoître, on crut qu'elles n'agiſſoient que juſqu'au 45 degré d'élévation, au-delà duquel on croyoit en être délivré. Mais M. Caſſini fit voir qu'elles alloient juſqu'au Zénit, quoiqu'en diminuant extrêmement, & mit par-là une nouvelle préciſion dans les Calculs Aſtronomiques.

Quand l'Académie eut les Obſervations faites par M. Richer à la Cayenne, M. Caſſini reconnut que vers l'Equateur, les Refractions horiſontales étoient moindres que celles de notre Climat d'environ un tiers, ce qui eſt une différence conſidérable ; qu'enſuite cette différence alloit toujours diminuant juſqu'au 60e degré d'élévation, après quoi elle ceſſoit preſque entiérement juſqu'au Zénit, & les Refractions des deux Climats devenoient à-peu-près égales.

Une ſuite naturelle de cette découverte, étoit que les Refractions vers le Pole fuſſent plus grandes que les nôtres ; mais quelque ſujet qu'il y eût de le ſoupçonner, on s'arrêta ſur le panchant d'une conſéquence ſi légitime, & on attendit des Obſervations ſur le fait. Elles vinrent heureuſement s'offrir à l'Académie dans un Livre nouveau qui lui fut donné par M. Clement Garde de la Bibliotheque du Roi. Il eſt intitulé, *Refractio ſolis inoccidui in Septentrionalibus oris juſſu Caroli XI. Regis Suecorum, &c. à Johanne Bilgerg. Holmiæ*, 1695.

Le

Le Roi de Suéde étant en 1694. à Torneo en Westbotnie vers les 65°. 45'. de latitude, & ayant vû que le Soleil ne s'y étoit point couché au Solstice d'Eté, y envoya l'année suivante des Mathématiciens pour y faire des observations plus exactes & plus sûres. Elles sont contenues dans ce Livre, & Messieurs Cassini & de la Hire, en concluent, qu'à cette latitude de 65°. 45'. les Réfractions horisontales doivent être presque doubles des nôtres, qui élevent les Astres d'un demi degré.

M. Cassini a écrit en Suéde pour avoir quelques éclaircissemens importans sur les circonstances de cette observation. Il faudra désormais que chaque Climat ait ses Tables de Réfraction particuliéres, pour sçavoir quelle est à son égard l'erreur des hauteurs apparentes. On ne se seroit pas douté anciennement que le Soleil que l'on voyoit se lever, n'étoit point le Soleil, mais une fausse image qui se montroit en sa place, & que cette image trompoit d'autant plus, ou plus long-tems, que l'on étoit plus éloigné de l'Equateur. Cette différence des Réfractions selon les Climats, est encore une nouvelle peine, & un nouveau soin dont il faut que l'Astronomie se charge.

Ces grandes Réfractions du Septentrion sont fort utiles à des Peuples privés du Soleil pendant plusieurs mois, elles leur rendent cet Astre beaucoup plutôt qu'ils n'étoient destinés naturellement à le revoir, & en détournant vers eux une lumiére qui n'étoit point pour eux, elles font en quelque sorte l'office de Canaux qui conduisent l'eau dans des lieux où son cours ne la portoit point.

Si la grossiéreté de l'air qui fait ces grandes Réfractions du Septentrion, y donne aussi, comme il y a beaucoup d'apparence, des Crépuscules, qui soient dans la même proportion plus grands que les nôtres, il est aisé de calculer que dans la plus grande obscurité de la nuit de six mois, qui est sous le Pole, le Soleil n'étant abaissé que de 23. degrés & demi au-dessous de l'Horison, le Crépuscule sera encore assez fort, & même sans Lune. L'air grossier où vivent ces

Peuples les dédommagera par sa grossiéreté même d'une partie des incommodités qu'elle leur cause.

Il est fort à propos de remarquer avec M. de la Hire, que l'air du Septentrion pour être plus épais, n'en est pas plus pesant, & que le Barométre de Stokolm est comme celui de Paris.

Puisque les Réfractions augmentent avec la grossiéreté de l'air depuis l'Equateur jusqu'au Pole, il s'ensuit qu'un Rayon dont la direction seroit de l'Equateur vers le Pole, toujours à égale distance de la Terre, souffriroit une Réfraction continuelle, & par conséquent qu'il se romproit aussi en passant d'un air très-délié, tel que celui qui reste dans la Machine Pneumatique, s'il y en reste, ou même d'un espace entiérement vuide d'air, dans l'air que nous respirons. Aussi Messieurs de la Société Royale de Londres ayant fait cette Expérience, dont M. Cassini le fils nous donna le détail, trouverent qu'un Rayon qui passoit du vuide dans l'air se rompoit, & déterminerent assez facilement la quantité de la Réfraction.

Cela posé, ils sçavoient précisément & par observation de combien l'air détourne un rayon oblique qui sort de la matiére éthérée pour le pénétrer, ce qu'ils appellerent puissance réfractive de l'air; ils comparoient cette puissance réfractive de l'air à celle de l'eau ou des autres liqueurs, les puissances réfractives de ces différens liquides à leurs pesanteurs, &c. Enfin, ils pouvoient suivre géométriquement dans toute l'épaisseur de l'Atmosphére la route des rayons, & par conséquent tracer plus exactement que jamais la figure de l'ombre de la Terre, poser ses bornes, & marquer la distance de la Lune éclipsée.

Tant de connoissances nouvelles, dont l'expérience faite en Angleterre étoit la source, & d'ailleurs la conclusion de l'expérience qui s'accordoit parfaitement avec un raisonnement très-plausible, penserent empêcher que l'Académie des Sciences n'examinât, & ne fît de nouveau ce que la Société Royale avoit fait. Cependant sur de legers soupçons que l'on eut de quelque défectuosité dans l'expérience de Londres, on résolut d'en faire une plus simple, & plus sûre pour le même effet.

