



G E O M E T R I E.

S U R L' H Y P O T H E S E

D U T O U R N O Y E M E N T

D E L A T E R R E ,

*Complicquée avec celle de Galilée touchant la pesanteur
des Corps.*

J Usqu'ici c'étoit une question que de sçavoir si l'hypothèse du tournoyement de la Terre peut s'accorder avec celle de Galilée sur la Pesanteur. De grands Geometres ont pris les deux partis contraires , & l'on ne doit pas en être surpris ; ces sortes de questions qui demandent une fine Theorie du mouvement sont par elles-mêmes fort délicates , & elles étoient encore plus difficiles avant la découverte des Infiniment petits. Maintenant M. Varignon ayant en main ses formules des forces centrales , dont nous avons tant parlé , il s'en sert pour décider infailliblement le procès , & il donne en même temps un exemple de l'usage dont elles peuvent être.

V. les M.
P. 12.

Supposé que la Terre tourne sur son axe , il faut que son Atmosphere la suive , & tourne avec elle d'un mouvement parfaitement égal , car sans cela une Pierre qui tombe verticalement d'une hauteur considerable , ne tomberoit pas sur le même endroit de la terre auquel elle répondoit au commencement de sa chute. D'ailleurs Galilée a supposé que la Pesanteur est une force constante , c'est-à-dire , dont l'action est toujours égale dans tous les instans de la chute d'un corps , & delà il a conclu que dans une même chute les hauteurs verticales parcourues

en differens temps étoient comme les quarrés des temps employés à les parcourir.

A rassembler ces conditions, un corps tombant en l'air décrit donc une Courbe qui résulte du mouvement circulaire de l'Atmosphère par laquelle il est emporté, & du mouvement en ligne droite imprimée par la pesanteur, & tel que les différentes parties de cette ligne droite sont entre elles comme les quarrés des temps correspondans. La pesanteur est une force centrale que l'on conçoit comme inherente au centre de la Terre, & qui tire les corps vers ce point par des rayons qui y concourent tous. En déterminant l'expression des Infiniment petits de la Courbe que décrit le corps qui tombe, M. Varignon trouve aussi-tôt l'expression de la force centrale qui a part à la description de cette Courbe, & l'on voit que cette force est variable, & non pas constante, comme la suppose Galilée.

Ce qui la rend variable, ou pour parler plus précisément, ce qui rend son action inégale, c'est que de la vitesse qu'elle imprime au Corps selon une ligne droite, le mouvement circulaire, parce qu'il est circulaire, en retranche nécessairement une partie, ainsi que le démontre M. Varignon. De là il suit que le mouvement circulaire en retranche une partie d'autant plus grande, qu'il est plus circulaire, ou décrit un plus petit cercle, ou, ce qui est la même chose, que le Corps approche plus du centre de la Terre. L'action de la pesanteur diminue donc toujours à mesure que le Corps qui tombe approche de ce centre, & s'il y arrivoit, elle deviendroit nulle. Aussi voit-on par la formule, qui selon la Théorie de M. Varignon exprime la pesanteur, qu'elle devient dans ce dernier cas infinie, c'est-à-dire que son action, modifiée comme elle doit l'être, étant nulle, il faudroit que la force fût infinie pour agir encore. On voit pareillement que quand le mouvement circulaire est infiniment peu circulaire, c'est-à-dire, quand le Corps tombe d'un point infiniment éloigné du centre de la Terre qui tourne, ou
quand.

quand elle ne tourne point, & qu'il tombe d'un point qui n'est qu'à une distance finie de son centre, ou quand elle tourne, & qu'il tourne d'une distance finie, mais que l'on prend les rayons concourans au centre de la Terre pour paralleles, à cause de la grande distance où ils concourent, la pesanteur agit toute entiere, & devient une force constante.

Il est donc certain que si la Terre tourne, & si l'acceleration de la chute des Corps se fait selon les quarrés des temps, la pesanteur n'est pas une force constante, que si elle est constante, l'une ou l'autre de ces suppositions n'est pas vraie, & enfin que ces trois choses ne sont compatibles ensemble que prises deux à deux de telle maniere qu'on voudra.

Il y a même encore plus. Le même raisonnement par lequel M. Varignon prouve que si la Terre tourne, & si l'acceleration des chutes se fait selon le Systême de Galilée, la pesanteur n'est pas constante, prouve qu'elle ne l'est pas non plus dans les chutes obliques à l'Horizon, quoique la Terre soit supposée immobile.

Mais tout cela ne doit s'entendre que dans la rigueur geometrique. La formule même de M. Varignon fait voir que dans les deux hypothéses qui empêchent l'action de la pesanteur d'être égale, son inégalité ne pourroit être sensible, à moins qu'un Corps ne tombât d'une hauteur sans comparaison plus grande que toutes celles d'où nous pouvons faire des experiences. Car que l'on tire au centre de la Terre deux lignes, l'une qui parte du point d'où le Corps tombe, l'autre du point où il tombe sur la terre, toute l'inégalité de l'action de la pesanteur est renfermée dans la difference de ces deux lignes, & cette difference n'est qu'un point par rapport à la longueur de la plus courte, qui est de 1500 lieues. On peut donc supposer hardiment en Physique les trois choses que la précision geometrique rendroit incompatibles, & en effet on les a toujours supposées sans s'appercevoir d'aucune erreur.

Voilà à quoi sert l'exactitude de la Geometrie. Elle nous donne dans toute sa pureté le Vrai , que la Physique & les experiences alterent toujours, & elle nous fait voir jusqu'à quel point , nous qui ne pouvons éviter de nous tromper , nous nous trompons impunément.

SUR QUELQUES PROPRIETES.

DES PENDULES,

Et de la Parabole par rapport aux Pendules.

V. les M.
P. 49.

UN Corps étant suspendu à un fil , si on le tire de son point de repos , qu'on lui fasse décrire un arc quelconque , qui sera nécessairement circulaire , & aura pour rayon la longueur du fil , ou du Pendule , & qu'ensuite on laisse retomber ce corps , il décrira en descendant le même arc qu'on lui avoit fait décrire en montant , passera de l'autre côté de son point de repos , & décrira de ce côté là en remontant un arc égal à celui qu'il avoit décrit en descendant par son poids. Cette force qu'il a pour remonter lui vient de ce qu'en descendant pendant toute la première moitié de sa vibration , il a acquis de la vitesse par l'accélération continuelle de sa chute , & comme cette vitesse est toujours proportionnée à la hauteur d'où il est descendu , & qu'elle est en quelque sorte l'effet , elle est toujours capable de le faire remonter à cette même hauteur. On suppose ici , selon le Système de Galilée reçu de tous les Philosophes , que les Vitesses sont comme les racines quarrées des Hauteurs.

La hauteur d'où descend un corps qui décrit un arc circulaire est le sinus versé de cet arc. Les sinus versés aussi bien que les droits , augmentent avec les arcs , & lorsqu'enfin l'arc est de 90 degrés , le sinus versé & le droit sont égaux au rayon du cercle. Si une ligne déterminée , qui est le sinus droit ou versé d'un certain arc ou

angle dans un cercle déterminé, est prise aussi pour sinus droit ou verse dans un autre cercle, elle sera sinus d'un plus grand arc ou d'un plus grand angle dans un plus petit cercle, & réciproquement.

J'appelle *Axe du mouvement* d'un Pendule, la ligne tirée de son point de suspension à son point de repos. Un Pendule qui vient de décrire en descendant un arc quelconque, étant arrivé à ce point, on suppose que dans cet instant il vienne à être raccourci, de quelque manière que cela se fasse; il est certain qu'il avoit acquis la force de remonter de l'autre côté de l'axe de son mouvement à la même hauteur ou au même sinus verse d'où il étoit descendu, & il est évident que pour être raccourci, il ne doit rien perdre de cette force. Mais parce qu'il est raccourci, son mouvement se fera dans un plus petit cercle, puisque la longueur du Pendule est toujours le rayon du cercle où se fait le mouvement, donc le sinus verse qui demeure le même sera sinus d'un plus grand angle, ou, ce qui est la même chose, le Pendule fera un plus grand angle avec l'axe de son mouvement, & s'en écartera davantage que s'il n'eût pas été raccourci. Quand il sera revenu pour la seconde fois à son point de repos, qu'on le raccourcisse encore, il a encore la force de remonter à la même hauteur que la première fois, il y remontera, mais en s'écartant encore davantage de l'axe de son mouvement. On voit que cet écart s'augmentera toujours, tant que l'on continuëra d'accourcir le Pendule, & que la hauteur à laquelle il remontera dans toutes ses vibrations ou révolutions sera toujours celle qui aura été déterminée par le premier arc qu'il aura décrit en descendant.

Lorsque la longueur du Pendule en diminuant toujours viendra à être égale à cette hauteur ou à ce sinus verse constant, le Pendule décrira en remontant un quart de cercle entier, & fera un angle droit avec l'axe de son mouvement, ou, ce qui est la même chose, remontera à la hauteur de son point de suspension. Si sa longueur

60 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
de vient encore plus petite , il décrira plus d'un quart de cercle , fera un angle obtus avec l'axe , remontera plus haut que le point de suspension , & enfin quand sa longueur ne sera précisément que la moitié du sinus versé constant , il décrira une demi-circonférence , & s'élèvera jusqu'à l'axe au-dessus du point de suspension. De là il tombera perpendiculairement le long de l'axe , & sans décrire aucun arc.

Si de ce point de l'axe jusqu'où le Pendule s'étoit alors élevé , on tire une ligne droite à l'extrémité du premier arc circulaire d'où il est tombé , il est clair qu'à l'exception des deux points extrêmes de cette ligne , il n'y en aura aucun où il se trouve à la fin des vibrations qu'il fera en se raccourcissant toujours , car cette ligne , puisqu'elle est droite , fait dans toute son étendue le même angle avec l'axe , & le Pendule au contraire en fait toujours un plus grand. Tous les points où il se trouvera à la fin de ses vibrations , feront donc une Courbe , puisqu'elle aura deux points communs avec la ligne droite supposée , & ne se confondra pas avec elle. On demande quelle est cette Courbe , en supposant le raccourcissement successif du Pendule toujours égal & uniforme,

M. Carré trouve par une voie fort simple , que c'est une Parabole , dont le paramètre est double du sinus versé constant. Son sommet est le point où le Pendule s'élève lorsqu'il s'élève jusqu'à l'axe , car les Ordonnées de la Courbe sont des perpendiculaires à l'axe du mouvement , tirées de l'extrémité de l'arc où le Pendule s'est élevé , & alors puisqu'il s'est élevé jusqu'à l'axe en décrivant une demi-circonférence , l'Ordonnée est nulle. De plus , quand le Pendule s'élève jusqu'à l'axe , sa longueur , ou , ce qui est alors la même chose , la distance du sommet au point de suspension , est la moitié du sinus versé constant , & par conséquent le quart du paramètre de la Parabole ; donc le point de suspension est le foyer , puisqu'en toute Parabole la distance du sommet au foyer est le quart du paramètre. Ainsi en imaginant que du foyer

de la Parabole pris pour centre soient décrits sur différens rayons une infinité d'arcs circulaires , terminés à la circonference de la Parabole , ces arcs seront ceux que parcourra le Pendule toujours raccourci , il les parcourra tous, selon M. Carré , avec la même vitesse , & il est vrai que le sinus versé, ou la hauteur dont la racine quadrée exprime la vitesse acquise , est toujours la même , & de plus M. Carré trouve qu'il les parcourra en temps égaux , parce que dans la chute accélérée des corps les temps sont comme les vitesses.

Si donc une infinité de cercles concentriques étant donnés, on demandoit la Courbe qui les coupât de manière que les arcs qu'elle détermineroit fussent parcourus par un Pendule en temps égaux , ou avec la même vitesse , cette Courbe seroit une Parabole qui auroit pour foyer le centre commun de tous ces cercles ; & si de plus la vitesse que devoit avoir le Pendule étoit déterminée, il faudroit que le paramètre de la Parabole fût double de la hauteur d'où le Pendule devoit tomber pour acquérir cette vitesse. Ce sont-là de nouvelles propriétés de la Parabole par rapport aux Pendules , quoique d'un côté cette Courbe soit si connue & si maniée , & que de l'autre les plus habiles Geometres depuis Galilée aient eu pour la Theorie des Pendules une curiosité particulière. Mais il n'est pas aisé que la plus longue suite des plus profondes recherches , épuise rien parfaitement.

En considerant le raccourcissement successif du Pendule , nous ne l'avons point poussé plus loin que la moitié du sinus versé constant , & c'est alors que le Pendule atteint jusqu'au sommet de la Parabole ; mais il est indubitable qu'il pourroit être encore plus court à l'infini , & quels effets en devroient arriver ? Nous ne les avons pas examinés jusqu'ici , afin de démêler davantage les idées.

