ASTRONOMIE.

SUR DEUX ECLIPSES DE LUNE.

V. les M. p. 6. 14. 197. 199.

UNe Eclipse de Lune du 23 Decembre 1703, dont on ne parla dans l'Académie qu'en 1704, ne put être observée à Paris à cause des nuages dont le Ciel fut couvert. On en a pû voir le détail dans la *Connoissance des Temps* de 1703, tel qu'il avoit été prédit par le calcul astronomique.

Mais l'Académie reçut les observations qui en avoient été faites à Dunquerque par M. de Chazelles, à Montpellier par M[rs] de Plantade & Clapiers, à Arles par M. Davisard, à Avignon par le P. Bonfa Jésuite, & à Marseille par le P. Laval, Jésuite, Professeur en Hydrogaphie.

Il y eut dans ces différentes observations des particularités remarquables. L'Eclipse arriva le matin, elle devoit commencer à Paris à 4h 40', & la Lune devoit se coucher éclipsée. A Montpellier on la vit, après l'immersion totale, vers les 6 heures, si sombre & si obscure qu'on avoit beaucoup de peine à y distinguer les taches, qui d'ordinaire sont aisées à reconnoître, quoique la Lune soit plongée dans l'ombre. Quelque temps après elle commença à rougir vers sa circonférence, & circulairement, le milieu du disque demeurant plus obscur, & vers les 6 heures $\frac{1}{4}$ ce milieu obscur, & l'anneau rougeâtre qui l'enveloppoit, partageoient assez également le diametre du disque. Mais ce qui fut fort extraordinaire, c'eſt qu'a 6 heures $\frac{1}{2}$, la Lune diſparut dans le ciel, quoiqu'il fût très-ſerain, & très net, qu'elle ne dût ſe coucher qu'à plus d'une heure de là, & que le crépuſcule ne fût point encore aſſez fort pour l'effacer, puiſqu'il laiſſoit voir des Etoiles, même du côté de l'Orient.

A Arles, la Lune parut toujours d'un rouge obſcur & brun, après l'immerſion totale, & au contraire, d'un rouge fort clair à Avignon, & ſi clair qu'on l'eût crue tranſparente, & éclairée du Soleil par derriere. A Marſeille, la Lune fut rougeâtre dans ſa partie qui étoit au Nord-oueſt, & fort obſcure dans la partie oppoſée. Elle diſparut auſſi vers les 7 heures, le ciel étant fort net.

Une autre Eclipſe de Lune du 17 Juin 1704. au ſoir, dont on n'auroit pû voir à Paris que la fin, qui n'y fut pas vûe à cauſe des nuages, fut obſervée de quelques autres endroits, dont on eut des relations, & fut remarquable principalement par une très-forte pénombre qui parut à Montpellier à Mrs Bon, de Plantade, & de Clapiers.

On peut réduire à quelques cauſes générales les différens degrés d'ombre & de pénombre, & les différentes couleurs qui paroiſſent dans les éclipſe de Lune. Il faut ſe ſouvenir d'abord de ce que c'eſt que la pénombre expliquée dans l'Hiſt. de 1702 *. Elle n'a été alors conſidérée que comme formée par le globe ſeul de la Terre, & l'on a fait voir que la Lune pouvoit ne tomber que dans cette pénombre, qui eſt un eſpace privé ſeulement des rayons d'une partie du Soleil, & non pas dans l'ombre qui eſt une eſpace où il n'entre abſolument aucuns rayons. Par la formation de la pénombre, il eſt viſible qu'elle doit avoit différens degrés de clarté ou d'obſcurité, ſelon qu'elle s'éloigne ou s'approche davantage de l'ombre : mais ſi outre le globe de la terre, on conſidere auſſi l'Atmoſphere dont il eſt environné, il eſt certain qu'il s'y doit rompre des rayons, qui en vertu de cette réfraction ſe rapprochant de la perpendicu-

* p. 73. & 74.

laire, & se rabattant par conséquent vers l'axe de l'ombre de la terre, pourront aller se mêler dans la pénombre, & la rendre plus claire qu'elle n'étoit naturellement, & peut-être iront-ils jusque dans l'ombre, qui en deviendra nécessairement moins obscure. Cela depend de la grandeur de la réfraction, c'est-à-dire de la densité de la matiere qui l'aura causée. Cette matiere peut varier dans l'Atmosphere, & par conséquent l'ombre & la pénombre prises à la même distance du globe de la terre, pourront en différens temps, & peut-être pendant la durée d'une même éclipse, avoir différens degrés de clarté ou d'obscurité.

M^rs^ les Astronomes de Montpellier ont eu sur cela, à l'occasion de cette forte pénombre de l'Eclipse du 17 Juin, une pensée assez nouvelle, & qui merite d'être suivie. Ils ont cherché quelles étoient les parties de la surface de la terre comprises pendant cette éclipse, tant dans l'hemisphere éclairé, que dans l'hemisphere obscur: car si l'on peut juger que l'air de l'hemisphere éclairé soit plus épais que celui de l'hemisphere obscur, les rayons qui passeront par réfraction de l'hemisphere éclairé dans l'obscur, souffriront une moindre réfraction, & étant moins rabattus vers l'axe de l'ombre de la terre, ne tomberont point dans la pénombre, & au contraire. Ces Astronomes ont trouvé que la mer du Sud qui est très-vaste, étoit dans l'hemisphere éclairé; & tout le grand Continent de l'Europe, de l'Asie, & de l'Afrique dans l'hemisphere obscur; de sorte que les rayons rompus qui passoient de dessus la mer du Sud, & d'un air chargé de vapeurs, dans un air plus leger & sur des terres, ne devoient souffrir qu'une foible réfraction: & c'est ce qui rendit si obscure la pénombre de cette éclipse. Pour pousser cette recherche à sa derniere précision, il faut voir de plus quelle est la partie de la terre qui couvre de son ombre la partie éclipsée de la Lune, & comparer cet endroit de la terre à ceux d'où il y peut venir des rayons rompus, ou plutôt, les différentes densités d'air. Si l'on peut s'assurer qu'il y ait dans ces densités quelque chose d'égal & d'uniforme, & que l'air d'une grande mer soit toujours plus épais que celui d'un Continent, ce qui paroît assez vraisemblable, on pourra faire par avance quelques conjectures sur le plus ou le moins d'obscurité de la pénombre ou de l'ombre des éclipses de Lune, & joindre ces prédictions physiques à celles qui sont purement astronomiques. Ce seroit un nouveau degré de connoissance qu'on auroit acquis, quoique l'on n'eût guere dû l'espérer.

Quand la Lune vûe en même temps de différens endroits paroît avoir différens degrés d'obscurité, ou même différentes couleurs, ainsi qu'il est arrivé dans l'Eclipse du 23. Decembre 1703. observée à Arles & à Avignon, cela ne se peut plus rapporter qu'aux différentes vapeurs particulieres de chaque lieu, & à leur différente quantité. Ce sont des especes de verres inégalement épais & diversement teints, au travers desquels le même objet est vû. Qoique le ciel paroisse fort net, ces vapeurs ne laissent pas d'y être répandues. Dans l'Eclipse du 23 Decembre, une foible pénombre devoit couvrir la Lune, l'air devoit être à Arles fort chargé de ces vapeurs invisibles, & au contraire fort pur à Avignon.

On ne peut guere attribuer qu'à ces mêmes vapeurs, que la Lune éclipsée disparoisse dans le ciel, sans qu'il y ait d'ailleurs nul accident nouveau. Je suppose que la Lune a pris dans son éclipse une certaine couleur peu différente de celle du ciel tel qu'il est alors, c'est-à-dire du fond sur lequel on la voit. Si les vapeurs interposées, deviennent telles qu'elles rendent la couleur de la Lune entierement semblable à celle du fond, la Planete doit disparoître à nos yeux, & il est clair selon cette idée que ce phénomene surprenant ne doit être possible que dans les éclipses, parce qu'en tout temps la couleur de la Lune est trop différente de celle du fond qui la porte.