M. Homberg souda bien exactement à un bout d'un tuyau un verre plat, perpendiculaire à l'horison, & à l'autre bout un autre verre plat, incliné de 45. degrés. Il appliqua ce tuyau à la machine du vuide qu'il avoit placée dans une des sales de l'Académie, qui donne sur la Riviére, & découvre le Quai opposé, éloigné environ de 100. toises. On mit vis-à-vis du tuyau une Lunette ordinaire, dont l'Axe étoit à-peu-près sur la même ligne droite que celui du tuyau. La Lunette avoit à son foyer deux fils croisés. On tira bien exactement tout l'air du tuyau par le moyen de la Machine Pneumatique, après quoi on observa avec beaucoup de soin un objet pris sur le Quai opposé, & qui répondoit précisément à l'intersection des fils de la Lunette. Le Rayon par lequel cet objet étoit vû, entroit d'abord dans le tuyau vuide d'air par le verre perpendiculaire à l'horizon, & par conséquent ne se rompoit point; mais en sortant par le verre incliné de 45. degrés, il sortoit obliquement; & comme il passoit du vuide dans l'air, il devoit se rompre, s'il y avoit réfraction dans ce changement de milieu, & au contraire ne se rompre plus, lorsqu'il n'y avoit plus de changement de milieu, & que l'air étant rentré dans le tuyau, le rayon ne traversoit plus que de l'air. Ainsi après avoir laissé rentrer l'air dans le tuyau, le même objet ne devoit plus répondre à l'intersection des fils de la Lunette. Cependant il y répondit toujours. L'observation fut répétée plusieurs fois par différens Observateurs, & par ceux de l'Académie qui étoient les plus accoutumés à observer, on trouva toujours qu'un même objet éloigné ne varioit en aucune maniére, soit que le rayon par lequel il étoit vû passât par le vuide & par l'air, soit qu'il ne passât que par l'air.

Il paroît presque incompréhensible que deux milieux aussi différens que le Vuide, ou la Matiére subtile & l'Air, ne causent aucune réfraction, & soient indifférens à la Lumiére, qui d'ailleurs est, pour ainsi dire, si délicate sur le changement de milieu, qu'elle se rompt en passant d'un air dans un autre pour peu qu'il soit plus ou moins grossier. Mais à considérer la chose de près, peut-être n'est-il pas impossible que les réfractions céleſtes se fassent, non pas dans le passage de la Matiére Ethérée à notre Atmosphére, mais dans le passage d'une couche supérieure de l'Atmosphére à une inférieure plus épaisse. Il est vrai qu'on demanderoit encore pourquoi l'extrême différence de la Matiére éthérée à l'air ne produit point de réfraction, & que la moindre différence d'un air à un autre air en produit. Mais ce seroit un systême à faire, & il n'en est pas encore tems. Il suffit que l'Expérience de Paris, quoique moins probable que celle de Londres, mene à une conclusion qui ne soit pas impossible. Le meilleur parti sera de les examiner de nouveau toutes deux. En fait de Physique, le plus probable n'a pas un droit absolu de décider, & quelquefois même ce qui auroit paru impossible se trouve vrai, à la honte du raisonnement.

SUR LA LONGUEUR DU PENDULE.

V. les M. p. 172.

S'IL falloit justifier la répétition continuelle des observations, & prouver, comme nous l'avons déja fait par l'exemple des Réfractions Septentrionales, que l'on ne peut observer de trop d'endroits differens, il seroit aisé de le faire par cette Lettre dont nous avons parlé, que M. des Hayes écrivit de la Martinique à M. Cassini, & par des observations de M. Couplet le fils.

M. des Hayes apprenoit à M. Cassini que dans son Voyage de l'Amérique, non-seulement il avoit vérifié la fameuse découverte de M. Richer, qui avoit trouvé que le Pendule à secondes étoit plus court vers l'Equateur qu'il ne l'est ici, mais même qu'il jugeoit sur des conjectures assez fortes que ce Pendule étoit encore plus court que ne l'avoit fait M. Richer. Peut-être M. Richer n'avoit osé ſe fier entiérement à ſon obſervation, & en avoit retranché quelque choſe, parce qu'elle étoit trop nouvelle & trop imprévûe.

Quoi qu'il en ſoit, M. Couplet le fils au retour d'un Voyage de Portugal & du Bréſil, ſe trouva d'accord avec M. des Hayes ſur la néceſſité d'accourcir le Pendule vers l'Equateur beaucoup plus que M. Richer n'avoit fait.

Le Pendule qui bat les ſecondes ſelon le mouvement moyen, eſt à Paris de 3 pieds 8 lignes $\frac{5}{9}$.

M. Richer étant à la Cayenne à 4 degrés de l'Equateur, trouva que pour battre les mêmes ſecondes ce Pendule devoit être plus court d'une ligne $\frac{1}{4}$; & M. Couplet le fils étant à Liſbonne, dont la Latitude eſt ſelon ſes obſervations de 38° 45′ 45″, le trouva plus court qu'à Paris de 2 lignes $\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire plus court qu'à la Cayenne même qui a 34 degrés de latitude moins que Liſbonne. Et à Parayba Ville du Bréſil, dont la latitude eſt ſelon lui, de 6° 38′ 18″ de l'autre côté de l'Equateur, il trouva le Pendule plus court qu'à Paris, de 3 lignes $\frac{2}{3}$.

Comme les opérations néceſſaires pour déterminer la longueur du Pendule ſont longues & délicates, & demandent des Inſtrumens fort juſtes, & plus grands que ceux qu'avoit M. Couplet, on ne doit pas encore s'en tenir préciſément à ces Meſures; mais en général il paroît conſtant que la longueur du Pendule diminue d'ici vers l'Equateur, & l'on peut même commencer à croire qu'elle diminue plus qu'on ne penſoit d'abord.

On ſçait quelles ſont les conſéquences de cette découverte.

1°. Elle ſervira pour régler à l'avenir les Horloges à Pendule ſelon le Climat où l'on ſera, & rien n'eſt ſi néceſſaire pour toutes les obſervations, & pour tous les calculs Aſtronomiques, que d'avoir des Horloges réglées dans toute la juſteſſe poſſible.

2°. Suppoſé que le Pendule doive être accourci dans les Climats plus proches de l'Equateur, c'eſt pour aller auſſi vîte qu'un Pendule plus long qui bat les ſecondes à Paris. Par conſéquent un même poids tombe plus lentement vers l'Equateur, & ſa peſanteur y eſt moindre, ce qui eſt fort important pour le Syſtême de la Peſanteur, & n'eût pas été deviné par raiſonnement.

3°. Si la Peſanteur vient de la matiere éthérée qui tendant à s'éloigner du Centre de la Terre, y repouſſe les Corps moins propres qu'elle à un grand mouvement, cette matiere aura donc une force centrifuge inégale depuis l'Equateur juſqu'au Pole, puiſque la Peſanteur l'eſt, & croiſſante depuis l'Equateur juſqu'au Pole, ou dans le ſens d'un Méridien.

4°. La ſuperficie de la Mer a le niveau que lui donne la Peſanteur ou la force centrifuge de la matiere éthérée qui ſera la même choſe, & par conſéquent cette ſuperficie ſera plus élevée ſous l'Equateur que ſous le Pole, puiſque la Peſanteur eſt moindre ſous l'Equateur.

5°. La ſuperficie du Globe Terreſtre étant cenſée la même que celle de la Mer, la circonférence de la Terre ne ſera donc pas circulaire dans le ſens d'un Méridien, & le Globe ſera applati vers les Poles.