On voit alors en jettant les yeux sur l'équation qui exprime la Parabole , que ses Ordonnées deviennent imaginaires , & par conséquent le Pendule ne peut plus aller

jusqu'à cette Courbe , ce qui est naturel , puisqu'il a parcouru tous ses points jusqu'à son sommet , le dernier de tous , mais ce n'est pas à dire qu'il n'ait plus aucun mouvement. Il s'élève toujours jusqu'à un point de l'axe , mais plus bas que le sommet de la Parabole , car quoiqu'il ait une force suffisante pour s'élever jusque-là , son peu de longueur ne le lui permet plus , & moins il a de longueur , plus le point où il s'élève est bas par rapport à celui où il tend à s'élever. Il a donc une tendance à s'élever qui n'est pas entièrement remplie ni satisfaite , & comme lorsqu'elle l'étoit entièrement , il s'élevait jusqu'au sommet de la Parabole en décrivant une demi-circonférence , il doit lorsqu'il ne s'élève pas tant décrire plus d'une demi-circonférence , pour employer ce qui lui reste encore de force. On trouve qu'il décrit une circonférence entière autour de son point de suspension lorsque sa longueur est au sinus versé constant comme 2 à 5. Cette détermination dépend de la Théorie des forces centrifuges , car c'en est une véritable que la force avec laquelle le Corps tend à s'élever plus haut qu'il ne peut , & tire le fil qui le tient suspendu , mais nous n'entrerons pas présentement dans cette considération. Si le sinus versé constant étant toujours 5, la longueur du fil est entre 2 & $2\frac{1}{2}$, le corps ne décrira pas une circonférence entière , mais fera quelques vibrations au-dessus du point de suspension , plus ou moins grandes selon qu'il sera plus ou moins court dans les limites marquées. Si sa longueur est au-dessous de 2 , il décrira une circonférence & fera de plus quelques vibrations au-dessous du point de suspension , & pourra même recommencer plusieurs fois la même circonférence.

Jusqu'ici nous n'avons supposé le Pendule que faisant ses vibrations *latérales* , & dans un même plan , ce qui est la considération la plus ordinaire , mais si l'on supposoit qu'il les fit de manière à décrire la surface d'un Cone droit , & qu'on le conçût toujours raccourci comme l'on a fait , il faut voir quels changemens s'ensuivroient. Il est

facile de les déterminer. L'axe du mouvement du corps, est le même que celui du Cone droit, & la distance où il en est dans sa premiere révolution & avant que d'être accourci, donne la même hauteur à laquelle il est élevé, ou le même sinus verse que s'il faisoit ses vibrations laterales. Ce sinus est encore constant. Au lieu que le Pendule faisant ses vibrations laterales décriroit par son raccourcissement des arcs de cercles de differens rayons, il décrit maintenant des circonferences entieres, dont les rayons sont les differentes distances de l'extrémité du Pendule à l'axe; au lieu qu'il se trouvoit successivement dans tous les points d'une Parabole, il se trouvera dans tous ceux d'un Solide ou Conoïde parabolique, & comme il parcourroit en temps égaux tous les arcs circulaires terminez à la Parabole, il parcourra de même en temps égaux toutes les circonferences qui composent la surface du Conoïde. Dans le cas où il s'élevoit à la hauteur de son point de suspension, & faisoit un angle droit avec l'axe, il s'élevera encore à cette hauteur, & fera ce même angle, mais il décrira autour de son point de suspension un cercle horizontal; & dans le cas où il s'élevoit au sommet de la Parabole, il s'élevera au sommet du Conoïde parabolique, & décrira au tour de ce point un cercle infiniment petit, qui répondra à l'Ordonnée nulle de la Parabole. S'il manque encore quelque chose à cette comparaison, il est trop aisé de le suppléer.

SUR LES ROULETTES.

Lorsque M. Nicole apporta à l'Academie son Problème general sur les Roulettes, dont nous avons V. les M. parlé dans l'Hist. de 1706 *, il étoit étranger, mais depuis étant devenu membre de la Compagnie, il lui a fait P. 81. revoir ce même Problème, & elle le donne maintenant comme une chose qui lui appartient. * p. 94.

L'exemple de cette Theorie suffiroit seul pour prouver

complet. M. Descartes s'étoit contenté d'énoncer simplement ses vûes, & d'une maniere si succincte, qu'il a eu besoin de Commentateurs. M. de l'Hôpital les rend tous inutiles, & il va beaucoup plus loin qu'eux. Il falloit à M. Descartes un tel Interprete, ou plutôt un tel successeur de son genie.



ASTRONOMIE.

SUR LA SECONDE INEGALITE'

DES SATELLITES DE JUPITER.

Les observations des Satellites de Jupiter faites par l'Academie depuis l'an 1670. jusqu'en 1675, découvrirent dans leurs mouvemens une inégalité que l'on n'y connoissoit pas encore. On voyoit quelquefois le premier Satellite, par exemple, sortir de l'ombre de Jupiter plus tard qu'il n'auroit dû faire selon le calcul des Tables, qui d'ailleurs répondoit assés juste aux observations, & quelquefois il en sortoit précisément dans le temps prescrit par le calcul. Cette inégalité n'étoit point assés legere pour être attribuée à de petites erreurs qui se glissent toujours dans les operations les plus exactes, elle alloit dans son plus grand excés jusqu'à 14'. V. les M
p. 25,

M. Cassini, & M. Roëmer, alors membre de l'Academie, l'ayant examinée de prés, prouverent qu'elle se rapportoit aux différentes distances de Jupiter à la Terre, ou, ce qui revient au même, à ses diverses configurations avec le Soleil, qu'immediatement après une opposition de Jupiter au Soleil, qui est le temps où Jupiter est le plus proche de nous, le premier Satellite sortoit de l'ombre de Jupiter dans le temps marqué par les Tables, qu'en

suite il en sortoit toujours plus tard, jusqu'à ce qu'enfin il en sortit 14' plus tard, proche la conjonction de Jupiter au Soleil, qui est le temps où Jupiter est le plus éloigné de nous, & où il l'est plus que dans l'opposition de toute l'étendue du diametre de l'Orbe annuel décrit par la Terre autour du Soleil. Comme cette inégalité du mouvement du Satellite sembloit dépendre de ce que Jupiter & lui sont vûs de la Terre & non du Soleil, on l'appella *seconde inégalité*, selon les principes établis dans l'Hist. de 1704.*.

* p. 70.

Une conjecture fort ingénieuse sur la cause de cette inégalité se presenta d'abord aux deux Astronomes. Ils conçurent que le mouvement de la Lumiere n'étoit pas *instantané*, comme l'avoient crû jusque-là tous les Philosophes, mais qu'elle emploïoit quelque temps à se répandre, que cela supposé, si le Satellite sortoit plus tard de l'ombre quand nous étions plus éloignés de lui, ce n'étoit pas qu'il en sortit effectivement plus tard, mais que la lumiere avoit été plus de temps à venir jusqu'à nous, parce que, pour ainsi dire, nous avions fui devant elle.

M. Cassini proposa cette pensée dans un Ecrit qu'il publia au mois d'Aoust 1674, pour annoncer aux Astronomes la *seconde inégalité* qu'il avoit découverte dans les Satellites de Jupiter. Il leur prédisoit pour les en assurer qu'elle seroit cause qu'une Emerision du premier Satellite qui devoit arriver le 16 Novembre suivant, arriveroit 10' plus tard qu'elle n'étoit calculée.

Mais M. de Cassini ne demeura pas long-temps dans la pensée que la propagation successive de la Lumiere produisit cette seconde inégalité, & au contraire M. Roëmer s'attacha à cette hypothèse, & la soutint avec tant de force & de subtilité qu'il se la rendit propre, & qu'un grand nombre d'habiles Philosophes l'ont prise de lui.

Elle étoit digne en effet d'inspirer à un Homme d'un grand esprit une espece de passion. Pourquoi la Lumiere pourroit-elle traverser un espace en un instant, plutôt qu'un Bloc de marbre? Le mouvement du corps le plus

subtil ne peut être que plus prompt que celui du corps le plus pesant & le plus massif, mais il ne peut pas plus être instantanée. Un préjugé trop favorable aux Cieux & aux Corps celestes leur a fait donner bien des prérogatives qu'ils commencent à perdre. On les avoit crus incapables d'alteration, on en est presentement defabusée par l'expérience, mais si on avoit bien raisonné, ç'auroit été de tout temps un grand préjugé contre eux, que les changemens des Corps sublunaires. Les mêmes Loix de la Nature ont cours par tout, & les Cieux ne doivent nullement être privilégiés. Si l'on veut que le mouvement de la Lumiere ne soit pas un changement réel de lieu, un transport effectif, mais une simple pression de quelque matiere subtile, une ondulation, le Son n'en est qu'une non plus, & il ne se répand pas en un instant. De plus les 14 Minutes que la Lumiere doit employer à traverser l'Orbe annuel, c'est-à-dire à parcourir 66 millions de lieuës, donnent une facilité agréable à faire des calculs sur ce mouvement, à lui comparer celui du Son, à fonder des speculations élevées & subtiles, & tout cela persuade en faveur de l'hypothèse.

Cependant M. Maraldi la combat presentement, & d'une maniere assez forte. Il prouve que tout ne s'y accorde pas, & c'est assez, car une hypothèse est obligée de répondre à tout.

Il est vrai que d'une opposition de Jupiter à une conjonction, ou d'une conjonction à une opposition les Eclipses du premier Satellite varient selon que le demanderoit le mouvement successif de la Lumiere. Il est vrai de plus qu'entre ces deux termes, c'est-à-dire, vers les quadratures de Jupiter avec le Soleil, la variation des Eclipses du Satellite est la moitié de la variation totale, de même que la variation de la distance de Jupiter à la Terre est alors la moitié de la variation totale de cette même distance depuis une opposition jusqu'à une conjonction.

Mais il faudroit encore que du Perihelie à l'Aphelie de Jupiter ou reciproquement, il y eût une variation dans

les Eclipses du Satellite: car du Perihelie à l'Aphelie de Jupiter la variation de sa distance à l'égard du Soleil, est le quart du diametre de l'Orbe annuel de la Terre, & si la lumiere traverse cet Orbe en 14', elle parcourt le quart de son diametre en 4' à peu près, qui sont une quantité assez sensible pour l'Astronomie d'aujourd'hui. Il s'ensuit donc que si l'on a plusieurs observations des Eclipses du Satellite pendant l'opposition de Jupiter, mais que dans les unes Jupiter ait été à son Perihelie, & dans les autres à son Aphelie, elles doivent donner une variation sensible dans les Eclipses du Satellite; mais M. Maraldi, qui a un grand nombre d'observations entre les mains, prouve que cette variation ne s'y rencontre jamais, & que l'on gâteroit les Tables si l'on y vouloit introduire à cet égard la consideration du Perihelie & de l'Aphelie de Jupiter.

Il faudroit de plus dans l'hypothèse du mouvement successif de la lumiere, que la seconde inégalité du premier Satellite lui fût commune avec les trois autres; les differences de leurs distances à la Terre ne sont rien, ni par rapport à l'énorme distance où ils en sont tous, ni par rapport à la prodigieuse rapidité qu'on est obligé d'attribuer à la lumiere. Mais M. Maraldi fait encore voir que les trois ~~Satellites les plus élevés~~ ont, à la verité, des secondes inégalités, aussi-bien que le premier, mais fort differentes, & beaucoup plus grandes, au lieu qu'elles devroient être égales à la sienne,

Il paroît donc qu'il faut renoncer, quoique peut-être avec regret, à l'ingenieuse & séduisante hypothèse de la propagation successive de la lumiere, ou du moins à l'unique preuve certaine que l'on crût en avoir, car une preuve manquée ne rend pas une chose impossible. Il est vrai que si la lumiere traverse 66 millions de lieues sans y employer le moindre temps dont nous puissions nous apercevoir, il y a sujet de craindre qu'elle ne se répande en un instant, il faudroit qu'elle eut une vitesse au-delà de toute vrai-semblance. A quoi tient-il que nous ne tombions dans de grandes erreurs? Si Jupiter n'eût eu qu'un Satellite,

Satellite, & si son excentricité à l'égard du Soleil eût été moindre, & ces deux choses-là étoient fort possibles, nous nous serions tenus sûrs que la lumière traversoit en 14' l'Orbe annuel de la Terre.

SUR L'ECLIPSE DE LUNE

DU DIX-SEPT AVRIL.

L'Eclipse de Lune du 17 Avril ne fut observée que fort imparfaitement par les Astronomes de l'Académie; des nuages qui passoient presque à chaque moment devant la Lune leur déroberent un grand nombre de Phases, & leur rendirent douteuses la plupart de celles qu'ils leur laisserent appercevoir. V. les M.
P. 168. 172.
555.

M^{rs} Cassini & Maraldi virent au travers des nuages le bord oriental de la Lune déjà un peu éclipsé à 11^h 57' du 16 Avril, & M^{rs} de la Hire observerent pour première phase 3 doigts 36' éclipsés à 0^h 11' du 17. Ces deux observations s'accordent à donner le commencement de l'Eclipse beaucoup plutôt que 0^h 5' du 17, temps auquel il avoit été marqué par la *Connoissance des Temps*. Elle s'est trop écartée du Ciel sur ce point, & l'Académie ne fait point de difficulté de l'avouer. Les calculs, quoique longs & pénibles, ont été refaits tout de nouveau par ceux même qui ne les avoient pas faits en premier lieu, & qui n'y avoient nul intérêt personnel; on n'a pû y découvrir d'erreur. Il se peut que les irrégularités de la Lune, qui en a plus qu'aucune autre Planette, ne soient pas encore toutes connues, ou ne le soient pas parfaitement.