Nous ne comptons dans tout ceci que sur l'Atmosphere de la Terre, & sur les vapeurs qui y sont inégalement répandues. Il eſt vrai que la Lune ne paroît pas avoir d'Atmoſphere groſſiere & ſenſible, mais peut-être a-t-elle des vapeurs déliées, qui étant inviſibles pendant qu'elle eſt lumineuſe, contribuent à lui donner une couleur & une teinture, pendant qu'elle eſt dans l'obſcurité. Quoiqu'il en ſoit, on peut croire que les Philoſophes après avoir découvert, preſque contre toute apparence de ſuccès, tout ce qu'il y a de géométrique dans les Eclipſes, viendront auſſi à découvrir les cauſes des accidens phyſiques qui s'y mêlent : mais ce qui eſt phyſique doit naturellement ſe manifeſter le dernier, parce qu'il eſt plus compliqué, & plus variable.

SUR LE MOUVEMENT
D'UN ASTRE EN ASCENSION DROITE
COMPARE' A SON MOUVEMENT
EN LONGITUDE.

V. les M. p. 134.

QUand un Aſtre parti du premier degré d'Aries eſt arrivé au premier degré de Cancer, il a fait par ſon mouvement en aſcenſion droite le quart de l'Equateur, & par ſon mouvement en longitude le quart de l'Ecliptique; & la diſtance où il ſe trouve de l'interſection, ou, ſi l'on veut, de l'origine de ces deux grands Cercles, eſt également de 90 degrés par rapport à l'un & à l'autre. Mais de ce que le quart de l'Ecliptique répond préciſément au quart de l'Equateur, il ne s'enſuit pas que chaque autre partie égale de l'Ecliptique réponde à une partie égale de l'Equateur, & chaque degré de l'un à chaque degré de l'autre; l'obliquité de l'Ecliptique par rapport à l'Equateur ne le permet pas, & l'Aſtre qui, arrivé au premier degré de Cancer, a parcouru deux parties égales ſur l'un & l'autre cercle, y avoit pendant tout ſon cours précédent, ou plutôt pendant chaque inſtant de ce cours, parcouru des parties inégales. Ayant fait un degré par rapport à l'Equateur, il avoit fait plus d'un degré sur l'Ecliptique, ou réciproquement. Mais puisque par un cours qui étant comparé à l'un & à l'autre cercle est inégal, il a fait à la fin sur l'un & sur l'autre un espace égal, il faut absolument qu'un degré de l'Ecliptique ait été tantôt plus grand, tantôt plus petit qu'un degré de l'Equateur, & comme il est constant que cette variation a été continue & réglée, un degré de l'Ecliptique n'a pû, après avoir été plus grand qu'un degré de l'Equateur, devenir plus petit, sans passer par lui être égal. M. Parent appelle mouvement *médiocre* d'un Astre celui qu'il a lorsque ces deux différens degrés sont égaux, & il cherche à quel point de l'Ecliptique entre le premier degré d'Aries, & le premier degré de Cancer, doit être ce mouvement médiocre.

Pour rapporter les degrés de l'Ecliptique à ceux de l'Equateur, il faut concevoir l'Equateur divisé de degré en degré par des Méridiens, qui coupent ensuite l'Ecliptique. Par-là, chaque partie égale de l'Equateur a une partie de l'Ecliptique qui lui répond, comprise entre les mêmes Méridiens: mais ces parties de l'Ecliptique sont toujours inégales, parce que l'espace qui est entre deux Méridiens diminuant & se serrant toujours à mesure qu'ils approchent du Pole où ils doivent concourir, la portion de l'Ecliptique qu'ils comprennent, est d'autant plus petite qu'elle est plus éloignée de l'Equateur. Ainsi les deux Méridiens qui comprennent le premier degré de l'Equateur, comprennent plus d'un degré de l'Ecliptique, ensuite une moindre portion de l'Ecliptique, mais toujours plus grande qu'un degré de l'Equateur, jusqu'à ce qu'elle lui soit égale, après quoi elle est toujours plus petite que ce degré, & enfin la plus petite qu'elle puisse être lorsqu'elle répond au 90 degré de l'Equateur.

Il faut donc considérer le point du mouvement médiocre comme partageant en deux le quart de l'Ecliptique. Du côté d'Aries sont les parties de l'Ecliptique plus grandes chacune qu'un degré de l'Equateur, du côté de Cancer celles qui sont plus petites. Le point du mouvement médiocre sera au 45^e^ degré de l'Ecliptique, si les 45 degrés de l'Ecliptique qui sont vers Aries pris ensemble, l'emportent autant en grandeur sur 45 degrés de l'Equateur, que les 45 degrés vers Cancer leur cedent: mais si cela n'est pas ainsi, ce point s'approchera d'Aries, en cas que pour faire la compensation il faille un plus grand nombre de parties vers Cancer, ou, ce qui revient au même, si les parties de l'Ecliptique vers Aries l'emportent plus en grandeur sur les degrés de l'Equateur, que des parties prises à même distance de Cancer ne leur cedent, & si l'on suppose le contraire, le point du médiocre mouvement s'éloignera d'Aries. Or moins l'Ecliptique sera supposée oblique, moins ses parties vers Aries l'emporteront sur les degrés de l'Equateur, & moins les parties vers Cancer leur céderont, & au contraire; de sorte qu'il est visible que c'est l'obliquité de l'Ecliptique qui doit seule régler la position ou la place du point du médiocre mouvement dans le quart de l'Ecliptique.

M. Parent trouve par une équation algébrique, que ces trois grandeurs sont continûment proportionnelles, le Rayon de la Sphere, la Tangente de l'arc qui est la distance de Cancer au point du mouvement médiocre, & le Sinus du complément de l'obliquité de l'Ecliptique. Delà il suit évidemment que moins l'Ecliptique est oblique, plus le point du mouvement médiocre est éloigné de Cancer, ou proche d'Aries.

Mais l'obliquité de l'Ecliptique étant réellement constante, & déterminée de 23° 29', on trouve aussi-tôt par la Formule de M. Parent, que le point du mouvement médiocre est au 46° 14' de l'Ecliptique, au lieu qu'il est placé dans plusieurs Tables astronomiques vers les 44 ou 45°. Cela vient de ce que les Tables ne l'ont pas déterminé par une Formule algébrique, comme a fait M. Parent, mais par des calculs où il entre un peu de tâtonnement, & qui assez souvent ne sont que des approximations

mations. Les formules d'Algebre, quand on les peut employer, frappent droit au but.

SUR LES PLANETES EN GENERAL, ET SUR SATURNE EN PARTICULIER.

ON ne sauroit mieux, ni relever la gloire de l'Astronomie, ni excuser ce qui lui reste d'imperfection, qu'en montrant, comme a fait M. Maraldi, toutes les difficultés qu'elle a eues à combattre, & qu'elle a presque entierement surmontées. V. les M. p. 306.

Toutes les Planetes *principales*, car il ne s'agit point ici de celles qui ne sont que des Lunes ou des Satellites, tournent autour du Soleil, quelle que soit la ligne qu'elles décrivent autour de cet Astre, & leur mouvement s'y rapporte uniquement. Il faudroit donc, pour observer & pour calculer le cours des Planetes le plus commodément & le plus avantageusement qu'il fût possible, qu'il y eût des Astronomes placés dans le Soleil. Supposons qu'il y en ait effectivement.