6°. L'inégalité du Pendule une fois bien déterminée, ſera la même que celle de l'action de la force centrale de la matiere éthérée, & on aura par les Regles de M. Varignon la Courbe de la ſurface de la Terre dans le ſens d'un Méridien.

Mais ſi on prend une autre idée ſur la Peſanteur; ſi on la conçoit comme une force hérente aux Corps, qui les pouſſe vers le centre de la Terre, indépendamment de tout mouvement circulaire, alors la Peſanteur & la force centrifuge qui naîtra du tournoyement de la Terre ſur ſon Axe, feront deux forces oppoſées, puiſque l'une pouſſera les Corps vers le centre de la Terre, & que l'autre tendra à les en éloigner. Ce qu'ils font ſentir de peſanteur ne ſera donc que l'excès de leur peſanteur abſolue ſur leur force centrifuge; & ſi on ſuppoſe que la pesanteur absolue soit constante, ce qu'ils font sentir de pesanteur variera selon que la force centrifuge, qu'il en faudra retrancher, sera plus ou moins grande.

La force centrifuge d'un Corps qui décrit un Cercle étant le quarré de sa vîtesse divisé par le rayon du Cercle, celle des Corps qui sont dans le plan de l'Equateur de la Terre, qu'on suppose qui tourne, sera plus grande que celle des Corps qui seront dans le plan d'un autre Cercle quelconque paralléle à l'Equateur; car les vîtesses de tous ces Corps seront comme les circonférences des Cercles qu'ils décrivent, & par conséquent leurs forces centrifuges comme les quarrés de ces circonférences divisés par les rayons qui sont aussi comme les circonférences. Ainsi le Corps qui décrit un plus grand Cercle a une plus grande force centrifuge en même raison que son Cercle est plus grand, & le Corps qui est dans l'Equateur a une plus grande force centrifuge que tous les autres, & par conséquent il lui reste une moindre pesanteur, ce qui s'accorde avec l'accourcissement du Pendule sous l'Equateur.

En même tems si l'on conçoit que la Terre ne soit qu'un Globe d'eau, il faut que tous les rayons d'eau tirés de la circonférence au centre soient en équilibre, c'est-à-dire, que leurs masses multipliées par ce qui leur reste de pesanteur, déduction faite de leurs forces centrifuges, fassent toujours des produits égaux. Donc l'Axe sur lequel tourne la Terre, ou ce diametre d'eau, étant immobile, & n'ayant nulle force centrifuge, il a toute sa pesanteur absolue, & par conséquent il n'a pas besoin d'une aussi grande masse que les autres pour les égaler en force totale. Donc l'Axe de la Terre est plus petit que le diametre de son Equateur, & cela quoiqu'on remette la Terre dans sa véritable forme, où elle n'est couverte d'eau qu'en partie. Donc la Terre est un Globe applati vers les Poles; & quand on connoîtra exactement les inégalités du Pendule en différens Climats, on sçaura précisément quelle Courbe est un Méridien. M. Huguens a déja traité cette matiere dans son Discours sur la Pesanteur. Une ligne $\frac{1}{4}$ de différence qu'on avoit trouvée au Pendule dans la Cayenne, lui donna lieu de changer la figure de la Terre. De plus grandes différences, si elles subsistent, la changeront encore plus considérablement.

SUR UNE CONJONCTION DE VENUS *avec le Soleil.*

V. les M. p. 294.

ON ne connut pas d'abord toute l'utilité des Lunetes de longue vûe pour l'Astronomie. On voyoit dans les Planetes ce qu'on n'y avoit jamais vû, on voyoit un nombre infini de nouvelles Etoiles; & qui ne se fût contenté de tant d'avantages ? Cependant les Lunetes en devoient encore procurer un considérable aux Astronomes, qui ne s'en apperçurent qu'avec le tems, c'est de voir les Planetes & les Fixes en plein jour, & même dans le Méridien avec le Soleil, pourvû qu'elles soient d'une certaine grandeur. D'un côté les Verres de la Lunete augmentant l'image de l'Astre, & de l'autre, le tuyau qui est obscur empêchant qu'elle ne soit effacée par le grand jour, l'Astre paroît malgré le Soleil.

Par-là, se détermine immédiatement la situation du Soleil par rapport à des Fixes que l'on voit en même tems, au lieu qu'on ne la trouvoit auparavant qu'à force de calculs. Par-là, l'on peut aussi comparer immédiatement, & avec beaucoup plus de certitude, le mouvement des Planetes à celui du Soleil. Enfin il vaut toujours mieux en fait d'Astronomie voir & observer, que de calculer & de déduire.

Pour profiter de cet avantage, M. de la Hire à la fin du mois d'Août, où Venus devoit être en conjonction avec le Soleil, observa quelques jours avant & après la conjonction, le passage de Venus par le Méridien, qu'elle traversoit à peu de distance du Soleil. Par ce moyen il il détermina avec une justesse qu'aucune autre méthode n'eût pû lui donner la conjonction de Venus en longitude à 5ʰ 8′ 18″ du soir le 31. Août.

Il observoit cette Planete avec une excellente Lunete de 16 pieds, qui en augmentoit 90. fois le diametre ; & comme ce diametre à la vûe simple n'étoit que d'une minute, il étoit avec la Lunete 3 fois plus grand que celui de la Lune à la vûe simple. Venus par sa situation à l'égard du Soleil & de la Terre étoit nécessairement en Croissant très-délié, & M. de la Hire voyoit dans la partie intérieure de ce Croissant des inégalités, ou, si l'on veut, des Montagnes beaucoup plus grandes que celles de la Lune, qui le sont plus à proportion que celles de la Terre. Rien ne peut réfléchir plus vivement la lumiére à de grandes distances qu'un amas de Rochers fort élevés & fort secs ; & peut-être cette disposition si affreuse de près, contribue à rendre Venus si brillante & si agréable de loin.

SUR DES TACHES DU SOLEIL.

UN Astre qui seroit également lumineux dans toute sa superficie, tourneroit sur son centre sans que nous puissions jamais nous en appercevoir. C'est un avantage pour nous qu'il ait des Taches, c'est-à-dire, des endroits qui se laissent distinguer des autres, & où nous puissions nous prendre, pour suivre des yeux le tournoyement de tout le Globe sur son Axe. V. les M. p. 293.

C'a été par les Taches du Soleil, observées avec le Telescope, que l'on a découvert que cet Astre tourne sur son centre en 27 jours & quelques heures. Mais comme ces Taches s'évanouissent souvent pendant des tems considérables, aussi-tôt qu'il en reparoît de nouveau, on se remet à les observer avec une attention toute nouvelle, pour voir si la révolution de 27 jours a été bien exactement déterminée.