C'est dans les observations difficiles que les Astronomes ont lieu de faire paroître plus d'industrie. M. de la Hire avoit deux observations sûres, éloignées l'une de l'autre de 23', & entre ces deux il en avoit 8 de douteuses. Il fit réflexion que cette Eclipse étoit centrale à très-peu de chose près, c'est-à-dire, que le centre de la Lune

passoit par celui de l'ombre , & qu'en vertu de ce passage direct & perpendiculaire , l'ombre devoit marcher d'un pas égal sur le corps de la Lune , & y couvrir ou y laisser découvertes des parties égales en des temps égaux. Comme il avoit 8 observations douteuses entre 2 sûres, il partagea en 10 intervalles des temps égaux les 23 Minutes qui étoient l'intervalle des deux bonnes observations , & par là il trouva les 10 parties égales correspondantes du diametre de la Lune , où l'ombre devoit s'être trouvée successivement. En comparant à ces phases certaines celles qu'il avoit par ses observations douteuses , ou celles qu'elles lui donnoient , il vit à quoi pouvoit monter l'erreur, & jusqu'où il pouvoit se fier à des operations faites dans cette espece de desordre. D'un autre côté Mrs Cassini & Maraldi suppléerent aux observations qui leur manquoient par celles qui leur vinrent de divers endroits. Par exemple, ils avoient observé avec sûreté le commencement de l'Emersion , M. le Marquis Salvago leur envoya de Gennes le moment de l'Immersion totale , & par la difference connue des Meridens de Paris & de Gennes , ils eurent ce moment pour Paris. Ils eurent donc le temps de la demeure entière de la Lune dans l'ombre , & ils le trouverent de 1^h 47' 50'', & se rencontrerent dans la même Minute avec la *Connoissance des Temps*, qui le donne de 1^h 47' 8''. Son erreur ne consiste donc qu'à avoir retardé l'Eclipse.

Si l'on se souvient de ce qui a esté dit dans l'Hist. de * p 59. & 1704 * sur les differentes refractions de l'Atmosphere, & suiv. sur les changemens qu'elles peuvent causer dans l'ombre de la Terre , on ne fera étonné, ni que pendant l'obscurité totale la Lune ait toujours été fort rouge , ni que vers le centre de l'ombre on y ait vû une espece de Tache plus noire , ni que cette Tache ait paru changer de figure & de place , ainsi que l'a observé M. de la Hire.

Le même P. Boutin Missionnaire Jesuite, qui, comme nous l'avons dit dans l'Hist. de 1706 * , avoit observé au Port de Paix dans l'Isle de S. Domingue l'Eclipse de Lune

* p. 113. & 114. l

du 28 Avril 1706, observa celle-ci dans le même lieu. Par son observation de la premiere Eclipsé l'Isle de S. Domingue, & par conséquent toute l'Amérique étoit de 6 degrés, c'est-à-dire, de 150 lieues à peu près plus occidentale qu'elle ne l'est par les meilleures Cartes que nous aïons eues jusqu'à présent ; mais par l'observation de la seconde Eclipsé, cette grande difference diminuë, & l'Amérique n'est plus que de 2 degrés & demi plus occidentale qu'on ne croïoit. Les observations de l'une ni de l'autre Eclipsé n'ont été faites avec tous les Instrumens nécessaires, mais il paroît que ce sont celles de la premiere dont on peut le plus se défier.

SUR LA DERNIERE

CONJONCTION ECLIPTIQUE

DE MERCURE AVEC LE SOLEIL

Et en general sur la Planete de Mercure.

Nous avons dit dans l'Hist. de 1706. * que Mercure est assés difficile à voir, tant parce qu'il est fort petit, que parce qu'il est toujours fort proche du Soleil, & par-là son mouvement doit être difficile à déterminer, mais il l'est encore par deux autres raisons. Cette Planete va fort vite, & son Orbe est fort excentrique au Soleil, ce qui rend son mouvement fort inégal dans de petits intervalles de temps.

Les Conjonctions *écliptiques* de Mercure avec le Soleil, c'est-à-dire, celles où il passe devant le Soleil, & en éclipse une petite partie, doivent donc être fort importantes, puisque de tous les points de son cours ce sont les plus propres à des déterminations exactes & précises. Depuis qu'il y a des Astronomes, on n'a encore que 6 de ces Conjonctions, toutes 6 dans le Siécle passé.

La plupart des Tables Astronomiques en promettoient

V. Ies M.
p. 175. 198.
200. & 359.
* p. 106.
& suiv.

84 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

une septième le 5 May de cette année, & qui devoit être visible à Paris. Par les Tables Rudolphines, Mercure devoit entrer dans le Soleil à 5^h 15' du matin, & n'en sortir qu'à midi & demi. Par les Tables de M. de la Hire, Mercure ne devoit entrer dans le Soleil que vers les 4^h du soir, & par conséquent il n'y avoit qu'environ la moitié de son passage qui dût être visible sur notre Horizon.

D'un autre côté, M. Halley, habile Astronome Anglois, & qui a observé dans l'Isle de Sainte Helene en 1677 la quatrième conjonction éclipique de Mercure, avoit trouvé par son calcul qu'il ne devoit entrer dans le Soleil qu'à 8^h 15' du soir à Paris, & qu'il en devoit sortir à 4^h 15' du matin, c'est-à-dire, que la conjonction dans toute sa durée devoit nous être invisible. Il ne faut point être étonné de voir de grands Astronomes s'accorder si peu sur Mercure, c'est la moins connue de toutes les Planètes.

L'événement répondit au calcul de M. Halley, du moins en ce qu'il n'y eut point de conjonction, tant que le Soleil fut sur l'Horizon de Paris le 5 May, car le temps permit assez d'observer, & l'on ne vit rien. M. Wrzelbaur a écrit depuis à l'Académie qu'il avoit aussi observé le Soleil à Nuremberg tout ce jour-là, & le jour suivant, sans rien appercevoir.

M. de la Hire le fils, étonné de voir manquer les Tables de M. son Pere pour Mercure, quoiqu'elles eussent paru jusque-là si justes* fit plusieurs observations de Mercure assez proches du Meridien après le 5 May, & trouva les Tables conformes. Il en avoit fait d'autres pareilles avant ce jour-là, auxquelles les Tables se rapportoient aussi fort exactement. Si l'on suppose, comme il y a beaucoup d'apparence, que la conjonction soit arrivée selon le calcul de M. Halley, il y aura environ 4 heures de différence entre ce calcul & celui de M. de la Hire, & pour produire ces quatre heures, il ne faut dans l'endroit de son Orbe où Mercure étoit alors, que 6 ou 7' de degré dans sa position de plus ou de moins, ce qui est une quantité

* V. l'Hist. de 1706. à l'endroit ci-dessus.

peu confiderable pour cette Planette, & peut-être une erreur caufée par quelque irrégularité de fon mouvement. Si la Lune même peut avoir des inégalités que nous ne connoiffons pas encore, ainfi que nous l'avons dit ci-deffus*, p. 81. à plus forte raifon fera-t-il permis à Mercure d'en avoir.

A cette occafion M. Caffini fit de nouvelles recherches fur Mercure. Il faut d'abord établir fon moïen mouvement. Pour cela on ne fçauroit avoir des observations de Mercure dans les mêmes points de fon cours, faites dans des temps trop éloignés. Nous en avons dit les raifons dans l'Hift. de 1703,* en parlant du Soleil, & elles * p. 36. & s'appliquent à toutes les autres Planettes. Leurs révolu-^{87.}tions vraïes ou apparentes font inégales entre elles, & elles fe réduifent à l'égalité avec d'aurant moins d'erreur, que l'on en confond enfemble, pour ainfi dire, un plus grand nombre, car on en eft plus sûr que toutes les irrégularités poffibles, combinées de toutes les manieres, y font comprises. Mais à l'égard de Mercure les observations les plus anciennes rapportées par Ptolomée font fort groffieres, & fort incertaines. On connoiffoit même fi peu le mouvement de Mercure, auffi bien que celui de Venus, que quelques Astronomes ne croyoient pas que ces Planettes euflent une partie de leurs Orbites entre le Soleil & la Terre, & que Ptolomée, tout habile qu'il étoit, crut du moins qu'elles ne pouvoient paffer directement fous le Soleil, parce qu'en effet on n'en avoit aucune observation. Dans les Siècles qui suivirent celui de Ptolomée, on cultiva peu l'Astronomie, & Mercure fut moins obfervé qu'aucune autre Planette. On crut l'avoir vû dans le Soleil du temps de Charlemagne, quoique felon les-hypothèfes de Ptolomée, qui dominoient alors, ce phenomene fût impossible. Averroës au 12^{me} Siècle fit la même observation. Kepler lui-même la fit auffi en 1607, & il en fut fi transporté de joye & fi glorieux qu'il la chanta en vers Latins. Mais quand quelques années après on eut inventé les Lunettes, quand on eut découvert dans le Soleil des Taches qui font quelquefois fi

grandes qu'on les peut appercevoir à la vûë simple , enfin quand on se fut bien assuré que Mercure vû dans le Soleil , & par consequent dépoüillé d'un certain faux éclat , qui dans l'obscurité nous augmente tous les corps lumineux , seroit si petit qu'on ne pourroit absolument le voir sans Lunette , on reconnut que tout ce qu'on avoit pris jusque-là pour lui n'étoit que quelque grande Tache , & Kepler avoüa sa méprise en grand homme , & rectifia dans la suite le calcul qui l'avoit trompé. Il le rectifia si bien que ce fut lui qui annonça la conjonction qui devoit arriver le 7 Nov. 1631, la premiere des 6 du Siècle passé , observée par Gassendi , & si fameuse chés les Astronomes. La dernière des 6 arriva le 3 Nov. 1697 , & fut observée par les Astronomes de l'Academie. Ce sont donc là les deux les plus éloignées sur lesquelles on puisse fonder la recherche du mouvement moïen de Mercure , & elles ne comprennent qu'un espace de 66 ans. Elles ne sont pas non plus entierement à souhait , en ce qu'elles n'ont pas eu leur milieu précisément au même point du Zodiaque , mais à 3 degrés l'une de l'autre ; or il seroit à propos que les deux termes extrêmes , entre lesquels sont renfermées toutes les révolutions d'un Astre , fussent au même point du Zodiaque , afin qu'ils renfermassent un certain nombre de révolutions parfaites , mais une différence de 3 degrés est assés legere , & de plus M. Cassini répare ce défaut en comparant des conjonctions moins éloignées , où il se trouve heureusement de trop , ce qu'il y avoit dans celle-ci de trop peu. Ces deux conjonctions extrêmes sont avantageuses en ce qu'elles ont été toutes deux près du même nœud , qui est l'ascendant , & en ce qu'elles comprennent 274 révolutions de Mercure. M. Cassini trouve enfin & par leur moïen & par celles qui sont arrivées entre deux , que le mouvement moïen journalier de cette Planette est de $4^{\circ} 5' 32''$, comme M. Bouillaud l'avoit trouvé , & comme M. de la Hire le donne dans ses Tables. Nous negligions ici les *Tierces* & les *Quartes* , sur lesquelles les Astronomes peuvent disconve-

nir, sans cesser de s'accorder fort exactement.

Les conjonctions de Mercure avec le Soleil ne pouvant arriver que fort près d'un des nœuds de l'Orbite de Mercure avec l'Ecliptique, puisque le centre du Soleil ne sort point de l'Ecliptique, chaque conjonction est fort propre à la détermination du point du Zodiaque où étoit alors le nœud*, & différentes conjonctions donnent le changement qui est arrivé au lieu du nœud, ou le mouvement qu'il a fait pendant un certain temps, car on sçait que les nœuds de toutes les Planettes sont mobiles. M. Cassini trouve que le mouvement de ceux de Mercure est de 1' 26" en un an. M. de la Hire dans ses Tables lui donne une seconde de moins.

* V. l'Hist. de 1706. p. 95. & 96.

Quoique les conjonctions de Mercure ne soient pas fort favorables pour déterminer l'inclinaison de son Orbe sur l'Ecliptique, car, selon ce qui a été dit à l'endroit cy-dessus cité de l'Hist. de 1706, elles arrivent dans des points trop éloignés de la plus grande latitude qui donne cette inclinaison, M. Cassini n'a pas laissé de s'en servir à ce usage. Par son calcul l'inclinaison de l'Orbite de Mercure est de 6° 40', par les Tables Rudolphines de 6° 54', par celles de M. de la Hire de 6° 52'.

Mercure ainsi que toutes les autres Planetes a son Orbe excentrique au Soleil. On observe que dans une révolution sa plus grande digression à l'égard du Soleil est plus ou moins grande que celle d'une autre révolution, & il est évident que deux plus grandes digressions les plus inégales que l'on ait observées donnent la plus grande variation de la distance de Mercure au Soleil, ou son excentricité. Elle est plus grande à proportion de l'Orbe, que celle d'aucune autre Planete. Il n'est pas si difficile de la déterminer pour Mercure, que de distribuer dans toutes les parties de son Orbe l'Equation qu'elle produit. Nous supposons toutes ces idées connues par l'Hist. de 1704*. La raison de cette difficulté, selon M. Cassini, est que pour sçavoir quel est le mouvement vrai qui répond à un certain arc de l'Orbe d'une Planete, il faut sçavoir

* P. 65. & suiv.

précisément & sûrement la grandeur de cet arc ; or quand Mercure est vers ses plus grandes digressions , les arcs qu'on lui voit parcourir sont vûs de la Terre si obliquement , qu'il est aisé de se tromper sur leur grandeur , & quand il est dans ses conjonctions , les arcs qu'il parcourt sont , à la vérité , vûs directement , mais le mouvement qui leur répond ne tire pas à conséquence pour le reste de l'Orbe , à cause de la grande excentricité.