Ils s'appercevroient d'abord que nulle Planete ne seroit dans tout son cours également éloignée du Soleil, & qu'il n'y en auroit aucune qui n'eût son *Aphélie* & son *Perihélie*, c'est-à-dire, deux points diamétralement opposés, dont l'un marqueroit le plus grand éloignement, l'autre le moindre, & entre lesquels seroient de part & d'autre ceux des *moyennes distances*.

Quand le mouvement des Planetes seroit égal & uniforme en lui-même, il paroîtroit inégal; parce que leur distance à l'égard du Soleil seroit toujours inégale d'un moment à l'autre. On les verroit aller plus lentement vers leur Aphélie, & plus vîte vers le Perihélie. Or on ne sauroit calculer le mouvement des Planetes qu'en le supposant toujours égal, & par conséquent *moyen* entre la plus grande vitesse & la plus grande lenteur, sauf à réduire ensuite ce mouvement moyen & faux, au *vrai* & *apparent* par des Tables qui marquent combien à chaque point de l'Orbe de la Planete, il faut ajouter à son mouvement moyen ou en retrancher. C'est ce qu'on appelle, *Equation additive* & *soustractive*. Il est clair que la construction de ces Tables dépend d'une détermination précise de l'Aphélie & du Perihélie : mais ce ne sont pas deux points visibles dans le cours d'une Planete, & on ne les peut avoir que par une assez longue suite d'observations comparées les unes aux autres. Si par l'erreur des observations, ou par celle des comparaisons que l'on en fait, on se trompe d'un degré, par exemple, sur la position de l'Aphélie, il y aura un degré dans l'Orbe de la Planete, où la Table donnera le moyen mouvement plus grand que le vrai, quoiqu'il soit réellement plus petit, & un autre degré où le contraire arrivera, & sur tous les autres degrés ou points de l'Orbe sans exception, l'équation sera plus grande ou plus petite qu'elle n'eût été, si l'Aphélie & le Perihélie eussent été bien posés.

Leur position ne détermine que les degrés de l'Orbe où l'équation doit être additive ou soustractive, & plus ou moins additive ou soustractive, en un mot, la distribution de l'équation dans l'Orbe : mais la grandeur totale de cette équation dépend de la grandeur de l'*excentricité* de l'Orbe au Soleil consideré comme centre. Cette excentricité n'est point un objet visible, non plus que l'Aphélie & le Perihélie, il la faut conclurre avec peine d'un grand nombre d'observations, & pour peu qu'on se trompe sur sa grandeur, toute l'équation sera nécessairement fausse en toutes ses parties. De plus, pour la distribuer dans l'Orbe, il faut savoir quelle est la Courbe de l'Excentrique : car une Ellipse, par exemple, se partagera en parties égales autrement qu'un Cercle, & une certaine Ellipse autrement qu'une autre, or pour déterminer la Courbe d'une Orbe par les observations seules, il en faudroit un nombre presque infini, & l'on ne peut guère se passer de faire une hipothese qui concilie le plus grand nombre d'observations qu'il sera possible; mais qui sera toujours incertaine en elle-même.

Les Planetes se meuvent toutes dans des plans différens, quoiqu'à la vérité peu inclinés les uns aux autres; mais d'autant plus difficiles à distinguer. Les Astronomes placés dans le Soleil seroient obligés à en choisir arbitrairement quelqu'un, par rapport auquel ils mesureroient l'inclinaison des autres: je suppose qu'ils choisissent le plan qui passe par le centre du Soleil & de la Terre, & que nous appellons le plan de l'Ecliptique. Une Planete, par exemple, Jupiter ne pourroit être parfaitement en conjonction ou en opposition avec la Terre, à moins que d'être dans le même plan; c'est-à-dire, puisque les plans de l'Orbe de Jupiter & de celui de la Terre sont différens, mais inclinés, à moins que d'être dans l'un des deux points ou *Nœuds* diamétralement opposés, qui font l'intersection des Orbes de Jupiter & de la Terre. Plus l'angle que feroit l'Orbe de Jupiter avec celui de la Terre, ou avec le plan de l'Ecliptique, feroit grand, plus Jupiter hors de ses nœuds seroit éloigné d'être en conjonction, ou en opposition parfaite ou centrale avec la Terre. On voit donc que le calcul des conjonctions & des oppositions des Planetes demanderoit la connoissance précise des inclinaisons de leurs Orbes au plan de l'Ecliptique, & de la position de leurs nœuds, mais cette recherche n'est pas facile. Un nœud ne se voit point; il faut faire plusieurs observations de la Planete aux environs du nœud, avant qu'elle y passe, & après qu'elle y a passé; & par ses différentes distances de l'Ecliptique de côté & d'autre, juger à quel point sa distance a été nulle, ce qui est la même chose que déterminer son nœud. Mais parce que les Orbes sont peu inclinés, une Planete s'approche ou s'éloigne beaucoup de ſon nœud, ou avance beaucoup en *longitude* ſans s'approcher ou s'éloigner beaucoup du plan de l'Ecliptique, ou ſans diminuer ou augmenter beaucoup ſa *latitude*, & par conſéquent ſon mouvement par rapport au plan de l'Ecliptique, ou en latitude, étant inſenſible dans une aſſez grande étendue, la poſition du nœud eſt incertaine & douteuſe dans une étendue égale.

Il y a encore plus : ni l'Aphélie & le Perihélie, ni les Nœuds ne ſont des points fixes dans les Orbes des Planetes, ils changent continuellement, mais avec une lenteur qui rend leur variation beaucoup plus difficile à déterminer.

Toutes ces difficultés étant applanies, autant qu'il eſt poſſible à l'Art, quand on veut faire des Tables aſtronomiques pour une Planete, & donner les principes de calcul ou *Elémens* qui doivent ſervir à trouver à l'avenir ſon vrai lieu dans le Ciel pour tel moment qu'on voudra, il faut lui fixer une *Epoque*, c'eſt-à-dire, un moment pour lequel ce vrai lieu ſoit bien connu, & d'où l'on comptera tout le reſte. Si cette Epoque eſt fauſſe, tout s'en reſſent, & toutes les difficultés que nous avons rapportées, concourent à en rendre la détermination fort pénible, & peu ſûre.

Juſqu'ici nous avons ſuppoſé des Aſtronomes placés dans le Soleil, au centre de tous les mouvemens : mais que ſera-ce quand ils ſeront placés ſur la Terre, qui voit comme inégal & irrégulier tout ce qui auroit été vû égal & régulier de dedans le Soleil, & qui par ſa ſituation ajoute à tout ce qui ſeroit inégal & irrégulier en ſoi-même, une fauſſe inégalité & une fauſſe irrégularité fort difficile à démêler d'avec la vraie ?

En fait de Planetes, ce qui ſe rapporte au Soleil, & n'eſt pas vû de dedans le Soleil, ne peut être que faux, & demande à être rectifié. Le véritable angle d'inclinaiſon des Orbes des Planetes ſur le plan de l'Ecliptique, eſt celui qui ſeroit vû du Soleil, & non cet angle plus ou moins grand qui eſt vû de la Terre. La poſition des nœuds d'une Planete dans le Zodiaque n'eſt point celle qui eſt vûe de la Terre, à moins que la ligne tirée du centre du Soleil, par laquelle ils ſont déterminés, ne paſſe auſſi par le centre de la Terre, ce qui eſt une rencontre fort rare. Enfin de la Terre au Soleil il y a toujours une *parallaxe* ou différence optique, dont il faut tenir compte dans les déterminations tirées de nos obſervations. C'eſt un travail dont notre ſituation nous impoſe la néceſſité, & qui rend tous les calculs aſtronomiques plus compliqués, & par conſéquent plus ſujets à erreur.