De plus, ſi l'on découvre jamais quelque choſe ſur la nature du Soleil, ce ſera par leur moyen. M. de la Hire conjecture déja que les Taches que l'on voit, quoique ſi différentes en figure, ne ſont la plûpart qu'une maſſe ſolide beaucoup plus grande que la Terre, & qui n'a d'autre mouvement dans le Corps liquide du Soleil, que de floter tantôt ſur la ſuperficie, & tantôt de s'y enfoncer ou entiérement ou en partie. Il a déja obſervé que les Taches qui paroiſſent les plus ſéparées, ne le ſont jamais tant qu'elles ne puiſſent être rapportées à une même maſſe irréguliere dont on verroit différentes éminences ; & en effet il n'a jamais vû dans le même tems des Taches à un bord du Soleil & à l'autre. Elles paroiſſent quelquefois vers le milieu du Soleil ſubitement, & ſans avoir commencé par ſe montrer vers les bords. Alors elles ont preſque toujours toute leur grandeur, & on ne les voit point s'augmenter peu à peu, comme on les voit enſuite diminuer. Ce Phénoméne convient à un Corps plongé dans un liquide, & qui reviendroit tout-à-coup ſur ſa ſurface.

Lorſqu'après pluſieurs années où l'on n'aura vû aucunes Taches, on recommence à en voir, on les voit ordinairement à l'heure, & à l'endroit du Soleil, où elles doivent paroître, ſuppoſé la révolution des 27 jours, ce qui prouve que cette grande maſſe dont les diverſes apparences forment les Taches, n'eſt pas errante & vagabonde ſur le Corps du Soleil, mais comme arrêtée à un certain endroit. Cependant parce qu'il y a quelquefois des Taches, dont l'apparition ne s'accorde point avec la révolution de 27 jours, il faut admettre pluſieurs maſſes différentes pour les y rapporter.

Quant à la différence des figures, elle peut venir de ce que la grande maſſe ſe préſente dans des tems différens, tantôt d'un côté & tantôt d'un autre, & que dans un même tems elle s'enfonce peu à peu, & qu'elle peut avoir quelque mouvement ſur ſon centre.

Car pour les différentes apparences d'une Tache ou d'un amas de Taches, placées dans le milieu, ou vers les bords du Soleil, elles ne viennent que de leur différente position sur un Corps sphérique. Ce qui est sur les bords, par exemple, paroît plus long; ce qui est au milieu, est plus court & plus ramassé, &c.

Si malgré tout cela on veut que les Taches soient des générations nouvelles, c'est une autre idée qu'il faut prendre du Soleil; il ressemblera plutôt à une liqueur impure qui bout & qui jette des écumes, qu'à une Mer où il flotte un Corps étranger : mais comment pourroit-on trouver dans ce Systême tant de retours si réguliers d'une même Tache & après tant d'années?

Quoi qu'il en soit, ce sera le Systême des Taches bien établi qui nous mettra en état de former quelques conjectures sur la nature du Soleil.

Aussi depuis que M. de la Hire eut annoncé à l'Académie le 13 Novembre qu'il avoit vû des Taches, il les suivit avec la Lunete, autant qu'il fut possible. M. Cassini les observa de son côté en Languedoc, où il se trouvoit alors, & l'on remet comme en dépôt toutes ces observations entre les mains du Public, pour servir un jour à un Systême, qui selon les apparences, sera l'ouvrage de plus d'un siécle.

SUR LA PROLONGATION DE LA Méridienne de Paris.

RIEN n'est plus connu dans tous les lieux où les Mathématiques le sont, que l'Histoire de la Mesure de la Terre, que l'Académie, par les Ordres du Roi, commença en 1669. & poussa l'année suivante depuis le parallele d'Amiens, jusqu'à Malvoisine dans les confins du Gâtinois & du Hurepoix, c'est-à-dire, jusqu'à la valeur de plus d'un degré céleste. Par-là, on trouva qu'un degré céleste répondoit sur la Terre à une étendue de 57060 Toises du grand Châtelet de Paris.

La valeur d'un degré une fois connue, il n'y a qu'à la multiplier par 360, & l'on a la circonférence du Globe terrestre. Mais cela suppose cette valeur d'un seul degré bien exacte; car s'il y a quelque erreur, elle se multiplie 360 fois, & par-là devient considérable, quoiqu'elle pût être d'abord assez légere.

Or il étoit presque impossible qu'il ne se fût glissé quelque erreur dans les opérations qu'on avoit faites. 1°. Il avoit fallu sur l'étendue de 32 lieues à peu près calculer 13 Triangles. 2°. Aux deux extrémités de la Méridienne qu'on avoit déterminée, il avoit été nécessaire de prendre les Latitudes sur le Ciel; mais avec les meilleurs Instrumens & la plus grande justesse d'opération, on ne peut répondre de 4 secondes d'un degré Céleste, qui rapportées sur la Terre, valent plus de 66 Toises.

L'erreur étant presque inévitable, on ne pouvoit que la diminuer, & il n'y en avoit pas d'autre moyen que de tirer une Méridienne plus longue que celle du Parallele d'Amiens à Malvoisine. Car il n'est pas plus difficile de prendre la différence de latitude de deux lieux plus éloignés, que de deux plus proches, & les opérations Astronomiques ne produiroient toujours tout au plus que les 66 Toises d'erreur, qui sur une étendue de 10 degrés, par exemple, ne se multiplieroient que 36 fois, au lieu que sur un degré seulement elles se multiplioient 360 fois. Et pour les Triangles, qui servoient à mesurer les distances sur la Terre, ils n'étoient presque pas plus sujets à erreur dans de plus grandes distances, quoique le nombre en fût plus grand.

Il étoit très-important pour l'Astronomie, pour la Géographie & pour la Navigation, que la Mesure de la Terre fût la plus exacte qu'il seroit possible. Ainsi le Roi ordonna que l'on continueroit jusqu'aux extrémités de la France, du côté du Midi & du Septentrion, la Méridienne qui avoit été commencée. C'étoit dans l'étendue d'un degré céleste qu'elle tenoit déja le plus grand ouvrage que la Géométrie Pratique eût jamais entrepris, & elle alloit tenir près de 10 degrés, & devenir plus utile à proportion de ſon augmentation.

L'Académie continua cet ouvrage en 1683. M. Caſſini alla du côté du Midi, & M. de la Hire du côté du Septentrion. Mais l'entrepriſe fut interrompue d'abord par différentes cauſes particulieres, enſuite par la Guerre qui commença en 1688. Quand elle fut terminée, le Roi qui ſongea auſſi-tôt à faire des faveurs extraordinaires aux Sciences, donna de nouveaux ordres pour la continuation de la Méridienne, & M. Caſſini partit au mois d'Août 1700. pour aller du côté du Midi la reprendre où elle avoit été laiſſée. Il porta avec lui tous les Inſtrumens, & mena tous les Obſervateurs dont il pouvoit avoir beſoin, & ſon Voyage a été digne de la magnificence du Roi.