M. Cassini ayant établi les principes du calcul de Mercure , conclut que la conjonction a dû arriver la nuit entre le 5 & le 6 May , & que comme Mercure a passé fort près du centre du Soleil , ce qui augmente la durée de la conjonction , elle a pû égaler à peu près celle de la nuit qui étoit de 8 heures pour notre climat.

Si Mercure étoit vû du Soleil , & qu'on supposât son mouvement vrai égal au moïen , tel qu'on l'a établi , il ne feroit pas 8 heures , mais seulement 3 à parcourir un demi degré , c'est-à-dire , un espace égal au diametre apparent du Soleil. Mercure emploïe 8 heures à parcourir ce même espace , parce qu'il est vû de la Terre dont le mouvement se compliquant avec le sien en change beaucoup l'apparence. C'est la même chose pour toutes les Planètes , tant supérieures qu'inférieures. L'apparence de leur mouvement est changé à tel point par celui de la Terre , que quelquefois elles paroissent n'avoir aucun mouvement , & c'est alors qu'on les appelle *Stationnaires*. Par-là on peut aisément comprendre que leur mouvement apparent soit extrêmement ralenti. Mercure dans ses conjonctions inférieures avec le Soleil , telle qu'étoit celle dont il a été question ici , est toujours entre deux *Stations* , c'est-à-dire , entre deux points de son secours où il paroît n'avoir aucun mouvement.



SUR LES REFRACTIONS.

Monsieur Cassini a continué de traiter avec le P. Laval la matière des Refractions, qu'ils avoient commencée l'année précédente, ainsi que l'a dit l'Hist. de 1706*. V. les M. P. 195.

Nous y avons remarqué que de ce que l'arc de la circonférence de la Terre, compris depuis l'Observatoire du P. Laval, jusqu'au point de la Mer le plus éloigné qu'il pût appercevoir, varioit en apparence selon ses observations entre $13\frac{1}{2}$, & 15, M. Cassini avoit conclu que cet Observatoire étoit élevé sur la surface de la Mer de 175 pieds. Maintenant le Pere Laval a mesuré actuellement cette hauteur, & il ne l'a trouvée que de 144 pieds. Il y a plus. Par les dernières observations du P. Laval, son horizon varie entre $11' 46''$, & $14' 30''$. * p. 101. & suiv.

La connoissance assés exacte que l'on a du rayon de la Terre, & la hauteur de l'Observatoire du P. Laval actuellement mesurée, donnent sûrement l'arc de la circonférence qui doit être apperçû de cette hauteur. M. Cassini le trouve de $13' 14''$. Les refractions élèvent & par conséquent rapprochent de la ligne horizontale qui passe par notre œil l'extrémité de cet arc, & en font paroître l'inclinaison moindre, ainsi toutes les variations qu'il a au-dessous de $13' 14''$ doivent être attribuées aux refractions, mais celles qu'il a au-dessus ne leur appartiennent point, car il seroit contre leur nature d'abaisser l'extrémité de l'horizon. Voici quelle est, selon M. Cassini, la cause de cette seconde espede de variations. Quand on pointe la Lunette à l'extrémité de l'horizon de la Mer, on veut attraper l'endroit où la Mer paroît se joindre au Ciel. Or il y a des temps où une lisiere de la Mer d'une certaine étendue fait la fonction de Miroir, & renvoïe à notre œil l'image du Ciel, de sorte qu'on croit voir le bord infé-

rieur du Ciel où il n'est pas, & que l'on pointe plus bas qu'il ne faudroit.

M. Cassini dit que d'une hauteur 10 fois plus grande que l'Observatoire du P. Laval, il a observé plusieurs fois que l'arc terminé à l'horizon de la Mer étoit de 42' sans aucune variation sensible, d'où il conclut que les variations sont plus grandes dans les petites hauteurs, & peut-être ne subsistent plus dans les grandes. Cela semble contraire à ce qui a été dit dans l'Hist. de 1706. à l'endroit cité cy-dessus, que la hauteur apparente des objets vus sur terre varie d'autant plus, qu'ils sont plus éloignés, ou plus élevés, parce que les différentes couches de vapeurs que traversent les rayons visuels, en sont plus différentes, & causent par conséquent de plus grandes refractions; mais cette contradiction peut-être levée.

Un quart de la circonférence de la Terre, compris depuis un Observateur jusqu'à l'Horizon *rationnel*, étant divisé en 90 degrés égaux, à compter du point où est l'Observateur, il est clair que pour voir le 89^{me} degré cet Observateur devoit être très-élevé, ou, ce qui est la même chose, que la Tangente du 89^{me} degré prolongée jusqu'à ce quelle rencontrât une ligne tirée par le centre de la Terre, & par le point d'où l'on compte les degrés, ne la rencontreroit qu'à un point fort élevé. Mais enfin cette Tangente, quoique fort longue, seroit une ligne infinie. Pour voir le 90^{me} degré, il faudroit que cette Tangente fût infinie, ou, ce qui est le même, que l'Observateur fut infiniment élevé. d'où il suit que dans l'étendue du 89 au 90^{me} degré les arcs apperçûs augmentent peu, & que les hauteurs où il faudra s'élever pour les appercevoir augmentent prodigieusement, & qu'en general dans tout le quart de cercle les arcs augmentent d'autant moins, & que par conséquent differens arcs seront d'autant plus aisés à confondre, que les hauteurs seront plus grandes. Il se peut donc faire qu'à une hauteur de 1440 pieds, les differens arcs apparens causés par des refractions, même plus grandes qu'à de moindres hauteurs, se

confondent les uns avec les autres, & avec l'arc *veritable*, qui seroit apperçû dans un milieu uniforme. Il est évident que ce raisonnement ne peut avoir lieu pour les objets élevés ou éloignés vûs sur terre comme des Clochers.

Les refractions qui diminuent l'arc terminé à l'horizon font le même effet, que si la Terre avoit une grande circonference, car en ce cas-là on n'en appercevoit d'une même hauteur qu'un arc d'un moindre nombre de degrés ou de minutes. Ceux qui voudroient trouver par cette voie la grandeur de la circonference ou du rayon de la Terre, & qui n'observeroient pas de plus grands arcs que celui de l'horizon du P. Laval, s'exposeroient donc à faire toujours le rayon de la Terre plus grand qu'il n'est, & leur erreur, selon la remarque de M. Cassini, pourroit presque aller à $\frac{1}{7}$, ce qui est très-considerable, parce qu'entre $11' 46''$, & $13' 14''$, qui est l'arc veritable, la difference est à peu près $\frac{1}{7}$ de la moindre grandeur. Si l'on observoit d'une plus grande hauteur, & que l'on eut un arc, par exemple de $42'$, on ne seroit pas sujet au même inconvenient, mais il seroit très-difficile de s'assurer que l'on eut un arc de $42'$ précisément, & la moindre erreur necessairement repetée un grand nombre de fois sur la circonference entiere iroit fort loin. Il est très-important d'avoir une espece de Balance, où l'on puisse peser les erreurs de differentes Methodes qui vont à une même fin. On sçait par-là quelle Methode est à préférer, quand on est le maître du choix, & quand on ne l'est pas, on sçait jusqu'ou doit aller la confiance pour celle qu'on emploie.



S U R L E S T A C H E S
DES SATELLITES DE JUPITER,

V. les M.
p. 289.

Les Satellites de Jupiter, invisibles à la vûë simple ; sont si petits même avec les plus excellentes Lunettes, que s'ils ont des Taches, c'est-à-dire, des parties moins propres à reflechir vivement la lumiere du Soleil, & plus obscures que le reste de leur globe, il est absolument impossible de les distinguer sur leur disque. Mais ce qui ne se voit pas immédiatement peut être vû par des consequences necessaires que la raison fournit, & c'est ainsi que M^r Cassini & Maraldi ont vû des Taches dans les Satellites de Jupiter. Comme cette maniere de voir demande des yeux préparés, il faut auparavant avoir de certaines connoissances sur la Theorie de ces Satellites.

Un Satellite ne jette son ombre sur Jupiter que lorsqu'il est dans la partie inferieure de son Orbite, & en conjunction avec Jupiter à l'égard du Soleil, c'est-à-dire placé sur une ligne droite tirée du Soleil à Jupiter. Si dans le même temps la Terre est sur cette ligne entre le Soleil & Jupiter ce qui fait l'opposition de Jupiter au Soleil, il est manifeste que nous ne pouvons voir l'ombre du Satellite, puisqu'il nous la cache lui-même, & qu'elle est directement derriere lui. Si la Terre n'est plus sur cette ligne, nous pouvons voir en même temps & le Satellite & l'ombre qu'il jette sur Jupiter, & cela d'autant plus facilement, ou, ce qui revient au même, nous voyons le Satellite & son ombre d'autant plus séparés, que la Terre est plus loin de la ligne supposée. Et comme elle ne peut s'en éloigner plus que d'un quart de cercle, & qu'alors Jupiter est en quadrature avec le Soleil, c'est dans les quadratures de Jupiter qu'on voit le mieux & un Satellite & son ombre en même temps, & qu'on voit une plus grande distance entre le Satellite & son ombre sur Jupiter. On voit un Sa-

rellite hors de dessus le disque de Jupiter , & quelquefois assés éloigné, tandis que son ombre est sur ce disque. Alors le Satellite est véritablement en conjonction avec Jupiter, puisqu'il ne peut lui jeter son ombre, sans être entre lui & le Soleil, mais il n'est pas en conjonction avec Jupiter à notre égard , car puisque nous ne le voyons pas sur le disque de Jupiter , il n'est pas entre Jupiter & la Terre. Il y a un autre temps où il passe entre la Terre & Jupiter , mais alors il n'est pas véritablement & à l'égard du Soleil en conjonction avec Jupiter , aussi ne lui jette-t-il pas son ombre. On ne doit donc point voir l'ombre d'un Satellite sur Jupiter, tandis qu'il est en conjonction à notre égard , ou tandis que nous le voyons passer sur le disque de Jupiter, mais seulement avant ou après cette fausse conjonction , & dans le temps de la vraie.

Toutes les Planettes principales tournent autour du Soleil , & les Subalternes autour des Principales & le Soleil autour de lui-même d'Occident en Orient. C'est le mouvement universel & unique de notre Tourbillon. Mais à moins que nous ne soyons au centre d'un mouvement circulaire, ou à moins que nous n'ayons nous-mêmes un mouvement circulaire que nous attribuons au Corps qui en est le centre , il ne nous paroît pas toujours que ces mouvemens se fassent dans le sens qu'ils se font réellement. Nous voyons toujours le Soleil & la Lune aller d'Occident en Orient , parce que l'un est le centre de notre mouvement , & que nous sommes au centre du mouvement de l'autre. Mais un Satellite de Jupiter , qui réellement & à l'égard de Jupiter va toujours d'Occident en Orient , ne nous paroît avoir cette direction que dans la moitié supérieure de son Orbe , & nous lui en voyons une contraire dans l'inférieure. De même les Taches du Soleil nous paroissent toujours aller sur son disque d'Orient en Occident, parce que nous ne voyons que la moitié inférieure de la révolution du Soleil sur son axe. Cette même raison s'étend aux Retrogradations & aux Stations des Planettes. Cela supposé.

Quand la Terre a passé entre Jupiter & le Soleil, comme elle fait sa révolution en moins de temps que Jupiter, elle avance vers l'Orient plus que lui, & le laisse derrière elle à l'Occident. D'un autre côté les Satellites vus de la Terre dans la moitié inférieure de leur Orbe, tournent autour de Jupiter d'Orient en Occident. De là il arrive qu'après que la Terre a passé entre Jupiter & le Soleil, la fausse conjonction d'un Satellite précède la vraie, c'est-à-dire, que la Terre, plus orientale que Jupiter, voit un Satellite qui va d'Orient en Occident, passer entre elle & Jupiter, avant qu'il passe entre le Soleil & Jupiter, & par conséquent elle ne verra l'ombre du Satellite sur Jupiter qu'après qu'elle aura vu passer sur Jupiter le Satellite même, & ce qui revient au même, l'ombre sera orientale à l'égard du Satellite. Ce seroit le contraire, si au lieu de considérer la Terre qui a passé entre Jupiter & le Soleil, on la considéroit qui s'achemine pour y passer.

Lorsque les Satellites sont en conjonction avec Jupiter à notre égard, nous ne les voyons point sur le disque de cet Astre, si ce n'est quelquefois vers les bords, lorsqu'ils entrent dans Jupiter, ou qu'ils en sortent. Les parties de Jupiter, qui sont vers les bords, vûes plus obliquement, & par conséquent avec moins d'éclat, & dans une espèce de pénombre, peuvent laisser appercevoir les Satellites; hors delà l'éclat est trop grand.

Par la même raison de l'obliquité des bords, quand les Taches du disque de Jupiter y sont arrivées par la révolution de cette Planette autour de son axe, elles paroissent diminuer de grandeur & de vitesse.