La grandeur de cette parallaxe dépend de la diſtance de la Terre, & de celle de la Planete au Soleil, ou, ce qui revient au même, du rapport de ces deux diſtances. Il eſt évident que ſi la diſtance de la Terre au Soleil par rapport à celle de la Planete obſervée au Soleil, étoit aſſez petite pour ne devoir pas être comptée, ou du moins pour pouvoir être négligée ſans une erreur ſenſible, la parallaxe ceſſeroit; & par conſequent elle eſt d'autant plus grande, que la diſtance de la Terre au Soleil eſt plus grande par rapport à celle de la Planete au Soleil. Mais les meſures de ces ſortes de diſtances, qui paroiſſent au commun des hommes des entrepriſes impratiquables, ſont du moins très-pénibles pour les plus habiles Aſtronomes, & ne peuvent être d'une grande ſûreté.

Les Orbes des Planetes ne ſe rapportent qu'au Soleil, on ne peut pas dire proprement qu'ils ſoient excentriques à la Terre, à laquelle ils ne ſe rapportent point. Les uns enveloppent l'Orbe de la Terre, les autres en ſont enveloppés, & par cette diſpoſition, les Planetes étant dans leur plus grande proximité de la Terre, ou dans leur *Périgée*, en ſont très-proches par rapport à la grande diſtance où elles en ſont dans leur *Apogée*. Mais, & cet Apogée & ce Périgée ne ſont que des rencontres, pour ainſi dire, fortuites, qui naiſſent de la combinaiſon du mouvement des Planetes & de celui de la Terre ou du Soleil, il n'y a que l'Aphélie & le Perihélie qui ſoient des points déterminés par eux-mêmes, le Perigée d'une Planete peut arriver dans son Aphélie, & son Apogée dans le Perihélie: & comme ce sont l'Aphélie & le Perihélie seuls, qui ont un mouvement par lequel se regle la distribution de l'excentricité ou de l'équation dans l'Orbe, il faut les démêler d'avec l'Apogée & le Périgée, ce qui est d'autant plus mal-aisé, que les uns nous sont visibles, & les autres invisibles. De même, l'excentricité des Planetes au Soleil est celle dont nous avons besoin : mais nous ne la voyons pas, & il faut la conclurre avec beaucoup de peine de leurs inégales distances à la Terre. On appelle *premiere inégalité* des Planetes, celle qui vient de leur excentricité au Soleil, & qui est réellement dans leur cours par rapport à cet Astre, & *seconde inégalité*, celle qui vient de ce qu'elles sont vûes de la Terre, & non du Soleil.

A rassembler toutes les déterminations que nous avons rapportées, nécessaires au calcul des Planetes, le nombre en est si grand, & souvent elles sont si délicates & si subtiles, ou demandent des observations faites en des circonstances si rares, que M. Maraldi ne croit pas que les observations seules puissent aisément suffire, & que l'on ne soit pas réduit à emprunter le secours de quelques hipotheses ; c'est-à-dire, à supposer pour Orbe d'une Planete quelque ligne Courbe, dont la nature particuliere donnera la mesure de ses différens arcs, quand on en aura quelques-uns par observation. Quoi qu'il en soit, les difficultés de l'Astronomie sont assez bien prouvées, ne fût-ce que par la différence qui se trouve assez souvent entre le Ciel & les Tables des plus grands Astronomes.

M. Maraldi en donne pour exemple les Tables de Kepler sur Saturne. Des observations de cette Planete faites à l'Observatoire depuis plus de 33 ou 34 ans, ont fait voir que Saturne étoit moins avancé dans le Zodiaque, tantôt de 20 à 21 Minutes, tantôt de 10 à 12, que ne le donnoient les Tables de Kepler, fondées sur les observations de Tycho-Brahé. Cette différence d'un tiers ou d'une sixieme partie de degré, n'auroit pas été comptée autrefois, & paroît maintenant fort considérable. M. Maraldi s'est donné beaucoup de peine pour en découvrir la source. Kepler pouvoit s'être mépris, ou dans l'Epoque d'où il avoit commencé ses Tables de Saturne, ou dans la plus grande équation qu'il lui avoit donnée. Si l'erreur étoit dans l'Epoque, Saturne avoit donc été d'abord posé par Kepler plus avancé dans le Zodiaque d'une certaine quantité, qu'il ne l'étoit réellement, & cette quantité devoit être toujours la même: or par les observations elle varioit. Si l'erreur étoit dans la plus grande Equation, on devoit trop ajouter au mouvement moyen de Saturne dans une moitié de son Orbe, & par conséquent le trouver trop avancé: mais aussi dans l'autre moitié de l'Orbe, on devoit ôter trop, & le trouver trop peu avancé: or il l'étoit toujours trop, mais inégalement. De-là M. Maraldi tira cette conséquence assez subtile, que l'erreur appartenoit & à l'Epoque, puisque Saturne étoit toujours fort avancé selon Kepler, & à la plus grande Equation, puisqu'il l'étoit inégalement. Il corrigea l'une & l'autre, selon qu'il étoit nécessaire pour les concilier avec les observations.

Il se pouvoit aussi que Kepler se fût trompé dans le mouvement moyen en le faisant trop grand: mais après beaucoup de raisonnemens & de calculs, on trouva que l'erreur, du moins pour la plus grande partie, devoit venir de l'Equation & de l'Epoque.

M. Maraldi a examiné de la même maniere l'Aphélie, les Nœuds, & la plus grande Latitude de Saturne ou l'inclinaison de son Orbe, déterminés par Kepler; il les a corrigés lorsqu'il a été nécessaire pour accorder un grand nombre d'observations: & il faut dire à la gloire des Tables de M. Bouillaud sur Saturne, que souvent ces corrections se sont trouvées conformes à ces Tables.

On pourra juger par le travail de M. Maraldi sur

Saturne, ce que coûte la détermination des mouvemens d'une Planete, quel amas d'observations anciennes & modernes il faut avoir devant soi, avec quel art il faut les comparer, combien de différentes méthodes il faut avoir en main, & combien de réflexions, quelquefois fort fines & fort délicates, sont nécessaires pour se conduire dans un pareil labyrinthe.

SUR LE CALENDRIER.

V. les M. p. 146.

La révolution apparente du Soleil autour de la Terre a été divisée arbitrairement en 24 parties, qui sont les Heures, premier fondement de toute la mesure du temps. L'usage civil ne connoît que les Heures, ou plutôt des multiples d'Heures, comme des Jours, des Années: mais ni le mouvement annuel du Soleil, ni celui des autres corps célestes, ne peuvent être mesurés exactement & sans reste par des heures ni par leurs multiples; celui du Soleil, par exemple, est de 365 jours, 5 heures, 49′ à peu près; celui de la Lune est de 29 jours, 12 heures, 44′, & de-là vient que pour absorber ces fractions dans des nombres entiers, & même dans des nombres qui n'expriment que des jours ou des années, il faut imaginer des Cycles, qui embrassant plusieurs révolutions d'un même Astre, le remettent après un certain nombre d'années aux mêmes points du Ciel d'où il étoit parti d'abord, ou, ce qui est la même chose, aux mêmes temps du Calendrier établi pour l'usage civil.

Tel a été le fameux Cycle de 19 années, inventé autrefois pour remettre les Nouvelles Lunes aux mêmes jours; de sorte que le cours de la Lune comparé à celui du Soleil, se doit toujours retrouver le même dans chaque période de 19 années. Mais ce Cycle, qui remet les nouvelles Lunes aux mêmes jours, ne les remet pas aux

aux mêmes heures, il s'en faut à peu près une heure & demie, les heures s'accumulent, & deviennent des jours, & enfin en 625 ans les nouvelles Lunes arrivent deux jours entiers plutôt qu'elles ne devroient arriver par le Cycle.