Il continua toujours à opérer ſur les diſtances terreſtres par la Méthode des Triangles, & il trouva des difficultés qui ne s'étoient point encore rencontrées dans ce travail. La Méridienne avoit toujours paſſé par des lieux où l'on avoit des Clochers ou de grands Arbres, vers leſquels on pouvoit pointer les Inſtrumens, pour former les Triangles. Mais dans les Montagnes raſes de l'Auvergne, où la Méridienne a conduit M. Caſſini, il a ſouvent manqué de ces marques ſenſibles & déterminées; & il a été obligé de faire tranſporter & planter de grands Arbres ſur ces hauteurs avec aſſez de peine.

A chaque point remarquable ou commode de la Méridienne, il a pris la latitude du Lieu par les hauteurs des Aſtres. Comme on déterminera la différente latitude des deux extrémités de la Méridienne aux deux bouts de la France, quand on y ſera parvenu, on ſera plus ſûr de la juſteſſe de ces deux opérations finales, ſi les latitudes de pluſieurs parties de la ligne ajoutées enſemble, s'y rapportent, & peut-être auſſi les unes ſerviront-elles à rectifier les autres.

Quoique par le ſoin & l'exactitude qu'on apportoit aux opérations des Triangles, M. Caſſini ſe pût aſſûrer qu'il étoit toujours ſur la Méridienne commencée, qui eſt celle de l'Obſervatoire, il s'en aſſûroit encore par une autre Méthode. Il obſervoit, autant de fois qu'il étoit poſſible, les Eclipſes des Satellites de Jupiter, M. de la Hire les obſervoit en même tems à l'Obſervatoire, où il étoit demeuré pour faire ces Obſervations correſpondantes; & ſuppoſé que l'heure où les Eclipſes arrivoient en ces deux lieux différens fût préciſément la même, les deux lieux étoient certainement ſous le même Méridien.

On ſçait que ces Obſervations de la même Eclipſe d'un Satellite faites en différens lieux, ſont la meilleure méthode pour comparer la longitude de ces deux lieux : mais auſſi diverſes Obſervations faites dans ces mêmes lieux, & comparées enſemble, ne donnent preſque jamais ſi préciſément le même rapport de longitude, qu'il n'y ait quelques ſecondes d'heure de différence, parce qu'il y a toujours de petites erreurs inévitables dans les meilleurs Inſtrumens, & dans les opérations les plus exactes.

Or M. Caſſini comparant la Méridienne que lui donnoit en Auvergne, par exemple, la méthode des Triangles, avec celle qui réſultoit des Obſervations de la même Eclipſe faites en même tems en Auvergne & à Paris, a trouvé qu'elles ne différoient pas plus l'une de l'autre, que la Méridienne de l'Obſervatoire différe d'elle-même par le réſultat de différentes Obſervations d'Eclipſes des Satellites en différens tems.

L'exactitude a été encore pouſſée plus loin. Feu M. Picard de l'Académie des Sciences étant à Sette & à Montpellier y avoit fait des Obſervations des Eclipſes des Satellites, & par les comparaiſons qu'on avoit faites de ces mêmes Eclipſes obſervées en même tems à Paris, on avoit eû la différence des Méridiens de ces deux Villes à celui de Paris, & par conſéquent la différence de leurs Méridiens entr'eux. M. Caſſini étant en Languedoc meſura par la Méthode des Triangles, la différence des Méridiens de ces deux Villes, & il la trouva préciſément la même que celle qu'on avoit eue par les Satellites.

De-là il a conclu, & qu'il avoit toute la certitude géométrique qu'on peut avoir d'être, en Auvergne ou ailleurs, sur la Méridienne de l'Observatoire, & que la Méthode des Triangles, telle qu'il la pratique pour tirer une Méridienne, & mesurer actuellement une étendue terrestre, est aussi exacte que celle des Eclipses des Satellites, la plus exacte de toutes les Méthodes Astronomiques pour avoir des différences de Méridiens en degrés célestes.

La Méthode des Eclipses a une grande commodité, c'est qu'elle n'est pas plus sujete à erreur pour les plus grandes distances, que pour les plus petites; mais M. Cassini prétend que la Méthode des Triangles n'est pas sujete à une si grande erreur, pour les petites distances, qui sont les seules, où l'on puisse l'employer.

Quand M. Cassini s'est trouvé sur de hautes Montagnes, il y a observé la hauteur du Barometre, pour la comparer à celle que le Barometre aura eue en même tems à l'Observatoire. On sçait d'ailleurs que la hauteur de l'Observatoire ou de Paris au-dessus de la surface de la Mer, y tient ordinairement le Mercure 4 lignes plus bas qu'il n'est au bord de la Mer. On sçait aussi que le Mercure baisse d'une ligne pour 11 Toises de hauteur. De-là, il sera aisé de conclure combien les Montagnes où l'on aura observé, seront élevées au-dessus du Niveau de la Mer, ce qui peut être en plusieurs occasions une connoissance utile.

SUR LE CALENDRIER.

UN mouvement qui se fit cette année en Allemagne, & qui eut quelque rapport à l'Académie des Sciences, fit bien voir de quelle importance est l'Astronomie en certaines occasions pour les affaires Ecclésiastiques & Politiques.

La Réforme du Calendrier Grégorien, quoique nécessaire & bien concertée, n'a point été reçûe des Protestans, parce qu'elle venoit de Rome. Ils ont continué à se servir de l'Année Julienne, qui auparavant étoit en usage dans l'Eglise, & qui continue toujours de plus en plus à s'écarter du Ciel, tel qu'il étoit au tems du Concile de Nicée, dont on suit la disposition sur la Fête de Pâques.

La fin du dix-septiéme Siécle réveilla sur cette matiere l'attention des Etats Protestans de l'Empire. Ils voulurent se remettre mieux d'accord avec le Ciel au commencement du nouveau Siécle, & réglerent tous de concert que le mois de Février de l'année 1700. ne seroit que de 18 jours, ce qui étoit précisément le retranchement des 10 jours fait 100 ans auparavant par Grégoire XIII. que l'on compteroit par conséquent le premier de Mars avec le Calendrier Grégorien, & que pendant tout le dix-huitiéme Siécle on continueroit de s'accorder avec ce Calendrier à l'égard du style des dates, & des Fêtes Immobiles. Enfin, soit pour régler la Fête de Pâques, & les autres qui en dépendent, plus exactement qu'on ne le peut faire par un Calendrier & par des Cycles, toujours sujets à quelques erreurs, à moins qu'elles ne se compensent bien juste les unes les autres, soit pour ne pas tout emprunter de Rome, ils résolurent que l'on détermineroit immédiatement par l'Astronomie l'Equinoxe du Printems.