Ces connoissances supposées, il sera facile d'entendre comment on a découvert des Taches dans les Satellites de Jupiter. Le 26. Mars à 6^h 50' du soir, M. Maraldi aperçut dans Jupiter une Tache qu'il n'y connoissoit point. Elle avoit déjà passé le milieu du disque, & quand elle approcha du bord occidental, ni sa grandeur, ni sa vitesse apparentes ne diminuèrent, ce qui fit d'abord juger qu'elle n'étoit pas inhérente au corps de Jupiter. De plus,

son mouvement étoit beaucoup plus lent qu'il n'auroit dû être par la révolution de Jupiter sur son axe en 10 h. Elle étoit ronde & noire, comme sont les ombres que les Satellites jettent sur Jupiter, mais des 4 Satellites les 3 les plus proches de Jupiter étoient trop éloignées de la conjonction, & pour le 4^{me}, il est vrai qu'il étoit alors en conjonction à notre égard, & qu'il passoit sur le disque de Jupiter; mais par cette raison même son ombre n'y étoit pas, selon le calcul astronomique, elle ne devoit être à l'endroit où étoit la Tache que 7 heures plus tard. Il falloit donc que cette Tache fût une partie plus obscure du 4^{me} Satellite lui-même qui parcouroit le disque de Jupiter. En effet, la situation, le mouvement, tout convenoit, & peu de temps après que la Tache fut sortie du disque de Jupiter, on vit le Satellite qui en étoit sorti aussi par le même endroit, & dont jusque-là la partie lumineuse avoit été invisible. De là M. Maraldi conjectura que la Tache & la partie claire plus orientale que la Tache, faisoient le diamètre entier du Satellite, & le temps que le tout emploïa à sortir de Jupiter est assés exactement celui que doit emploïer ce diamètre, dont la grandeur est connue d'ailleurs.

Par une observation & des raisonnemens semblables, M. Maraldi reconnut aussi une Tache dans le 3^{me} Satellite le 4 Avril au soir. M. Cassini en avoit découvert ou soupçonné dans tous les 4 en divers autres temps.

La conformité de nature que les Satellites doivent avoir avec toutes les autres Planettes, semble prouver suffisamment que les parties de la superficie de leurs globes sont moins propres les unes que les autres à réfléchir vivement la lumière, cependant il est bon de s'en assurer encore plus précisément, & il est du moins très-agréable de pouvoir porter si loin la subtilité de l'observation. Encore une preuve des Taches des Satellites, c'est que leurs grandeurs apparentes varient beaucoup, indépendamment de leurs differens éloignemens, soit à l'égard du Soleil, ou de Jupiter, ou de la Terre. Elles varient à tel

point, que le 4^{me} Satellite qui est ordinairement le plus petit de tous, paroît quelquefois le plus gros, & que le 3^{me} qui est ordinairement le plus gros, est quelquefois le plus petit. Il en va de même des 2 autres. Tout cela ne peut s'expliquer plus naturellement, qu'en leur donnant de grandes Taches, qui selon qu'elles sont ou entièrement ou en partie tournées vers la Terre, diminuent plus ou moins l'apparence de leur grandeur, & laissent paroître cette grandeur telle qu'elle est, lorsqu'elles sont tout à fait dans l'hémisphère caché à nos yeux. Il y a plus. Quelquefois quand on voit en même temps un Satellite à quelque distance de Jupiter, & son ombre sur Jupiter, on voit l'ombre plus grande que le Satellite, quoiqu'elle soit certainement beaucoup plus petite, & d'une figure conique. Mais c'est qu'alors le Satellite fait ombre par son globe entier, & n'est vû que par la partie claire de ce globe.

Il seroit bien hardi de vouloir déterminer présentement si ces Taches sont fixes comme celle de la Lune, ou passagères comme celles de Jupiter & de Mars, & M. Cassini ne l'entreprend pas. Si elles sont fixes, il est clair que puisqu'on ne les voit pas toujours lorsqu'un même Satellite passe devant Jupiter, les Satellites tourneront sur leurs axes, & qu'il faudra un grand nombre de leurs conjonctions avec Jupiter pour s'assurer qu'une Tache soit la même, & pour prédire ses retours qui dépendront de la composition de leur mouvement autour de Jupiter, & de leurs révolutions sur leurs propres axes. Si elles sont passagères, il faudra encore une plus longue suite d'observations pour s'assurer qu'aucune période ne les ramène.

M. Cassini donne un exemple du péril qu'il y a à ces sortes de déterminations trop précipitées. Le 5^{me} Satellite de Saturne, dont nous avons dit dans l'Hist. de 1705^{*} qu'il devenoit toujours invisible dans la moitié Orientale du Cercle qu'il décrit autour de Saturne, a commencé au mois de Sept. 1705. à y être visible, aussi-bien que dans
la

* P. 121.

la moitié Occidentale où il l'avoit toujours été. Par-là les conjectures que nous avons rapportées cessent d'avoir lieu. Des Philosophes n'ont point de regret à ces petits commencemens de Systêmes, que la Nature dément ensuite; ils ne les aiment qu'autant qu'ils la représentent, & non parce qu'ils leur appartiennent.

SUR LES FORCES CENTRALES

DES PLANETES,

A Prés avoir tant parlé des forces Centrales dans V. les M. cinq des Volumes précédens, après avoir même P. 477. regardé ce sujet comme épuisé, il semble qu'il ne soit plus permis de le traiter encore, sans se justifier envers le Public. Cette espece de justification, & le fond de la matiere vont se trouver mêlés ensemble.

Nous avons parlé assés au long dans l'Hist. de 1705 *, * p. 118. & de la proportion que Kepler a si ingenieusement & si heureusement découverte entre les distances des Planetes au Soleil, & leurs révolutions autour de ce centre commun. Les distances sont comme les racines cubiques des quarrés des révolutions. Nous avons dit comment cette Regle a été verifiée au-delà de ce que Kepler même eût osé esperer, & combien on a lieu maintenant de la tenir pour absolument sûre, mais nous avons ajouté qu'elle n'étoit fondée que sur une *induction* de plusieurs faits, & non pas démontrée *à priori* par les Loix du Mouvement.

Si l'on suppose qu'elle soit vraie, & en même-temps que les Orbes des Planetes soient des Cercles dont le Soleil soit le centre commun, ce qui est assés vrai sensiblement, & peu different du vrai-exact, on voit aussitôt par un calcul d'une ligne, que les vitesses réelles des Planetes sont en raison renversée des racines quarrées de leurs distances au Soleil, c'est-à-dire, par exemple, qu'une

Planete 4 fois plus éloignée du Soleil qu'une autre auroit 2 fois moins de vitesse. Mercure tourne autour du Soleil en 3 mois à peu près, & il en est environ 3 fois plus proche que la Terre, d'où il suit évidemment que la Terre pour avoir une vitesse égale à celle de Mercure devrait tourner en 9 mois autour du Soleil, cependant elle ne tourne qu'en 12, elle a donc moins de vitesse réelle, & ce qu'elle en a est à peu près à celle de Mercure comme 3 est à 4, ou, selon la conséquence de la regle de Kepler, comme 1 est à la racine de 3, car comme 3 est plus que la moitié de 4, ainsi 1 est plus que la moitié de la racine de 3, puisqu'il est précisément la moitié de la racine de 4 qui est 2. Il en va de même de Venus, qui a moins de vitesse que Mercure, & plus que la Terre, & pour les autres Planetes principales, dont on ne voit pas immédiatement les distances au Soleil, comme celles de Mercure & de Venus, quand on ne supposeroit pas leurs distances connues par la regle de Kepler, on ne laisseroit pas de les tirer d'ailleurs, & par-là on verroit toujours que leurs vitesses réelles diminuent à mesure qu'elles s'éloignent du Soleil. Les Planetes *subalternes*, c'est-à-dire, les 4 Satellites de Jupiter, & les 5 de Saturne dont on voit immédiatement les distances à un centre commun, suivent exactement la regle de Kepler.

Elle est si inviolablement observée par les Corps celestes, qu'une même Planete la suit dans tous ses changemens de distance à l'égard du Soleil, & qu'elle augmente de vitesse à mesure qu'elle approche de son Perihelie, ou au contraire; & en effet une Planete qui s'approche ou s'éloigne du Soleil, ce qu'elles font continuellement à cause de l'excentricité de leurs Orbes, est dans le même cas que si c'étoient deux ou plusieurs Planetes differentes, qui eussent des Orbes differens, peu éloignés les uns des autres. Quand le Soleil approche de son Perigée, on voit sa vitesse augmenter plus que son diametre, ce qui marque que l'augmentation de vitesse n'est pas une simple apparence, causée par une plus grande proximité, mais qu'il y entre aussi quelque chose de réel, ou, ce qui

est la même chose, que la Terre se meut réellement plus vite, quand elle est plus proche du Soleil. Il en arrive autant aux autres Planetes. Mais dans leurs changemens de distance, on ne s'apperçoit pas que leurs vitesses changent selon la raison renversée des racines des distances, elles ne paroissent changer que selon les distances mêmes. La raison en est que la difference des deux distances d'une même Planete au Soleil, lorsqu'elle est dans son Aphelie & dans son Perihelie, est fort petite en comparaison de la difference des distances de deux Planetes. Ainsi si les distances d'une même Planete sont 36 & 37, & celles de deux Planetes 1 & 5, les racines de 36 & de 37, qui sont 6 & un nombre irrationnel un peu plus grand que 6 & beaucoup plus petit que 7, auront un rapport tres-peu different de celui de 36 & de 37, mais les racines de 1 & 5, qui sont 1 & un nombre irrationnel un peu plus grand que 2, ont un rapport tres-different de celui de 1 & de 5. Aussi suffit-il dans la pratique de l'Astronomie de s'en tenir à la regle de Ptolomée, que les vitesses réelles d'une même Planete changent selon ses distances au Soleil, mais dans la rigueur geometrique, elles changent selon les racines des distances, si la regle de Kepler est admise.

Ptolomée ne réglant les vitesses d'une même Planete que sur ses distances, a dû par une suite necessaire établir, comme il a fait, que les temps qu'une planete emploie à parcourir des arcs de cercle semblables dans son Aphelie, & dans son Perihelie sont entre eux comme les quarrés des distances, mais selon Kepler ils doivent être comme les distances multipliées par leurs racines, ce qui à l'égard d'une même Planete est peu different de la regle de Ptolomée, & ne l'est beaucoup qu'à l'égard de deux differentes Planetes, où Ptolomée n'a pas prétendu étendre sa regle. Mais il paroît que si elle étoit geometriquement vraie à l'égard d'une même Planete, elle le seroit aussi à l'égard de deux, que quoiqu'elle suffise pour la pratique de l'Astronomie, elle ne suffit pas pour la Physique, qui doit avoir des regles plus générales, & qu'enfin il en faut

revenir à celle de Kepler, sauf à la dispenser d'une précision inutile en certaines occasions.

Il seroit donc tres-avantageux pour le Systême Physique de la pouvoir démontrer, & de découvrir tout d'un coup des causes nécessaires de ce qui n'a été jusqu'à present connu que par une longue suite de lentes observations. Ce seroit exposer aux yeux des Hommes l'intérieur, pour ainsi dire, de la Machine des Cieux, ou du moins un de ses principaux ressorts. M. Villemot Docteur en Theologie, Curé d'un Faubourg de Lyon, en a formé le dessein dans un Livre tres-ingenieux, qui a paru cette année, intitulé *Nouveau Systême, ou Nouvelle Explication du Mouvement des Planetes*. Cet Ouvrage brille d'invention & de genie, & il merite que les Sçavans y fassent beaucoup d'attention, soit pour en embrasser les découvertes, qui seront fort importantes, lorsqu'elles seront vraies, soit pour ne se pas laisser éblouir à des idées qui ne seroient que specieuses. Nous n'en toucherons ici que ce qui regarde la regle de Kepler.

M. Villemot applique aux Corps Celestes la Theorie des Forces centrales. Nous avons dit dans l'Hist. de 1700 * que M. le Marquis de l'Hôpital avoit donné pour principe ~~fondamental~~ de ces forces considerées seulement dans le Cercle, que comme le Rayon d'un Cercle que décrit un Corps, est au double de la hauteur d'où il faudroit qu'il fût tombé pour acquerir selon le Systême de Galilée la vitesse qu'il a, ainsi sa Pesanteur est à sa force Centrifuge. De là il suit évidemment que puisque les Hauteurs d'où les Corps tombent sont toujours comme les quarrés des vitesses qu'ils ont acquises en tombant, si l'on prend d'ailleurs la Pesanteur pour constante, ou pour 1, l'expression de la force centrale sera le quarré de la vitesse divisé par le rayon du Cercle. C'est cette expression que prend M. Villemot. La force centrale d'une Planete sera donc d'autant plus grande que sa vitesse réelle sera plus grande, & le rayon de son cercle, ou sa distance au Soleil plus petite. Or par les observations Astronomiques,

* p. 81.

& plus précisément encore par la règle de Kepler, qui donne la proportion des vitesses réelles des Planètes à leurs distances, il est constant que les moins éloignées du Soleil ont plus de vitesse, donc elles ont une force centrale plus grande, donc elles devroient sortir de leurs sphères, s'échaper vers les extrémités du Tourbillon, & faire descendre en leur place les Planètes supérieures.