Cette différence entre le Ciel & le Cycle de 19 ans a été inconnue à l'antiquité, & l'erreur qu'elle avoit produite dans le Calendrier depuis le quatrieme siecle de l'Eglise, qui fut celui du Concile de Nicée, jusqu'au seiziéme, fut une des causes de la Réforme du Calendrier par le Pape Gregoire XIII, ainsi qu'on l'a vû dans l'Hist. de 1701. * * p. 107. & suiv.

Ceux qui travaillerent à cette Réforme sous les ordres du Pape, découvrirent l'équation de 2. jours, nécessaire au bout de 625 ans, pour remettre le Cycle de 19 ans parfaitement d'accord avec le Ciel. Cette équation est heureuse en ce qu'elle est de 2 jours entiers sans aucune fraction ni d'heures, ni de minutes : car s'il y en avoit eu quelqu'une, il auroit fallu une autre équation plus grande que celle de 2 jours pour un nombre d'années beaucoup plus grand que 625, & d'autant plus grand que la fraction eût été plus petite, ce qui auroit été incommode; & peut-être même la fraction eût été telle, qu'il eût été impossible d'en composer des jours qui n'eussent eu encore quelque fraction. Cette équation de 2 jours précis pour 625 ans, partagée proportionnellement à une période de 125 ans est de 9 heures 36' précises : & partagée de même à une période de 25 ans, elle est d'1 heure, 55' 12" sans tierces; or on sait de quelle commodité il est dans le calcul & dans la pratique, d'avoir peu de fractions.

Il y a plus : cette équation si heureuse & si facile est en même-temps très-juste, & M. Cassini prouve qu'elle donne les mouvemens ou les lieux de la Lune avec la même exactitude que les meilleures Tables. A peine eût-on osé espérer qu'un Cycle destiné seulement pour l'usage Civil ou Ecclésiastique, & auquel on ne demande pas une rigoureuse précision, pût en avoir autant que les Tables Astronomiques, qui sont faites pour suivre pas à pas les mouvemens célestes, & pour n'en laisser rien échapper.

M. Cassini fait voir, en comparant ensemble les Tables les plus célebres que nous ayons pour la Lune, que l'équation Grégorienne tient le milieu entr'elles, & que par conséquent elle n'a pas seulement toute la perfection qu'on peut desirer par rapport à l'usage Ecclésiastique; mais encore, que dans l'usage astronomique, si exact & si scrupuleux, elle peut & doit être préférée aux Tables même, puisqu'elles ne sont pas plus justes, & demandent des calculs beaucoup plus longs & plus pénibles. C'est là certainement ce qu'on peut jamais dire de plus glorieux pour les Auteurs du Calendrier Grégorien, du moins quant à cette partie.

V. les M. p. 9. 10. 12. 40. 44. 131. 132.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires, selon le plan que nous nous sommes fait, différentes Observations de Taches dans le Soleil faites par les Astronomes de l'Académie, ou des comparaisons de leurs observations avec celles de leurs Correspondans.

V. les M. p. 198. 233. 246. 247.

Des observations de Venus, & de Jupiter cachés par la Lune.

V. les M. pag. 352. & 356.

Et les observations de l'Eclipse de Lune du 10 Decembre.

MOnsieur Clapier Professeur de Mathématique à Montpellier, Correspondant de M. Cassini lui a envoyé une Table qu'il a calculée des Déclinaisons du Soleil, pour tous les degrés & minutes de l'Ecliptique, en supposant que sa plus grande déclinaison soit de 23° 29′.

Le même M. Clapier a envoyé à M. Cassini, & par lui à l'Académie, une Table qu'il a calculée, fort utile pour faciliter la description des Cadrans Verticaux déclinans à la hauteur du Pole de Paris. Il ne suppose dans cette Table que la déclinaison du plan vers l'Orient ou vers l'Occident connue; & ensuite vis-à-vis de chaque degré de déclinaison, il met en différentes colonnes l'angle de la Méridienne avec la Soustilaire, l'angle de l'axe avec la Soustilaire, les angles des lignes Horaires avec la Méridienne au centre du Cadran, calculés de demi-heure en demi-heure; c'est-à-dire que par cette Table tous les Cadrans de cette espece se trouvent tout faits.

M. Cassini a rendu compte à la Compagnie, d'un Livre fait au sujet du Calendrier par M. Bianchini, dont nous avons déja parlé dans l'Hist. de 1701 *. Cet habile homme y est d'accord avec M. Cassini sur les vûes qu'il avoit proposées à la Congrégation, & sur les conclusions qu'il tiroit. Du reste, M. Bianchini fait paroître dans cet Ouvrage une grande connoissance de l'Astronomie.

V. les M. p. 142.

* p. 107.

Les RR. PP. Jesuites de Lyon s'étant fait chez eux un Observatoire bien entendu, & fourni de tous les instrumens nécessaires, ils ont communiqué leurs principales observations à M. Cassini, qui en a tiré tout le fruit qui s'en pouvoit tirer en les comparant aux siennes.

De même M. Cassini le fils a comparé ses observations à celles que le P. Fueillée, Minime, & bon Astronome, a faites en Amérique.

V. les M. p. 338.

ſont ou plus élevés par rapport à l'Obſervateur, ou à une plus grande diſtance. D'ailleurs la grandeur de ces réfractions dépend auſſi & de l'heure du jour, & de la conſtitution de l'air, ſans aucune proportion qui ſoit encore bien connue. On ſait en général qu'il peut y avoir de l'erreur ſur les hauteurs apparentes, & en quelques occaſions particulieres on ſait à peu prés où elle peut aller. Les plus grands coups de niveau ſont à cet égard les plus dangereux : mais c'eſt un inconvénient commun à tous les Niveaux modernes, & qui étant preſque ſuffiſamment connu, n'a pas empêché que l'on n'ait fait de très-grands nivellemens avec une juſteſſe étonnante. Les Anciens qui ne connoiſſoient point les réfractions, ſe ſeroient ſouvent fort écartés du but, s'ils euſſent fait de grands nivellemens d'un ſeul coup : leur peu d'art en cette matiere étoit préciſément le reméde dont ils avoient beſoin.

SUR LES VITESSES DES CORPS

MUS SUIVANT DES COURBES.

V. les M. p 286.

IL ne ſuffit pas de découvrir une Vérité, il faut encore ſavoir ce qui la produit, & d'où elle vient : car ſi on ſe trompe ſur cette eſpece de cauſe, on peut croire qu'elle a lieu lorſqu'elle n'en a point, ou au contraire, & l'on donne à la vérité que l'on a découverte plus ou moins d'étendue qu'elle n'en doit avoir. Ceci ne s'entend que des matieres délicates, & l'on peut aſſurer que quand il en eſt queſtion, une démonſtration géométrique eſt capable de jetter dans l'erreur par les applications qu'on en fera, à moins qu'elle n'ait remonté juſqu'à la ſource de la vérité, & ne l'ait expoſée dans ſes premiers principes.

Galilée ayant trouvé ce beau Siſteme de la chute des Corps

Corps pesans, reçu aujourd'hui de tous les Philosophes, par lequel les vitesses d'un corps qui tombe verticalement, sont, à chaque moment de sa chute, comme les racines des hauteurs d'où il est tombé à compter depuis le commencement de la chute, trouva ensuite que si un corps tomboit sur un plan incliné, les vitesses qu'il avoit en différens momens de sa chute, seroient encore dans la même proportion ; & en effet puisque ce corps tient de sa chute toute sa vitesse, & qu'il ne tombe qu'autant qu'il y a de hauteur perpendiculaire dans le plan incliné, il paroît nécessaire que sa vitesse se mesure & se regle toujours par cette hauteur, de même que si la chute étoit verticale. La proposition de Galilée est vraie & incontestable.