Sur la maniere de faire cette détermination astronomique, M. Leibnitz fut chargé de consulter l'Académie. Il le fit par une Lettre datée de Hanover du 8. Février 1700.

Après avoir exposé le fait, tel que nous venons de le rapporter, il ajoutoit que *comme autrefois l'Eglise pour exécuter les Canons du grand Concile de Nicée, & pour avoir le véritable tems Pascal, avoit eu recours aux Mathématiciens d'Alexandrie, il étoit à propos dans l'occasion présente de suivre les avis des Astronomes excellens; & que puisque le Roi par une fondation magnifique, qui n'avoit point encore eu d'exemple dans la Chrétienté, venoit d'établir pour toujours*

l'Académie

l'Académie des Sciences, c'étoit un secours que Sa Majesté donnoit sur ces matieres à toute l'Eglise, & dont il falloit profiter. Il proposoit ensuite les pensées que quelques personnes avoient eues sur le sujet dont il étoit question.

M. le Comte de Pontchartrain trouva cette affaire assez importante pour en parler au Roi. Elle l'étoit d'autant plus que sur le changement qui s'étoit fait en Allemagne, on cherchoit à Rome des moyens d'une conciliation entiere sur le Calendrier, & que la Congrégation des Rites y travailloit. Le Roi ordonna que l'Académie ne toucheroit point à ce qui se traitoit à Rome; & si d'ailleurs elle pouvoit satisfaire à ce qu'on lui demandoit, il lui en laissa la liberté.

Heureusement M. de la Hire étoit sur le point de publier ses Tables des Mouvemens des Planetes, & comme elles doivent être plus exactes que toutes celles que l'on a eues jusqu'à présent, l'Académie répondit à M. Leibnitz qu'elle ne voyoit rien de mieux à faire, que de les attendre.

Le Roi avoit fait écrire à M. le Prince de Monaco, alors son Ambassadeur à Rome, ce qui s'étoit passé en France au sujet du Calendrier, & M. le Prince de Monaco répondit à M. le Comte de Pontchartrain par une Lettre du 3. Août 1700, *qu'il avoit parlé de cette affaire à M. le Cardinal Spada, qui avoit extrêmement loué l'attention du Roi pour la Cour de Rome, & lui avoit dit que la Congrégation des Rites ne décideroit rien sans consulter l'Académie des Sciences, beaucoup plus éclairée sur ces matieres, qu'on ne l'est en Italie.*

Comme le siécle finissoit cette année, l'Académie fit réfléxion qu'Argolus n'avoit pas poussé ses Ephémérides plus loin, & que dans le siécle où l'on alloit entrer, on seroit sans Ephémérides; car on ne pouvoit trouver d'exemplaires de celles de Mezzavacca. Elle chargea M. de la Hire le fils d'en calculer pour l'année suivante, & d'en donner toujours ainsi à la fin de chaque année pour celle qui suivroit. Il accepta ce travail, & se servit des Tables Astronomiques de M. de la Hire son pere, qui doivent être publiques dans peu de tems. Ces Ephémérides de M. de la Hire le fils ont l'avantage d'être les premieres que l'on ait jamais eues, calculées sur les nouvelles Observations, & qui se sentent de la perfection où l'Astronomie a été portée depuis un certain tems.

GEOGRAPHIE.

V. les M. pag. 172.

UN Naufrage qui arriva cette année sur la Côte de Picardie, fut une perte considérable pour l'Académie des Sciences. M. Couplet le fils étoit dans le Vaisseau, & revenoit de Portugal & du Brésil, où il étoit allé avec l'esprit d'observation que les Académiciens portent par-tout. Heureusement il se sauva du Naufrage, mais tous ses papiers & toutes les Curiosités qu'il rapportoit furent perdues. Il n'est resté d'autre fruit de son Voyage que quelques Lettres qu'il avoit écrites à M. Cassini, ou à d'autres, & où il rapportoit quelques-unes de ses Observations. Il ramassa ces Lettres à son retour, & donna à l'Académie le peu d'Observations qu'il en put tirer.

Nous avons déja parlé de celles qui regardent la longueur du Pendule, il n'en reste plus que quelques-unes qui sont pour la Géographie.

Entre plusieurs Observations des Satellites qu'il fit à Lisbonne en 1698, il s'en trouva une qui fut faite en méme tems à Paris par M. Cassini. C'étoit une Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter le 7 Mai. L'Observation fut exacte. M. Couplet se servit d'une Lunette de 17 pieds, du Sieur le Bas, précisément de méme force que celle dont se servoit M. Cassini.

Par la comparaison des Observations de Paris & de Lisbonne, la différence de Longitude entre ces deux Villes est de 12° 57′ 45″.

Cette différence est marquée, dans les Cartes de Sanson, plus grande de 52′ 15″, & dans les nouvelles Cartes Marines imprimées par ordre du Roi, il y a six ans, plus petite de 27′ 45″.

Il a déja été dit que M. Couplet trouva à Lisbonne la Latitude de 38° 45′ 25″. Ce fut par les deux Hauteurs Méridiennes de l'Etoile Polaire. Il observa aussi qu'à Lisbonne le 26 Decembre 1697, l'Eguille déclinoit de 4° 10′ N O, & à Parayba en Mai 1698, de 5° 35′ du même coté.

DIOPTRIQUE.

SUR UN NOUVEAU VERRE DE LUNETTE.

MONSIEUR Tschirnhaus, qui a de grandes vues pour la perfection de la Dioptrique, & qui en a déja donné un bel Essai, rapporté dans l'Histoire de 1699 * a appris aux Sçavans les effets d'un nouveau Verre qu'il a fait.

* Pag. 90.

Ce Verre est convexe des deux côtés, & de 32 pieds de foyer, mais il est extraordinaire par la grandeur de son Diametre. Au lieu que les plus grands Verres du même foyer qu'on ait employés jusqu'ici, n'ont de Diametre que 4 ou 5 pouces, celui-là a plus d'un pied du Rhin, & même au commencement il avoit deux pieds, mais il fut endommagé par quelque accident. De-là on peut juger quelle doit être la Machine que M. Tschirnhaus a imaginée pour tailler de si grands Verres.

Toute la Dioptrique paroît être renverſée par les effets qu'il produit. Par exemple, on laiſſe dans les Lunettes peu d'ouverture aux Objectifs ordinaires, quoique déja aſſez petits, & M. Tſchirnhaus laiſſe le ſien, tout grand qu'il eſt, entiérement découvert.