M. Villemot répond que quoique les forces centrales de deux Planètes, de Venus & de Mars, par exemple, soient inégales, celles des deux surfaces sphériques qui contiennent Venus & Mars, sont égales, & il le démontre d'une manière très-simple & très-aisée, en multipliant la force centrale de Venus & de Mars, pris chacun pour un point de sa sphère, par le carré du rayon de chaque sphère, car ces carrés expriment le rapport des deux surfaces sphériques, & ces deux produits qui expriment les forces centrales des deux surfaces, se trouvent égaux. On conçoit aisément que la plus grande surface, qui est celle dont tous les points ont moins de force centrifuge, en est récompensée par être plus grande.

Ce ne seroit pas là seulement une réponse à une difficulté formée contre la règle de Kepler, ce seroit une démonstration *à priori* de cette règle, & M. Villemot auroit incontestablement la gloire de l'avoir trouvée le premier, car puisque les Sphères, ni les Corps célestes ne se confondent pas, il y a un équilibre; il est fort naturel de le mettre entre les différentes surfaces sphériques, puisqu'enfin ce n'est que de ces surfaces qu'est composé tout le Tourbillon; de cet équilibre naît la règle de Kepler par une suite nécessaire.

Mais l'Equilibre de M. Villemot, quoiqu'imaginé fort spirituellement, n'est pas sans difficulté. On lui peut opposer que malgré l'inégalité des forces centrifuges de deux surfaces sphériques, prises chacune dans leur totalité, il suffit, pour confondre tout, que chaque point de la Sphère inférieure ait plus de force centrifuge que chaque point correspondant de la supérieure; car puisque

ces points composent un fluide , & n'ont nulle liaison ensemble , chacun des plus forts doit s'échapper pour aller prendre la place du plus foible qui lui répond , & la force de la surface supérieure totale n'ajoute rien à celle de chacun de ses points , qui est détaché de tout autre.

Pour prévenir cette difficulté , on pourroit mettre l'équilibre entre les parties mêmes des différentes surfaces sphériques , en supposant leurs densités ou pesanteurs spécifiques inégales. Alors on diroit que Mars surpasse Venus en pesanteur spécifique , autant qu'il est nécessaire pour récompenser précisément le moins de force centrifuge qu'il a par sa vitesse & par sa distance au Soleil. Il en iroit de même de chaque partie du fluide qui compose la surface sphérique où Mars se meut. En effet , l'expression que M. Villemor donne à la force centrale , suppose , comme nous l'avons dit , que la pesanteur soit constante , ou égale entre differens corps , or il n'est nullement vrai-semblable qu'elle le soit , & dès qu'elle ne l'est pas , elle entre nécessairement dans la force centrale , & la fait croître ou diminuer avec elle. Il est d'ailleurs fort apparent que la matiere qui est vers le centre du Tourbillon soit la plus subtile , & qu'elle aille toujours en devenant plus grossiere & plus dense vers les extrémités. Il est visible que l'équilibre étant en ce cas là entre chaque partie d'un fluide inférieur quelconque , & chaque partie correspondante d'un autre fluide supérieur , il ne pourroit plus être entre les surfaces sphériques , & que les plus grandes auroient une plus grande force centrifuge , sans qu'il arrivât cependant aucun dérangement.

Mais si l'on prenoit cette idée , ce ne seroit pas démontrer que la règle de Kepler est nécessaire selon la Theorie des forces centrales , ce seroit seulement faire voir qu'elle est possible & s'accorde avec cette Theorie , lorsqu'on supposera que les densités de la matiere fluide du Tourbillon augmentent depuis le centre jusqu'aux extrémités.

Voilà quelques-unes des reflexions qu'on peut faire sur

l'une des plus belles vûes du Livre de M. Villemot. M. Bomia a proposé une autre difficulté que nous renvoyons entierement à son Memoire. Il a principalement fait voir que plusieurs Theorèmes de cet Auteur se tirent fort naturellement de la Theorie connuë des forces Centrales, mais enfin si M. Villemot a démontré la regle de Kepler, la gloire qui lui en appartient n'en est pas moindre, parce que les sources de la démonstration étoient, pour ainsi dire, publiques, elles ne laissoient pas d'être en même-temps cachées pour tous les autres.

*SUR L'APPARITION
D'UNE COMETE.*

UNe Comete qui a paru cette année, & qui, selon V. les M.
p. 558.
* p. 104. ce que nous avons dit dans l'Hist. de 1706* est la cinquième qu'on ait vûë depuis 9 ans, rend encore plus vrai ce que nous dûmes alors, que les Cometes n'avoient été rares jusqu'à present, que faute d'Observateurs, & comme leur rareté étoit une des principales causes qui les rendoient si terribles, on auroit cette raison de moins pour les craindre, s'il étoit encore question de se rassurer sur un sujet si frivole.

La Comete de cette année fut appercûë à l'Observatoire pour la premiere fois le 28 Novembre par M^{rs} Cassini & Maraldi, proche de plusieurs petites Etoiles qui sont entre la Constellation d'Antinoüs, & celle du Capricorne. Elle paroissoit à la vûë simple comme une Etoile de la seconde grandeur, & avec une Lunette de 12 pieds elle étoit assés claire & assés grande, mais mal terminée, ce qui est assés ordinaire, environné d'une nebulosité, & sans aucune apparence de queuë, ni de chevelure. Le 29 Novembre on reconnut qu'elle avoit fait environ 4 degrés $\frac{1}{2}$ en 24 heures, & le 30, 3 degrés $\frac{1}{2}$, d'où l'on conclut qu'elle avoit déjà passé son Perigée, puis que son mou-

vement apparent diminueoit , & même comme il diminueoit assés considerablement , il y avoit lieu de soupçonner qu'au premier jour qu'on l'avoit apperçûë elle avoit déjà passé le Perigée de quelques jours. Par les observations suivantes, on détermina que ç'avoit été le 22,6 jours avant qu'on l'eût vûë.

Dans l'Article que nous venons de citer de l'Hist. de 1706 , nous avons donné une idée de la Methode par laquelle M. Cassini en supposant que pendant le peu de tems qu'une Comete paroît , elle a un mouvement sensiblement égal , & qui se fait sur une ligne sensiblement droite, il donne pour chaque jour la diminution de sa vitesse apparente depuis le Perigée , & prédit par conséquent les lieux du Ciel où elle se doit trouver. Il faut pour cela des observations du mouvement de la Comete en 24 heures, immédiatement avant ou après le Perigée. Mais si on ne les a pas , & que , comme il est arrivé cette fois-ci , on n'ait vû la Comete qu'après son Perigée , on peut par le moyen de quelques observations exactes qui l'auront suivi , retrograder jusque-là , & déterminer ce point.

Le mouvement de la Comete étoit du Midi au Septentrion, & M^{rs} Cassini & Maraldi déterminèrent qu'il se faisoit à peu près sur un grand Cercle , qui coupoit l'Ecliptique au 5^{me} degré d'Aquarius , & passoit obliquement entre les Poles de l'Ecliptique , & ceux de l'Equateur , de sorte qu'à l'égard des Poles de l'Ecliptique sa plus petite distance étoit de 4 degrés , & de 9 à l'égard de ceux de l'Equateur. Puisqu'il s'en falloit si peu que son Cercle ne passât par les Poles de l'Ecliptique , il lui étoit presque perpendiculaire , ce qui est extrêmement rare. Le cours de cet Astre étoit donc presque entierement perpendiculaire au mouvement general du Tourbillon , & cela favoriseroit le Systême de M. Villemor qui place les Cometes au-dessus de Saturne , dans une Region où il n'y a plus de mouvement commun ni réglé, tel que celui du fluide qui emporte toutes les Planetes, mais seulement
des

des *Courans* irréguliers, dont les directions peuvent être en tous sens.

La Comete de cette année, qui venoit du Midi, n'aura pû être visible dans le Perigée ou le 22 Novembre qu'à la partie Meridionale de la Terre, selon la Theorie de M. Cassini. Deux jours après nous aurions pû la voir peu élevée sur l'Horizon, mais il est assés naturel que soit à cause des broüillards dont l'Horizon est ordinairement couvert dans cette saison, soit faute de chercher ce qu'on ne doit effectivement pas chercher à chaque moment & dans toute l'étenduë du Ciel, on n'ait rien apperçû jusqu'au 28.

Le mouvement journalier de cette Comete supposé égal, étoit, selon M. Cassini, de $\frac{1000}{13}$ de sa plus petite distance à la Terre, au lieu que celui de la Comete de 1706 étoit de $\frac{100}{7}$ ou de $\frac{1000}{70}$. Si l'on suppose les distances des deux Cometes égales, celle de 1706 avoit donc près de 4 fois plus de vitesse réelle que l'autre, & si les distances ne sont pas égales, les vitesses réelles ne leur sont pas proportionnées.

La Comete de cette année étoit la plus grande, car à 48 degrés de son Perigée elle le paroïssoit encore plus que la précédente dans son Perigée même. Le 5 Decembre, environ à 60 degrés de son Perigée, celle de cette année paroïssoit à la Lunette aussi grande que Jupiter. Dans le Systême de ceux qui placent toutes les Cometes au-dessus de Saturne, qui est à une distance de la Terre double de celle de Jupiter, une Comete qui paroît égale à Jupiter a un diamètre au moins double de celui de Jupiter, & est 8 fois plus grosse, & puisqu'on croit Jupiter 8000 fois plus gros que la Terre, elle est 64000 fois plus grosse, dans le cas où elle aura été vûe à son Perigée égale à Jupiter. Mais comme celle de cette année a été vûe de cette grandeur, lorsqu'elle étoit deux fois plus éloignée de la Terre que dans son Perigée, il s'ensuivroit que son diamètre seroit au moins 4 fois plus grand que celui de Jupiter, & qu'elle seroit 64 fois plus grosse, c'est-à-dire,

106 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
512000 fois plus grosse que la Terre.

Elle diminue toujours de grandeur & de vitesse apparente. Le 22 Decembre on avoit beaucoup de peine à la voir sans Lunette.

SUR DES TACHES DU SOLEIL.

* V. PHist.
de 1706. p.
123.

C Et amas de Taches que l'on avoit commencé de voir le 7 Decembre 1706*, & qui, s'il eût été sphérique, eût été 1718 fois plus gros que la Terre, paroissoit assez considerable, pour pouvoir durer pendant plus d'une révolution du Soleil autour de son axe, & pour revenir sur l'Emisphere apparent, après s'être caché dans l'autre, durant la dernière moitié à peu près du mois de Decembre. Cependant on n'apperçut le 2 Janvier qu'une *Facule fort claire*, au milieu de laquelle il paroissoit une Tache grisâtre, tres-foible. La facule passa par le Meridien $1' 7''$ après le centre du Soleil, qui étoit plus élevé qu'elle de $1' 23''$. Le lendemain il n'y avoit plus ni Facule ni Tache.

Avant que d'aller plus loin, & de commencer une nouvelle histoire des Taches, il est bon d'expliquer pourquoi nous en marquons toujours si soigneusement les hauteurs par rapport au centre du Soleil, & de quelle importance est cette détermination.

Pour s'assurer si une Tache qui reparoit est la même qui a été vûë en premier lieu, il ne suffit pas qu'elle reparoisse dans le temps que demande l'hypotese des 27 jours & demi, il faut encore qu'elle ait la même position sur le globe du Soleil; or on observe exactement sa position *apparente* afin d'en pouvoir conclure la *vraie*, fort différente de la première, & la seule dont on ait besoin.

Un Cercle diurne du Soleil, c'est-à-dire, ou l'Equateur, ou un Parallele à l'Equateur, étant conçu comme s'il en

traversoit le disque apparent , la portion de ce Cercle comprise dans le disque en est un diametre parallele à l'Horizon , lorsque le Soleil est au Meridien , temps où l'on observe ordinairement les Taches. Leur hauteur apparente , ou ce qui revient au même , leur position au-dessus ou au-dessous du centre du disque se prend par rapport à ce diametre , & des deux moitiés dans lesquelles il divise le disque, on peut appeller la supérieure *Septentrionale*, & l'inférieure *Meridionale*. Mais le Soleil ayant un Equateur réel de son mouvement de 27 jours $\frac{1}{2}$, il a par conséquent deux Hemispheres réels , dont le supérieur par rapport à nous peut être appellé Septentrional, & l'inférieur Meridional , & cette division réelle & vraie du globe du Soleil ne répond pas à la division apparente du disque , de sorte que les Taches qui paroissent dans la moitié meridionale , par exemple , soient toujours dans l'hemisphere meridional.