Elle le conduisit à croire que si un corps tomboit par deux plans inclinés contigus, & qui fissent un angle entr'eux, à peu-près comme un bâton brisé, la vitesse se régleroit encore de la même maniere sur la hauteur verticale des deux plans pris ensemble : car enfin ce n'est encore que selon cette hauteur que se fait la chute, & delà vient toute la vitesse. Cependant M. Varignon démontra en 1693. que cette proposition de Galilée, admise jusque-là par tous les Géometres, étoit fausse.

Sur ce fondement, il semble que les vitesses d'un corps qui tombe en suivant la concavité d'une Courbe, d'une Cycloïde, par exemple, ne doivent point être comme les racines des hauteurs. Une Courbe n'est que la suite d'une infinité de plans infiniment petits, contigus, & inclinés les uns aux autres, & par conséquent la proposition de Galilée ne doit pas non plus être vraie dans ce cas-là. Cependant elle l'est, quoiqu'avec une certaine restriction.

Tout ce mêlange de vérités & d'erreurs qui se ressemblent tant, & qu'il est si aisé de prendre les unes pour les autres, montre assez que l'on n'avoit point encore saisi les premiers principes. Quand on y est une fois parvenu, on voit une distance infinie entre la vérité & l'erreur, & leur fausse ressemblance disparoît absolument.

M. Varignon a entrepris de démêler tout ce qui regarde les vitesses des corps qui tombent, & de mettre cette matiere dans un jour où elle n'avoit point encore été. Il suppose toujours, selon le Sisteme de Galilée, que les vitesses d'un corps qui tombe par une ligne verticale, sont dans les différens momens de sa chute comme les racines des hauteurs correspondantes.

Le grand principe que M. Varignon emploie, c'est celui des Mouvemens composés, sur lequel il a autrefois fondé toute sa Méchanique. Quand un corps est mû en même-temps par deux forces, qui ont des directions différentes, quelque angle que ces directions fassent entr'elles, il prend une direction *composée* qui est la diagonale du parallélogramme que feroient entr'elles les deux directions *simples*, & il décrit cette diagonale dans le même temps qu'il auroit décrit l'un ou l'autre des deux côtés du parallélogramme; de sorte que la vitesse que lui auroit imprimée l'une ou l'autre des deux Forces, est à celle qu'elles lui impriment toutes deux ensemble, comme le côté correspondant du parallélogramme est à la diagonale. Tout est donc connu dès que l'on a le rapport des deux Forces.

Un mouvement perpendiculaire ou parallele à un plan ne peut être conçû comme composé par rapport à ce plan, mais seulement quand il lui est oblique, & alors on le conçoit comme composé de deux autres mouvemens; l'un perpendiculaire, & l'autre parallele, dont les différens rapports, variables à l'infini, déterminent les différentes obliquités dont le mouvement composé est capable.

Un corps qui se meut obliquement à l'horison, ne fût-il poussé que par une seule Force, peut donc être conçu comme poussé par deux, dont l'une auroit eu une direction horisontale, & l'autre, une verticale; & sa vitesse ne seroit ni celle que lui auroit donnée la Force horisontale, ni celle que lui auroit donnée la verticale, mais celle qui réſulteroit des deux, & qui ſeroit exprimée par la diagonale du parallélogramme qu'elles formeroient. Par conſéquent, puiſque la Force verticale ſeule, ou, pour parler plus préciſément, la peſanteur, auroit imprimé à ce corps une viteſſe, qui auroit été dans tous les momens de la chute comme les racines des hauteurs correſpondantes, il faut qu'il ait une autre viteſſe lorſqu'il ſe meut obliquement.

Si ce corps tombe par ſa ſeule peſanteur le long d'un plan incliné, il tombe encore obliquement à l'horiſon, & cependant il n'eſt pas dans le même cas que nous venons d'expliquer, & c'eſt là une choſe qui avoit beſoin d'être démêlée par M. Varignon. Ce corps qui tombe ſur un plan incliné, ne tombe que par l'action de ſa peſanteur qui eſt verticale, & cette action eſt néceſſairement oblique au plan incliné. Elle peut donc être conçue comme compoſée de deux autres dont l'une ſoit perpendiculaire au plan incliné, l'autre parallele. Celle qui ſeroit perpendiculaire, eſt entierement arrêtée par le plan, & toute la viteſſe que le corps auroit eue ſelon cette direction, eſt anéantie & perdue. Il ne reſte que la Force parallele, qui eſt effectivement celle dont le corps ſuit la direction, & dont il conſerve toute la viteſſe. Or il ſe trouve que les viteſſes qu'il tire de cette Force parallele & unique dans les différens momens de ſa chute, ſont dans la même raiſon que celles qu'il tireroit de la Force verticale ſeule, ou de la peſanteur agiſſant librement, & par conſéquent comme les racines des hauteurs.

Toute la différence des deux cas vient de ce que dans le premier le mouvement du corps eſt compoſé par rapport à l'horiſon, & compoſé de deux Forces qui toutes deux ſubſiſtent, & dans le ſecond cas il eſt compoſé par rapport au plan incliné, & compoſé de deux Forces dont l'une eſt entierement détruite par l'oppoſition de ce plan. Dans le premier cas, le corps n'eſt point ſoutenu, il l'eſt dans le ſecond.

Maintenant si un corps tombe le long de deux plans inclinés, contigus, & qui fassent entr'eux un angle obtus, & une espece de concavité, M. Varignon a démontré, toujours par la composition des mouvemens, que ce corps à la rencontre du second plan perd quelque chose de sa vitesse; que par conséquent elle n'est pas la même à la fin de sa chute, ou à tel point qu'on voudra de sa chute, par le second plan, que s'il n'étoit tombé que par le premier plan prolongé, & que la proportion des racines des hauteurs n'a donc plus de lieu, quoique Galilée l'ait cru. La raison de cette perte de vitesse est que le mouvement qui étoit parallele au premier plan devient oblique au second, puisqu'ils font un angle entr'eux, ce mouvement oblique au second plan étant conçu comme composé, ce qu'il a de perpendiculaire à ce plan est détruit à sa rencontre & par son opposition, & une partie de la vitesse perit aussi.

Plus ce que le mouvement oblique & composé a de perpendiculaire au second plan est petit, ou, ce qui est la même chose, moins les deux plans sont éloignés de n'en être qu'un, ou enfin plus leur angle obtus est grand, & l'aigu qui en est le complément, petit, moins le corps perd de sa vitesse, & au contraire. M. Varignon détermine géométriquement quelle est sur toute la hauteur de la chute entiere la portion de vitesse qui se perd à la rencontre du second plan. Elle est toujours d'autant plus petite que l'angle aigu complément de l'obtus que font les deux plans, est plus petit.