Pour comprendre la raiſon de la pratique commune, & la ſingularité de celle de M. Tſchirnhaus, il faut ſçavoir exactement comment ſe fait au foyer d'un Verre convexe l'image d'un point lumineux, dont les rayons l'ont traverſé. Suppoſons que ce Verre ſoit une demi-Sphere entiere. Les rayons que le point lumineux envoye ſur toute la ſurface de cette demi-Sphere, ne ſe réuniſſent pas, après l'avoir traverſée, ſur un ſeul point de ſon Axe, comme on pourroit ſe l'imaginer ſur les termes de foyer, & de réunion ordinairement employés dans cette matiere. Ils occupent au contraire un aſſez grand eſpace, mais beaucoup moins grand que la ſurface de la demi-Sphere ſur laquelle ils étoient auparavant répandus. Ainſi quoiqu'ils ne ſoient pas exactement réunis, ils ſont plus ſerrés les uns contre les autres, qu'ils n'étoient. Il y a plus. Dans l'étendue de cet eſpace qu'ils occupent, ils ſont inégalement ſerrés, moins vers les extrémités, & beaucoup plus vers le milieu, c'eſt-à-dire, vers l'Axe de la demi-Sphere, & là ils peuvent paſſer pour être entiérement réunis en un point. Ces rayons à-peu-près réunis ſur l'Axe, ſont ceux qui étoient entrés vers l'Axe, c'eſt-à-dire, vers le milieu de la demi-Sphere; & comme tous les autres qui tombent ſur le reſte de la ſurface, ſe réuniſſent très-mal, on retranche tout ce reſte de demi-Sphere, & on n'en obſerve que le milieu pour faire l'Objectif. Mais il y a encore une autre obſervation à faire. Les rayons qui ont été rompus forment naturellement des Couleurs & des Iris, à moins que par la réfraction ils ne ſoient réunis, ou du moins extrêmement ſerrés les uns contre les autres. Ainſi un Verre Objectif, qui n'eſt qu'un petit reſte de la demi-Sphere, eſt cependant encore ordinairement trop grand, parce qu'il reçoit vers ses bords des rayons, qui après s'être rompus, ne se rapprochent pas assez, & font des Iris très-incommodes aux Observateurs. C'est pour cela que l'on couvre les bords de l'Objectif, & qu'on ne lui laisse qu'une petite étendue circulaire autour de son Axe.

M. Tschirnhaus désaprouve cette pratique, apparemment si bien fondée, & prétend qu'il y a dans l'Optique plusieurs autres erreurs qu'il faudra détruire. Il ne retranche rien de la grande surface de son Objectif; mais il a sur cela quelque secret qu'il ne découvre pas encore. Il est toujours certain qu'il seroit avantageux de laisser une plus grande ouverture aux Objectifs, pourvû qu'il n'y eût pas d'ailleurs d'inconvenient, parce qu'on auroit plus de rayons d'un même point.

L'Objectif de M. Tschirnhaus peut être employé sans Oculaire, ce qui est encore un grand avantage. Car plus il y a de Verres dans une Lunette, plus il y a de rayons qui se réfléchissent sur leurs surfaces, & qui sont perdus pour l'Observateur. Aussi M. Tschirnhaus assure que les objets se voyent plus clairement avec son Verre seul, qu'on ne les avoit encore vûs avec des Lunettes. Il assure même qu'ils paroissent plus clairs qu'à la vûe simple, quoiqu'il se fasse nécessairement des réfléxions de rayons sur ce Verre; mais apparemment cette perte est plus que récompensée par le grand nombre de rayons d'un même point que la grande étendue de sa surface, & de son foyer, fait entrer dans l'œil.

Ce Verre peut servir sans tuyau, & cela d'une autre maniere que celle que M. Huguens a donnée dans son Astroscopie. Car l'objet se voit toujours distinctement malgré les rayons du Soleil qui passent entre lui & l'œil.

Le Champ, c'est-à-dire l'Espace qu'on peut voir à la fois avec ce Verre, est d'une grandeur incroyable. M. Tschirnhaus assure que sans tuyau ni oculaire, il a vû très-distinctement en plein midi une Ville entiere à la distance d'un mille & demi d'Allemagne.

Tant de singularités du Verre de M. Tschirnhaus annoncent de grandes & d'heureuses nouveautés dans la Dioptrique. Quoique cette Science ne fasse presque que de naître, on sera étonné qu'il s'y puisse faire encore de si importantes découvertes, tant on est accoutumé dans ce siécle au cours rapide des Sciences.

ACOUSTIQUE.

SUR LA DETERMINATION D'UN SON FIXE.

LA Science qui regarde le Sens de l'Ouie, n'a peut-être pas moins d'étendue, que celle qui a la Vûe pour objet, mais elle a été jusqu'ici moins approfondie. Le besoin que les Philosophes ont eu des Télescopes & des Microscopes, les a obligés à étudier avec une extrême application les différens chemins & les différens accidens de la Lumiere; mais comme ils n'ont pas eu le même besoin de connoître exactement tout ce qui appartient aux Sons, & qu'ils ont le plus souvent traité la Musique comme une chose de goût, dont on ne devoit pas trop aller chercher les Regles dans le fond de la Philosophie, ils n'ont pas tant tourné leurs spéculations de ce côté-là.

Aussi M. Sauveur a-t-il pensé que c'étoit-là un pays encore peu connu. Il a trouvé cette Science plus vaste, à mesure qu'il y faisoit plus de progrès, il a cru qu'elle méritoit, aussi-bien que l'Optique, un nom particulier, & l'a appellée Acoustique. C'est au nombre & à l'importance des nouvelles découvertes à justifier ce nouveau nom. On peut déja prendre pour un morceau d'Acoustique, ce que l'on a vû de M. Dodart dans cette Histoire * sur la formation de la Voix.

* Pag. 17.

MECHANIQUE.

SUR LA CONSTRUCTION DES HORLOGES.

V. les M. pag. 161.

QUAND M. Huguens eut découvert que les vibrations faites par des Arcs de Cycloïde, quelque inégales qu'elles fussent en étendue, étoient toujours d'une égale durée, il conçut bien qu'un Pendule que l'on appliqueroit à une Horloge, & auquel on feroit décrire des Arcs de Cycloïde, rectifieroit les inégalités inévitables de l'Horloge, parce que quand les différens principes de ces inégalités feroient faire au Pendule des vibrations plus grandes, ou plus petites, il les feroit en vertu de la Cycloïde dans des tems parfaitement égaux, & qu'ainsi il remettroit toujours dans les mouvemens de l'Horloge, supposé qu'il la gouvernât, cette parfaite égalité de tems.