Si le Soleil est dans l'Equateur , le diametre horizontal de son disque à midi étant donc une petite portion de l'Equateur , il faut concevoir que l'Ecliptique coupe dans le Soleil ce diametre horizontal au centre du disque apparent sous un angle de 23 degrés $\frac{1}{2}$. Si le Soleil est dans un Parallele à l'Equateur , l'Ecliptique coupe dans le Soleil ce parallele , ou le diametre horizontal au centre du disque apparent sous un angle moindre que 23 degrés $\frac{1}{2}$, parce que l'angle sous lequel l'Ecliptique coupe les Paralleles , va toujours en diminuant depuis l'Equateur jusqu'à un Tropicque où il devient un angle de *contingence* ou d'attouchement , & infiniment petit. On sçait quelle est pour chaque Parallele ou pour chaque jour cette diminution. Ainsi l'on a pour chaque jour d'observation l'angle sous lequel le diametre horizontal du Soleil à midi est coupé dans le Soleil par l'Ecliptique. On la peut donc tracer sur le disque apparent. L'Ecliptique étant tracée , ses Poles sont necessairement éloignées de 90 degrés , & tous deux toujours sur la circonference du disque apparent, parce que le centre du Soleil & celui de la Terre ne

fortant jamais du plan de l'Ecliptique , ses Poles doivent toujours être vûs par la Terre sur le Soleil. Les Poles de l'Ecliptique sur la circonference du disque apparent étant déterminés , on sçait d'ailleurs que ceux de l'Equateur réel du Soleil en sont toujours éloignés de 7 degrés $\frac{1}{2}$, parce que telle est l'inclinaison de l'axe du Soleil sur le plan de l'Ecliptique , mais il reste à sçavoir où ils sont , ou , ce qui revient au même , à décrire l'Equateur du Soleil sur son disque.

Si l'on rapporte un cercle sur une superficie plate , ou ce qui est la même chose qu'on en fasse la *projection* , & si l'œil est dans le plan de ce cercle , il ne paroîtra sur cette superficie que comme une ligne droite , mais si l'œil n'est pas dans le plan du cercle , il paroîtra comme une demi-Ellipse , d'autant plus ouverte , que l'œil sera plus éloigné de ce plan. On sçait que quand le Soleil est dans le 8^me des Gemeaux ou du Sagittaire , les deux Poles de son Equateur réel sont vûs en même-temps par la Terre sur la circonference du disque apparent , ou , ce qui revient au même , que la Terre est alors dans le plan de l'Equateur du Soleil , aussi-bien que dans le plan de l'Ecliptique où elle est toujours. Elle voit donc & l'Ecliptique & l'Equateur du Soleil comme deux lignes droites qui se coupent dans leur milieu sous un angle de 7 degrés $\frac{1}{2}$; mais hors de ces deux temps-là , la Terre n'étant plus dans le plan de l'Equateur du Soleil , & au contraire s'en éloignant toujours pendant 3 mois , elle le voit comme une demi-Ellipse , qui s'ouvre toujours de plus en plus , & devient plus différente d'une ligne droite. Cette demi-Ellipse à mesure qu'elle s'ouvre , coupe toujours aussi l'Ecliptique du Soleil dans un point plus éloigné de son milieu , jusqu'à ce qu'enfin au bout de 3 mois la demie-Ellipse étant la plus ouverte qu'elle puisse être , elle coupe l'Ecliptique du Soleil à ses deux extrémités ou à deux points de la circonference du disque , ce qui fait que le grand axe de l'Ellipse est cette Ecliptique même , & que le petit axe est la distance du milieu de l'Ecliptique ou du centre

du disque apparent à l'Ellipse. Cette distance sera de 7 degrés $\frac{1}{2}$ pris sur un grand Cercle du Soleil. Supposons qu'en cet état la demi-Ellipse soit au-dessous du centre apparent du disque, il faut comme elle représente l'Equateur du Soleil qui a toujours ses Poles éloignés de 90 degrés, qu'un de ces Poles, qui étoient tous deux visibles 3 mois auparavant sur la circonférence du Soleil, se soit abaissé de 7 degrés $\frac{1}{2}$ vers le centre, & soit même au milieu d'une corde du disque. Par-là il est aisé de comprendre & comment il retourne pendant les 3 mois suivans vers un autre point de la circonférence du disque jusqu'à ce qu'enfin il y'arrive, & quelles sont toutes ses situations moyennes pendant ces six mois, & comment le Pole opposé qui avoit été invisible devient visible à son tour, & fait un chemin tout semblable. En un mot, le mouvement annuel de la Terre autour du Soleil, fait que les Poles de l'Equateur du Soleil paroissent décrire en un an autour de ceux de son Ecliptique un cercle dont le rayon est de 7 degrés $\frac{1}{2}$. On sçait donc pour chaque jour de l'année quelle ligne ou droite ou Elliptique, ou plus ou moins Elliptique doit représenter l'Equateur du Soleil sur son disque, & comment elle est posée par rapport à son Ecliptique, dont on a la position pour ce même jour par rapport à un diametre horizontal, & par conséquent on sçait quelle est sur le globe du Soleil & par rapport à son Equateur la position réelle des Taches, dont on avoit observé la position apparente. Reprenons maintenant l'Histoire des Taches.

Le 25 Fevrier, on en apperçût vers le bord oriental du Soleil plusieurs, qui formoient trois petits amas, dont les deux superieurs avoient chacune une Tache assés grande, & assés noire. Elles étoient toutes environnées d'une nebulosité. Quelques-unes étoient plus hautes, & quelques autres plus basses que le centre du disque. On les vit s'avancer vers le bord occidental selon l'hypothése des 27 jours $\frac{1}{2}$, jusqu'au 1 Mars, après quoi le temps ne permit plus de les observer. M. Cassini le fils trouva selon la

Theorie que nous venons d'expliquer, qu'elles étoient dans l'Hemisphere meridional du Soleil avec une declinaison de 6 ou 7 degrés pris sur la circonference du Soleil. Celles du mois de Decembre 1706. devoient avoir à peu près la même position, & il voulut voir si elles pouvoient être les mêmes selon l'hypothèse des 27 jours. Mais parce que la plus Occidentale de celles de Decembre avoit passé par le milieu du Disque le 12 à 6 heures du soir, & que la plus Occidentale de celles de Fevrier y avoit dû passer le 1 Mars à 8 heures du soir, l'intervalle de ces deux passages ne contenant point $27\frac{1}{2}$ un nombre de fois à peu près juste, il s'ensuit ou que ces deux Taches étoient différentes, ou que si c'étoit la même, elle avoit quelque mouvement particulier, ce qu'on ne doit pas supposer tout-à-fait gratuitement.

Le 20 Mars, on apperçut dans le Soleil un amas de Taches, dont la plus occidentale étoit la plus grosse. Elle dû passer par le milieu du disque le 28 à 9 heures du soir. Le 24 on apperçut vers le bord oriental un nouvel amas de Taches, de sorte que l'on en vit deux en même-temps, phenomene qui, selon ce que nous avons déjà dit dans l'Hist. de 1705 *, commence à n'être plus si rare qu'il l'étoit. M. Cassini le fils détermina que la plus grosse Tache du premier amas étoit dans l'Hemisphere meridional du Soleil avec une declinaison de 9 degrés, & la plus grosse du second dans le même Hemisphere avec une declinaison de 6 à 7 degrés.

On n'apperçut point de Taches depuis le 3 Avril jusqu'au 15 May, que l'on en vit un amas dont la plus grosse étoit la plus occidentale. Elle devoit avoir passé par le milieu du disque le 11 à midi avec une declinaison meridionale de 6 à 7 degrés.

Le 28 Septembre il parut une Tache vers le bord oriental. On continua de l'observer jusqu'au 3 Octobre, & on trouva qu'elle avoit passé par le milieu du disque le 2 Octobre vers le minuit, avec une declinaison de 7 à 8 degrés.

* p. 128.

Le 14 Novembre, on vit une Tache si proche du centre du Soleil, qu'elle devoit passer par le milieu du disque le même jour sur les 5 heures du soir, avec une déclinaison meridionale de 12 à 13 degrés. Le 16 elle disparut, fort éloignée encore du bord occidental, & l'on en vit une autre beaucoup plus grosse vers le bord oriental. On continua de l'observer, & le 27 qu'elle approchoit fort du bord occidental, on en vit un autre vers le bord oriental, & le phenomene qu'on croyoit si rare parut deux fois en cette seule année. Mais ce qui est encore plus extraordinaire, c'est que la nouvelle Tache étoit dans l'Hemisphere septentrional, où elle avoit une déclinaison de 13 degrés à peu près.

M^{rs} Cassini & Maraldi ne se souviennent point d'avoir vû dans cet Hemisphere du Soleil aucune autre Tache que celle qui parut au mois d'Avril 1705 depuis le 7 jusqu'au 17*. Nous ne marquâmes point alors la circonstance de sa position sur le globe du Soleil, elle y avoit une déclinaison septentrionale de 12 à 13 degrés. En general les Taches qui paroissent en si grande quantité, sont toutes dans l'Hemisphere meridional, & il y en a un grand nombre qui ont les mêmes déclinaisons.

* V. l'Hist.
de 1705 p.
127.

Cette remarque favorise une pensée de M. de la Hire, rapportée dans l'Hist. de 1700*, que la plupart des Taches pourroient être les pointes ou les éminences de quelque grande masse solide & irréguliere, fixe dans un certain endroit du Soleil, à cela près qu'elle peut ou s'élever sur la surface de ce grand liquide, ou s'y enfoncer plus ou moins. Ce sera la même chose, si l'on veut que ce liquide ait un mouvement par lequel tantôt il couvre entièrement la grande masse solide, tantôt il la laisse plus ou moins découverte.

* p. 118.

La conformité & l'égalité de déclinaison des deux Taches Septentrionales de 1705 & de 1707 donna lieu de chercher si elles ne pourroient point être la même Tache, selon l'hypothèse des 27 jours $\frac{1}{2}$. Celle de 1705 dût passer par le milieu du Soleil le 12 Avril sur les 8 heures

du matin, & celle de 1707. le 30 Novembre à 7 heures du soir, & il se trouva que l'intervalle des deux passages divisé par $27\frac{1}{2}$ donnoit 35 révolutions juste & sans reste. Il y a donc lieu de croire que ce n'étoit que la même Tache, & que l'Hemisphère Septentrional du Soleil a quelque grande masse solide pareille à celle du Meridional, mais qui se tient plus long-temps enfoncée, ou que le liquide découvre plus rarement. Il n'est pas étonnant que la Philosophie begaye sur des choses si éloignées de la portée de nos yeux; & si foiblement apperçûes, il l'est seulement qu'on ait été si loin, & qu'on ait pû, par exemple, distinguer geometriquement les deux Hemisphères réels du globe du Soleil.

Le 15 Decembre on vit une Tache vers le bord oriental. Par sa déclinaison meridionale de 13 degrés, & par l'hypothèse des 27 jours $\frac{1}{2}$, elle pouvoit être la même que celle qui commença à paroître le 16 Novembre. On l'observa jusqu'au 21 Decembre, elle étoit fort diminuée, & le mauvais temps acheva de la dérober aux yeux.

-
- N**ous renvoyons aux Memoires
- V. les M. P. 120. Les Observations de Saturne, de Mars, & d'Aldebaran vers le temps de la conjonction de Saturne avec Mars, par M. de la Hire.
- V. les M. P. 193. Les Reflexions de M. Cassini le fils sur l'Eclipse de Mars par la Lune observée à Montpellier & à Marseille.
- V. les M. P. 297. L'Observation qu'a faite M. de la Hire de la conjonction de Jupiter avec Regulus.
- V. les M. P. 352. L'Observation qu'a faite M. Maraldi du passage de Mars par l'Etoile nebuleuse de l'Ecrevisse.



à l'Oreille le défaut de tout le reste, & lui rappellent trop vivement le souvenir d'une justesse, qu'il faut au contraire lui faire oublier. C'est par cette raison que les Facteurs d'Orgues, & de Clavecins suivent le Siftême de M. Sauveur, & non celui des Musiciens ordinaires.

Comme les nombres 31, 43, & 55. sont en progression arithmetique, & que 43 qui appartient à M. Sauveur, est le terme moyen, on peut voir en general pourquoi son Siftême tient le milieu entre les deux autres, & altere tous les accords avec plus d'uniformité.

La difference du Siftême de M. Sauveur soit à celui de M. Huguens, soit à celui des Musiciens, quoique peut-être legere en elle-même, ne l'est nullement par rapport au but que l'on se propose. Il s'agit de la perfection, & plus on en approche, plus le peu de chemin qui reste à faire est important. Souvent même on ne croit pas qu'il en reste à faire, & il n'appartient pas à tout le monde de s'en apercevoir.



M E C H A N I Q U E.

SUR LE JET DES BOMBES,

OU EN GENERAL

SUR LA PROJECTION DES CORPS.