Les plans infiniment petits, contigus, & inclinés les uns aux autres, dont une Courbe est composée, faisant tous entr'eux des angles obtus dont le complément est infiniment petit, il s'ensuit que si un corps tombe par sa pesanteur le long de la concavité d'une Courbe, la perte de vitesse qu'il fait à chaque instant est infiniment petite. Mais une portion finie de Courbe, quelque petite qu'elle soit, étant composée d'une infinité de plans infiniment petits, le corps qui l'a parcourue dans un temps fini, quelque petit qu'il soit, a perdu une infinité de parties infiniment petites de sa vitesse, & une infinité d'infiniment petits font un infini de l'ordre *supérieur*; c'est-à-dire, qu'une infinité d'infiniment petits font une grandeur finie, s'ils sont du premier ordre ou genre, & un infiniment petit du premier, s'ils sont du second, & ainsi de suite à l'infini. Donc si les pertes de vitesses que fait un corps tombant le long d'une Courbe sont des infiniment petits du premier genre, elles feront une grandeur finie, lorsqu'il aura parcouru quelque portion finie de cette Courbe que ce soit, & par conséquent elles devront être comptées par rapport à la vitesse dont il se meut, qui est toujours finie, & les différentes vitesses en différens temps de la chute ne seront point comme les racines des hauteurs. Mais si les pertes n'étoient que des infiniment petits du second genre, elles ne feroient toutes ensemble dans un temps fini, qu'un infiniment petit du premier, qui retranché d'une vitesse finie ne la rendroit pas moindre, & laisseroit subsister la proportion des racines des hauteurs. Or M. Varignon démontre que les pertes de vitesse sont des infiniment petits du second genre, d'où il suit que les chutes par des Courbes, conservent la proportion des racines des hauteurs, quoique celles qui se font par différens plans inclinés contigus ne la conservent pas. Il ne seroit pas possible que sans la Géométrie des infiniment petits, on vît aussi clair dans cette matiere: & l'on y peut remarquer combien ces différens ordres d'Infinis que l'on soupçonne d'abord d'être feints à plaisir, sont réels & solides.

Un corps qui tombe par un seul plan incliné, ou par une Courbe, est donc dans le même cas à l'égard de la proportion des vitesses, & comme dans la chute par le plan incliné cette proportion ne suit celle des racines des hauteurs que parce que le corps est soutenu par ce plan, & que tout ce qu'il y a de mouvement perpendiculaire à ce plan est arrêté & détruit sans qu'il perde rien du mouvement parallele, de même il faut dans la chute par la Courbe que le corps soit soutenu par cette Courbe, & coule en quelque sorte le long de sa concavité comme dans une espece de canal, qui à chaque point de sa courbure laisse aussi à ce corps tout ce qu'il a de mouvement parallele à la Tangente de ce point. Ce sera la même chose si un corps suspendu décrit cette courbe en vertu de sa suspension : car la suspension le soutiendra de la même maniere qu'auroit fait la concavité de la Courbe. En un mot, afin que les vitesses d'un corps qui tombe par un seul plan incliné, ou par une Courbe, suivent les racines des hauteurs, il faut que le corps soit soutenu, qu'il perde tout son mouvement perpendiculaire au plan ou à la Courbe, conserve tout le mouvement parallele, & ne se meuve que par sa seule pesanteur.

Mais comme les vitesses ne suivent point les racines des hauteurs dans la chute d'un corps qui tombe obliquement à l'horison, sans être soutenu par un plan, ou, ce qui revient au même, d'un corps poussé obliquement à l'horison par deux Forces différentes, de même la proportion des vitesses ne sera plus celle des racines des hauteurs dans une chute par une Courbe qui feront décrire au corps deux impulsions différentes, mêlées & combinées ensemble, ainsi qu'il faudra pour la génération de cette Courbe : mais la vitesse sera à chaque moment celle qui naîtra du concours des deux Forces, & quand même la pesanteur seroit l'une des deux, la proportion des racines des hauteurs seroit altérée par l'autre, qui selon la supposition agiroit.

Il ne faut donc pas calculer de la même maniere la vitesse de tous les corps qui tombent par des Courbes, & l'on doit admettre cette distinction nouvelle & subtile de M. Varignon entre les corps tombans par des Courbes qui les portent & les soutiennent, ou suspendus équivalemment, & ceux qui tombent en décrivant ces Courbes par le mêlange de deux Forces qui les meuvent. Faute de cette attention, qu'il étoit facile de ne pas avoir, de grands Géometres auroient pû se méprendre.

Lorsqu'une Courbe est décrite par le mêlange ou le concours de deux Forces connues, M. Varignon détermine aisément la vitesse qui en résulte à chaque instant. Toute Courbe étant conçue comme un Poligone infini, chaque côté infiniment petit est une diagonale, ou, ce qui est la même chose, l'hypotenuse d'un triangle rectangle, dont les deux autres côtés sont la différence de deux Ordonnées infiniment proches, & la portion infiniment petite de l'axe comprise entre ces deux Ordonnées. Un corps à qui deux Forces différentes font décrire une Courbe, ne décrivant à chaque instant qu'une de ces hypotenuses ou diagonales, elles représentent la vitesse composée qu'il a dans cet instant; & les deux autres côtés du triangle représentent les vitesses simples que chaque Force tendoit à lui imprimer séparément. On a donc toujours cette proportion: comme la différence de deux Ordonnées de la Courbe infiniment proches, ou la portion de l'axe comprise entre ces Ordonnées, est à l'hypotenuse ou côté infiniment petit correspondant; ainsi l'une ou l'autre des vitesses que tendent à imprimer les deux Forces séparément, est à la vitesse composée qui résulte de leur concours.

Il n'y a nulle Courbe possible dont la nature ne soit suffisamment déterminée par le rapport des différences des Ordonnées aux portions de l'axe correspondantes, & l'on peut concevoir l'essence des Courbes en général comme consistant dans ce rapport, variable en une infinité de manieres. Or ce même rapport sera toujours aussi celui des deux vitesses simples, dont le concours fera décrire une Courbe quelconque à un corps; & par conséquent l'essence de toutes les Courbes en général est la même chose que le concours ou la combinaison, variable à l'infini, de toutes les Forces qui, prises deux à deux, peuvent mouvoir un même corps: & voilà une Equation très-simple & très-générale de toutes les Courbes, & de toutes les vitesses possibles.

Par le moyen de cette équation, dès que les deux vitesses simples d'un corps sont connues, M. Varignon détermine aussi-tôt la Courbe qui en doit naître. Quelque variées que soient ces vitesses, pourvû qu'elles suivent quelque progression réglée, ce qui est toujours absolument nécessaire, elles ne font qu'introduire la même progression dans les différences, ou dans les portions de l'axe qui leur répondent.

Si l'on veut qu'une des deux vitesses simples soit uniforme & toujours égale; par exemple, la vitesse horisontale d'un boulet de canon, on verra les différences ou les portions de l'axe qui répondront à cette vitesse, devenir égales; & comme dans le cas du boulet de canon, ou de tout autre corps pesant, la seconde Force simple dont il sera poussé sera sa pesanteur, qui lui imprimera toujours une vitesse variée, suivant les racines des hauteurs de la chute: on verra naître de cette combinaison une Parabole que le corps décrira. Dans cette Courbe, les portions de l'axe qui sont entre des Ordonnées infiniment proches, étant prises dans la proportion des racines des hauteurs de la chute du corps pesant, les différences des Ordonnées sont toutes égales.

Il est à remarquer que par l'équation générale de M. Varignon la vitesse uniforme, & la vitesse variée, suivant les racines des hauteurs produisent la Parabole, indépendamment de l'angle que font entr'elles les deux Forces ou projections qui impriment ces vitesses, & que par conséquent un boulet de canon tiré soit horisontalement, soit obliquement à l'horison décrit toujours une Parabole, parce que dans ces deux cas la vitesse qu'il tient de cette projection est toujours uniforme. D'habiles Géometres ont eu bien de la peine à prouver que les projections obliques formoient des Paraboles aussi-bien que les horisontales; & cela vient tout d'un coup, & de soi-même, par la méthode de M. Varignon.