Mais la difficulté étoit de faire décrire à un Pendule des Arcs de Cycloïde, car naturellement ce Pendule attaché à un point fixe, ne peut décrire autour de ce point que des Arcs de Cercle. M. Huguens trouva encore ce secret que tout le monde connoît présentement. La Verge de fer qui porte le Pendule à son extrémité d'embas, est attachée par le haut à un fil de soye, placé entre deux petits Arcs de Cycloïde faits de métal. Le mouvement de vibration applique sans cesse à l'un ou à l'autre de ces Arcs ce fil qui est fort fléxible, & qui en prend exactement la figure, & moyennant cela, il est démontré en Géométrie que le poids suspendu à l'autre bout de la Verge, décrit exactement

ment un autre Arc de Cycloïde. Voilà une des plus ingénieuses, & des plus célébres inventions d'un Siécle, qui en a beaucoup produit. On a crû que l'on n'avoit plus rien à désirer sur l'Art de mesurer le Tems, & en effet les bonnes Pendules d'aujourd'hui ne manquent pas en plusieurs jours d'une seule Seconde, c'est-à-dire de la trois mille six centiéme partie d'une heure.

Cependant comme il est bon de se rendre difficile à contenter, & qu'une certaine inquiétude philosophique, qui ne croit jamais avoir attrapé la perfection, est seule capable d'y parvenir, M. de la Hire avoue qu'il ne désespére pas de pouvoir encore perfectionner l'Horlogerie.

Ce fil de soye auquel on suspend la verge du Pendule, s'accourcit par l'humidité, & s'allonge par la sécheresse, & c'est par conséquent le Pendule entier qui s'accourcit & s'allonge. Or dès que la longueur du Pendule change, il fait plus ou moins de vibrations dans le même tems, & l'exacte justesse de toute la Machine est détruite.

M. de la Hire avoit imaginé de mettre au lieu du fil de soye, une petite lame de ressort fort légére & fort fléxible, qui se seroit appliquée avec la même facilité contre les petits Arcs de Cycloïde, & qui n'auroit pas été sujette aux mêmes altérations par la sécheresse, ou par l'humidité de l'air. Mais il a éprouvé que le froid rendoit le ressort de la petite lame plus roide & ses vibrations plus fréquentes; que le chaud faisoit un effet contraire; que l'un & l'autre agissoient sur elle plus violemment que la sécheresse ou l'humidité sur la soye, & qu'enfin l'Horloge en contractoit une plus grande irrégularité.

Il s'agit ici du Pendule à Secondes, c'est-à-dire de celui qui ne fait qu'une vibration par Seconde, mais si c'étoit un Pendule plus court, & qui en une Seconde fît deux vibrations, alors l'augmentation ou la diminution du nombre des vibrations, causée par les irrégularités de la lame à ressort tombant sur un plus grand nombre de vibrations, deviendroit insensible par rapport à ce nombre, & il seroit avantageux d'appliquer la lame à un Pendule à demi-Secondes, sur-tout dans les voyages sur Mer, où les vibrations d'un Pendule qui n'est suspendu qu'à un fil de soye, sont fort sujettes à être interrompues par les différens mouvemens du Vaisseau.

Enfin pour le Pendule à Secondes, M. de la Hire voudroit le suspendre à une verge roide & ferme dans toute sa longueur. Il est vrai que par-là il paroît renoncer entiérement à la Cycloïde, mais il croit, & il a éprouvé que les vibrations par des Arcs de Cercle se font dans des tems aussi exactement égaux, pourvû qu'elles ne soient pas d'une grande étendue, & enfin si l'on est persuadé qu'on ne se puisse passer de Cycloïde, il a imaginé une maniére assez fine & assez subtile de l'appliquer à un mouvement, qui paroît ne se pouvoir faire que par un Cercle. On auroit donc tout l'avantage de la Cycloïde sans les inconvéniens du fil de soye.

Quoique les Montres de poche, petites & portatives comme elles sont, ne puissent jamais être amenées à la justesse des grandes Horloges, il ne faut pas cependant dédaigner de leur donner toute celle dont elles sont capables. Quand un Pendule qui décrit de petits Arcs de Cercle, ou des Arcs quelconques de Cycloïde, fait dans des tems égaux des vibrations d'une étendue inégale, c'est qu'il fait les grandes plus vîte à proportion, & les petites plus lentement Par la même raison un Ressort mis en mouvement, qui fait ses vibrations plus grandes ou plus petites, selon qu'il est plus ou moins roide, & qu'il a reçû plus ou moins de mouvement, les fait en des tems à très-peu près égaux, pourvû que l'inégalité de leur étendue ne passe pas de certaines bornes. Et comme on a appliqué les vibrations d'un Pendule aux grandes Horloges pour rectifier les inégalités de leurs mouvemens, on s'est avisé aussi d'appliquer au Balancier des Montres, qui a des mouvemens assez inégaux, un Ressort qui les corrigeât par l'égalité de la durée de ses vibrations.

Ce Ressort est ordinairement tourné en Spirale, afin que dans le petit eſpace auquel on eſt aſſujetti il ait aſſez de longueur, & par conſéquent aſſez de force pour ne ſe pas laiſſer maîtriſer & emporter par les inégalités de ce même Balancier, que l'on veut qu'il regle. Il faut que ces deux Pieces ayent des vibrations à peu près de même grandeur, qu'elles ne ſe gênent point l'une l'autre dans leurs mouvemens, & qu'elles s'ajuſtent en ſorte que le Reſſort plus régulier dans la durée de ſes vibrations que le Balancier ne faſſe que lui communiquer ſa régularité dans les occaſions.

De la maniére dont le Reſſort ſpiral a été appliqué juſqu'ici, M. de la Hire juge qu'il doit être maîtriſé par le Balancier, & que c'eſt une des cauſes du peu de juſteſſe des Montres. Il propoſe donc une autre maniere d'appliquer le Reſſort, telle qu'il aura toujours la force de dominer.

Il propoſe même une autre figure de Reſſort. Il eſt ployé en ondes, & par-là, il eſt fort long dans un petit eſpace, & fort doux.

Ces corrections que l'on fait à des inventions connues & établies, peuvent, à la vérité, frapper moins les eſprits, que n'ont fait les inventions même, qui avoient l'éclat de la nouveauté, mais quelquefois elles ne ſont ni moins utiles, ni même moins ingénieuſes. Plus une premiere invention approche de la perfection dont elle eſt capable, plus le peu qui lui manque nous eſt important, & ce peu eſt d'autant plus difficile à découvrir qu'il eſt par lui-même moins viſible, & qu'on s'aviſe moins de le chercher.

SUR UN INSTRUMENT UNIVERSEL pour les Jets des Bombes.

IL ne ſuffit pas à la Géométrie d'avoir déterminé que les Bombes & les Boulets de Canon décrivent des Paraboles en l'air, il faut encore qu'elle imagine des Inſtrumens par le moyen deſquels une certaine Parabole particuliére tracée par une Bombe, aille rencontrer tel point que l'on Voy. les M. pag. 205.