En voici la raison essentielle & métaphysique. La Courbe n'est que le mélange qui résulte de deux Forces qui ont entr'elles un certain rapport de grandeur ou de quantité; la Parabole, par exemple, est le mélange qui résulte d'une vitesse uniforme & d'une vitesse variée qui suit les racines des hauteurs, & ce mélange est nécessairement déterminé à être ce qu'il est par le rapport des deux vitesses simples qui le forment. Si ces vitesses simples, sans changer de nature, devenoient ou plus grandes ou plus petites, il est clair que le mélange qui en résulte, ne changeroit pas de nature, mais seulement de grandeur. Ainsi, qu'un boulet de canon tiré horisontalement soit tiré avec une moindre charge de poudre, & même, si l'on veut qu'il tombe moins vîte, l'une des deux vitesses simples ne laissera pas d'être toujours uniforme, & l'autre variée de la même maniere, & par conséquent le boulet décrira toujours une Parabole, mais une Parabole plus petite. Maintenant, que le boulet soit tiré selon une ligne oblique à l'horison, & plus élevée que l'horisontale, cette ligne oblique à l'horison sera composée d'une parallele ou horisontale, & d'une verticale. Entant qu'elle est horisontale, elle imprimera toujours une vitesse uniforme : entant qu'elle est verticale & plus élevée qu'une parallele à l'horison, elle agira contre la pesanteur du boulet, & en affoiblira l'action, mais sans en changer la nature, & par conséquent il se trouve toujours un mélange d'une vitesse uniforme & d'une vitesse qui suit les racines des hauteurs, ou, ce qui est la même chose, une Parabole, quoique différente. Si la ligne de projection du boulet étoit au-dessus d'une parallele à l'horison, l'action de la pesanteur seroit fortifiée, mais non pas changée. Donc quelque angle que fassent entr'elles la ligne de projection du boulet, & l'action verticale de sa pesanteur, ou, ce qui revient au même, les deux Forces simples dont il est poussé, l'espece de la Courbe ne change point, mais seulement la grandeur. Le même raisonnement se peut appliquer à toutes les autres Courbes résultantes du mélange de deux Forces, & l'angle ou la poſition de ces Forces entr'elles eſt indifférente, quant à l'eſpece de la Courbe.

Un mélange de deux Forces déterminées ne peut donner qu'une certaine Courbe : mais une Courbe étant donnée, on peut imaginer une infinité de Forces différentes, priſes deux à deux ; dont le mélange aura pû la produire. C'eſt ainſi que dans les Nombres, le produit de 2. & de 30, par exemple, ne peut donner que 60, mais 60 peut être formé par la multiplication de pluſieurs autres nombres entiers tels que 2, & 30, & par celle d'une infinité de nombres rompus. Et comme on peut prendre tel nombre qu'on voudra pour l'un des deux dont le produit doit former 60, après quoi le ſecond, ſoit entier, ſoit rompu, viendra néceſſairement, & ſera déterminé : de même une Courbe étant donnée, on peut ſuppoſer telle viteſſe qu'on voudra pour l'une des deux, dont le concours l'aura produite, mais enſuite l'autre viteſſe ſimple ſera néceſſairement déterminée en conſéquence de la ſuppoſition arbitraire. Si l'on veut qu'un boulet de canon tiré horiſontalement ou obliquement à l'horiſon, ait décrit une Hyperbole, cette ſuppoſition enfermant une viteſſe uniforme, on trouvera quelle aura dû être celle que la peſanteur aura cauſée, & certainement on ne la trouvera pas dans la proportion des racines des hauteurs. On ſaura donc quelle devra être l'action de la peſanteur, pour faire décrire aux corps jettés des Hyperboles, ou en général telles autres Courbes qu'on voudra.

Une Courbe étant donnée, ou, ce qui eſt la même choſe, le rapport des portions de l'axe infiniment petites aux différences correſpondantes, on peut, ſans changer la nature de cette Courbe, établir telle progreſſion qu'on voudra, ſoit entre les portions de l'axe comparées ſeulement entr'elles, ſoit entre les différences priſes de la même maniere : mais quand on a une fois reglé une progreſſion pour les unes ou pour les autres de ces grandeurs, la seconde n'est plus libre, & elle suit nécessairement du rapport qui doit être entre les unes & les autres, comparées ensemble. C'est là la raison essentielle qui fait que l'on peut imaginer une infinité de vitesses différentes, prises deux à deux, également propres à former une certaine Courbe, & que l'une des deux vitesses étant déterminée arbitrairement, l'autre devient nécessaire.

Des Géometres fameux avoient déja songé à la génération des Courbes par les mouvemens composés : mais ceux qui n'ont pas connu ou admis la Géométrie des Infiniment petits, ont dû être assez embarrassés, ou du moins fort bornés dans cette recherche. Ce n'est qu'en considérant les Courbes comme des Poligones infinis, que l'on trouve que chaque côté infiniment petit est la diagonale que produit un mouvement composé, & cette idée si naturelle donne aussitôt le dénoûment de tout.

De plus, il faut savoir qu'il y a deux especes de Courbes, les *Géométriques*, & les *Méchaniques*. Les Courbes géométriques sont celles dont on peut exprimer & déterminer la nature par le rapport des Ordonnées aux Abscisses, qui sont les unes & les autres des grandeurs finies; les Méchaniques sont celles dont on ne peut exprimer ainsi la nature, parce que les Ordonnées & les Abscisses n'ont point de rapport réglé. Les Sections Coniques sont géométriques, la Cycloïde, la Cissoïde, la Conchoïde, &c. sont méchaniques. Dans la Géométrie des Infiniment petits, la nature de toutes les Courbes, soit géométriques, soit méchaniques, peut également s'exprimer par le rapport des portions de l'axe infiniment petites aux différences correspondantes, ou premieres ou secondes, ou troisiemes, &c. à l'infini. Toute la différence entre les Courbes géométriques & méchaniques, est que les méchaniques ne peuvent s'exprimer que par ce rapport; au lieu que les géométriques peuvent aussi s'exprimer par le rapport des Ordonnées aux Abscisses; c'est-à-dire, que les méchaniques conduisent plus nécesfairement que les autres à la considération de l'infini. Delà il suit, & que la Géométrie des Infiniment petits a une égale facilité dans les recherches qu'elle fait sur ces deux especes opposées de Courbes, & que toute autre méthode doit en avoir beaucoup moins, sur-tout à l'égard des méchaniques. Il est visible que la Théorie de M. Varignon fondée sur les Infiniment petits, tant pour les vitesses que pour la génération des Courbes, s'étend si naturellement tant aux Courbes géométriques qu'aux méchaniques, que l'on ne s'apperçoit pas en la suivant, qu'il y ait aucune différence de nature entre ces Courbes. Cependant il y a tout lieu de croire que l'on s'en appercevroit bien par d'autres voies.

SUR LA PLUS GRANDE PERFECTION POSSIBLE DES MACHINES, DONT UN FLUIDE EST LA FORCE MOUVANTE.

V. les M. p. 323.

JUsqu'ici l'on n'a sû calculer les Machines, que pour l'état de l'équilibre. Une Machine étant construite ou imaginée, on voit par les bras de levier, par les distances des points fixes aux directions des Forces, en un mot par les chemins que doivent parcourir en même temps le Poids d'un côté, & de l'autre la Puissance, quel doit être le rapport de la Puissance au Poids, afin que la Machine soit en équilibre, ou réciproquement par le rapport de la Puissance qu'on doit employer au Poids qu'il faut mouvoir, on trouve quels doivent être pour cet équilibre de la Machine, les chemins qu'ils parcourront l'un & l'autre, ou plutôt qu'ils seront disposés à parcourir. Cet état d'équilibre trouvé, il est bien sûr que la Machine sera mise en mouvement, & exécutera