V. les M. P. 140. **I**L y a deux cens ans que les Philosophes croyoient que la ligne décrite en l'air par un boulet de canon étoit droite, tant que l'impulsion de la poudre l'emportoit considérablement sur la pesanteur du boulet, qu'aussi-tôt que cette impulsion venoit à être balancée par la pesanteur, cette ligne devenoit courbe, & qu'enfin elle redevenoit droite

droite dès que la pesanteur l'emportoit sur l'impulsion. Il paroît bien que la science des Mouvements composés n'étoit alors guere connuë. Nicolo Tartaglia de Bresce, qui vivoit au commencement du 16^me Siècle, & l'un des premiers qui ait travaillé à l'Algebre, fut le premier qui s'apperçut de la fausseté de cette idée, & qui soutint que la ligne du boulet étoit courbe dans toute son étenduë. Il découvrit aussi que les coups tirés d'un canon élevé de 45 degrés ont une plus grande portée, que dans toute autre élévation de la piece, mais selon la destinée de tous les grands Genies, qui défrichent une matiere nouvelle, il se trompa sur beaucoup d'autres choses, & quand il n'eût pas été arrêté, comme il le dit, par le scrupule d'enseigner une science funeste, il n'eût pas fait beaucoup de mal au genre humain; si cependant, à juger bien sagement, c'est une invention funeste que l'Artillerie, & si tout ce qui rend la Guerre plus courte & plus décisive, ne la rend pas moins meurtriere & plus innocente. Il a dû perir plus d'hommes dans Troye par un Siège de 10 ans, que dans aucune Place qui ait été bombardée. Tartaglia n'avoit pas déterminé la courbe du boulet de canon, & il ne l'auroit pas pu sans le Système de l'accélération des Chutes, réservé au Grand Galilée. C'est lui qui a démontré le premier qu'un boulet tiré horizontalement d'un lieu élevé décrit un demi-Parabole, dont le sommet est au point où il sort de la bouche du canon, & que s'il est tiré obliquement à l'horizon, il décrit une Parabole, dont le sommet est précisément au milieu de sa course, supposé qu'il doive tomber sur le même plan horizontal où est la batterie. Ensuite il a comparé ensemble les projections faites toujours avec la même force, mais sous differens angles par rapport à une ligne verticale, & il a fait voir que les étendues des projections, ou les amplitudes des Paraboles sont entre elles comme les sinus droits, & les hauteurs des sommets des Paraboles sur le plan horizontal de la batterie comme les sinus versés du double de ces angles; d'où il suit que la plus grande éten-

duë possible appartient au jet fait sous l'angle de 45 , puisqu'il est le sinus droit du double de cet angle est le rayon du Cercle, le plus grand de tous les sinus, que toutes les étenduës qui appartiennent à des jets également éloignés du jet de 45 en dessus, & en dessous, sont égales, que les hauteurs des Paraboles sont d'autant plus grandes que l'angle du jet avec la verticale est plus petit, que quand cet angle est de 45 la hauteur de la Parabole correspondante tient précisément le milieu entre toutes les autres hauteurs possibles, & que quand l'angle est de 90 la hauteur de la Parabole sur le plan de la batterie est nulle, de même que le sinus de 180 est nul.

Galilée n'a considéré que les projections terminées au plan horizontal de la batterie, mais Toricelli son Disciple est allé plus loin, parce qu'il est venu après lui. Il a recherché où les coups devoient porter sur les endroits situés au-dessus ou au-dessous de l'horizon, par exemple, sur une Montagne, les angles de projection étant connus, & il s'en est tenu là. Mais ce qu'il ajoûtoit à Galilée étoit moins important pour l'usage de l'Artillerie, que ce qu'il laissoit encore à découvrir. On ne se soucie pas tant de sçavoir où ira le coup, que de le faire aller où l'on veut, sur une Tour, par exemple, sur un Bastion, & il faut connoître sous quel angle on doit pointer les pieces, pour y tirer juste. La Parabole que le boulet décriroit entiere en l'air, s'il devoit tomber sur un plan qui fût au niveau de la batterie, doit être coupée & arrêtée dans sa course par le haut de la Tour, & il s'agit de trouver sous quel angle il faut pointer la piece, afin que le boulet décrive la Parabole que le haut de cette Tour rencontrera.

Feu M. Blondel de l'Academie des Sciences y proposa ce Problème en 1677, & tous les Geometres de la Compagnie s'exercerent sur ce sujet. M. Buot, M. Roëmer, M. de la Hire donnerent différentes résolutions, & M. Cassini renferma toute la Theorie de la projection des Corps dans une seule Proposition tres-simple, & tres-ingenieuse. M. Blondel qui avoit étudié encore plus parti-

culièrement toute cette matiere , en compofa un Livre qui parut en 1683 fous ce titre , *de l'Art de jeter les Bombes.*

Il ne paroît pas que l'on ait prefentement rien à defirer fur la pratique de cet Art. Peut-être feulement pourroit-on encore perfectionner l'Instrument qui fert à pointer la piece ou le Mortier , & l'on a parlé fur cela d'une idée de M. de la Hire dans l'Hift de 1700 *.

Mais la Geometrie étant quitte , pour ainfi dire , envers la Pratique , eft en droit de pouffer plus loin la speculation , & de donner quelque chofe à la fimple curiofité , quand l'utilité eft fatisfaite.

Nous avons dit que la force de la projection , ou la viteffe du boulet étant toujours la même , les hauteurs des differentes Paraboles décrites par des jets de differens angles diminuent toujours depuis le plus petit angle que puiſſe faire le jet avec la verticale tirée par le point d'où le jet fort, jufqu'à l'angle de 90 ; par confequent les foyers de ces Paraboles , qui font toujours dans la même ligne verticale que les fommets , & au-deſſous , baiffent auffi dans tout ce mouvement. D'un autre côté , depuis l'angle infiniment petit fait avec la *verticale du jet* jufqu'à l'angle de 45 les étenduës des jets ou les amplitudes des Paraboles augmentent toujours , & comme la ligne où font le fomet & le foyer , c'eſt-à-dire , l'axe de la Parabole coupe toujours l'amplitude par le milieu , les fommets & les foyers baiffent jufqu'à l'angle de 45 en s'éloignant toujours de la verticale du jet , après quoi les amplitudes au-delà de l'angle de 45 redevenant égales à ce qu'elles étoient en deçà , chacune à fa correfpondante , les fommets & les foyers fe rapprochent de la verticale du jet , en continuant toujours de baiffer. Il faut ſçavoir quelles lignes les uns & les autres décrivent dans ce mouvement.

La hauteur verticale d'où le boulet auroit dû tomber pour acquerir la viteffe qu'il a au fortir du canon , & qu'on peut appeller *hauteur déterminatrice* , étant repre-

sentée par une ligne, si le point d'où le jet sort pris pour centre, & de cette ligne prise pour rayon, on décrit un demi-cercle, on voit tres-facilement que tous les foyers des différentes Paraboles depuis l'angle infiniment petit jusqu'à celui de 90, sont autant de points de cette demi-circonférence. Et en effet, l'angle du jet étant infiniment petit, ou, ce qui est la même chose, le boulet étant tiré verticalement de bas en haut, la Parabole, dont l'amplitude est alors nulle, n'est que la verticale du jet, ou la ligne qui représente la hauteur déterminatrice, & son sommet & son foyer se confondent en un seul point, qui est l'extrémité supérieure de cette ligne, & en même-temps de la demi-circonférence dont elle est le rayon. Quand l'angle du jet est de 45, le sommet de la Parabole qui en est formée est au milieu de tous les autres sommets, ou, ce qui revient au même, il répond au milieu de la hauteur déterminatrice, & il est tres-aisé de voir que le foyer de cette Parabole est sur la ligne horizontale de la batterie, & que par conséquent depuis le jet vertical jusqu'à celui de 45, les foyers ont décrit un quart de cercle, d'où il suit qu'ils décriront l'autre quart depuis l'angle de 45 jusqu'à celui de 90, qui appartient au jet horizontal.

Quant aux sommets des Paraboles qui sont toujours plus élevés que les foyers, il est visible que dans tout le mouvement qu'ils font depuis le jet vertical jusqu'à l'horizontal, ils ne peuvent descendre que jusqu'à la ligne horizontale de la batterie, c'est-à-dire, qu'ils descendent la moitié moins que les foyers, car quand le jet est horizontal, le sommet de la demi-Parabole qui se décrit alors est au point d'où le jet sort. On voit par une Proposition de M. le Marquis de l'Hôpital dans son *Analyse des Infiniment petits*, que la Courbe décrite par les sommets des Paraboles depuis le jet vertical jusqu'à l'horizontal est une demi-Ellipse, qui a pour son petit axe la hauteur déterminatrice, & son grand axe double du petit.

Comme les sommets & les foyers vont ensemble en s'é-

loignant de la ligne du jet vertical depuis ce jet jusqu'à celui de 45, & qu'ensuite ils se rapprochent toujours de cette même ligne jusqu'à ce qu'ils y arrivent, il s'ensuit qu'ils repassent par les mêmes lignes verticales par où ils avoient déjà passé, mais en d'autres points, & que par conséquent chacune de ces lignes coupe en deux points tant le demi-cercle décrit par les foyers, que la demi-Ellipse décrite par les sommets. Il en faut excepter la verticale qui appartient au jet de 45, le plus étendu de tous, ou, ce qui est le même, la verticale où se trouvent le sommet & le foyer de la Parabole correspondante. Cette ligne touche en même-temps & le demi-cercle, & la demi-Ellipse, parce que le jet de 45 est unique & n'en a aucun autre qui lui réponde. C'est aussi un principe établi en Geometrie qu'un point d'attouchement en vaut deux d'interfection.

Cette speculation a été encore poussée plus loin. Toutes ces différentes Paraboles qui depuis le jet vertical s'en éloignent toujours jusqu'au jet de 45, & s'ouvrent toujours de plus en plus, se coupent nécessairement les unes les autres, & la suite de tous leurs points d'interfection forme une ligne Courbe, ou, ce qui est la même chose, il y a une Courbe qui dans toute son étendue touche toutes ces différentes Paraboles. On demande quelle elle est. M. le Marquis de l'Hôpital a démontré dans son Livre des Infiniment petits, que c'est une Parabole dont le parametre est quadruple de la hauteur déterminatrice. On la peut appeller Parabole *generale* ou *exterieure*, parce qu'elle envelope toutes les autres par dehors. Elle est le terme au-delà duquel le boulet ne peut jamais aller, n'étant poussé que de la force représentée par la hauteur déterminatrice, & si l'on veut qu'il aille à l'extrémité d'une ligne inclinée au-dessus de l'horizon, par exemple, sur le haut d'une Montagne, il faut qu'il aille au point qui est commun à la Parabole generale, & à celle du jet qu'il faudra faire.

Voilà quelle est l'histoire des découvertes qui ont été

faites jusqu'à present sur les Projections. M. Guisnée a démontré le tout d'une maniere fort naturelle & fort claire, & quand on donne des preuves plus faciles de verités déjà connues, c'est un progrès pour les Sciences, aussi bien que celui qui consiste à trouver des verités nouvelles. La maniere de sçavoir n'est pas indifferente & devient elle-même une science à part. Nous avons dit dans l'Hist. de ^{* p. 112.} 1704 * que d'habiles Geometres ont eu bien de la peine à prouver que les projections obliques à l'horizon formoient des Paraboles aussi-bien que les horizontales, & maintenant les deux cas se trouvent sans peine envelopés dans la même Proposition, & même avec les nouvelles lumieres que l'on a, il seroit difficile de les séparer, quand on le voudroit.

M. Guisnée a cependant trouvé moyen d'ajouter quelque chose à la Theorie des Projections. Si l'on ne veut pas que le boulet aille jusqu'où il pourroit aller par la force qu'on lui suppose, c'est-à-dire, jusqu'à la Parabole generale, & qu'il demeure en deçà, il détermine quel est l'angle qu'il faut donner au jet, ou la Parabole *particuliere* qu'il décrira, différente de celle qu'il auroit décrite, si le coup eût dû avoir toute son étendue. Il est visible qu'en deçà de 45, & à 45, l'angle du jet doit être plus petit, qu'il n'eût été, & au-delà plus grand. M. Guisnée a donné en general cette détermination précise par plusieurs voies différentes.

S U R L A R E S I S T A N C E

D E S T U Y A U X C I L I N D R I Q U E S

P L E I N S D' E A U.

^{v. les M.}
^{p. 105.} **Q**uand il faut mesurer exactement des mouvemens, ou, ce qui est encore plus difficile, de simples efforts dont les directions, les leviers, les appuis, ne sont

Dés que l'on a une Equation qui donne l'épaisseur des Tuyaux nécessaire pour résister à l'eau, tout le reste étant déterminé ou connu, on a par la même Equation la hauteur qu'ils pourront avoir, si l'épaisseur est déterminée avec tout le reste. De même on aura, si l'on veut, le diamètre qu'on leur pourra donner. C'est sur ces principes que M. Parent a construit une Table pour les Tuyaux de Cuivre & de Plomb, & seulement pour les dimensions qu'ils peuvent avoir dans l'usage. Elle épargnera le calcul de son Equation à ceux qui voudront aller jusqu'à la pratique.

SUR UNE THEORIE GENERALE

DES MOUVEMENS, SOIT UNIFORMES,

SOIT VARIES A DISCRETION.

Sil n'étoit question précisément de considérer les Mou- V. les M.
vemens accélérés, ou ce qui revient au même, les P. 222.
retardés, & même les uniformes, que par rapport à l'usage & aux applications Physiques, le Système de Galilée seroit suffisant. Ce grand Homme a eu cette gloire, tres-peu commune, que quoique premier Inventeur en cette matière, il a frappé droit au but, & que son hypothèse qui a passé par le severe examen de tant d'habiles Philosophes, subsiste toujours en son entier. Elle s'est trouvée aussi exactement conforme à l'expérience qu'on le puisse desirer, & même on a transporté avec succès à d'autres forces constantes & continuellement appliquées, telles que les forces centrales, ce que Galilée avoit pensé sur la Pesanteur, ainsi que nous l'avons dit dans l'Hist. de 1700*.

Mais c'est une curiosité tres-digne de l'Esprit philoso- * p. 8.
phique que de s'élever au-dessus de la Theorie de Galilée, & de penetrer jusqu'à la premiere source d'où ce

ruisseau apris son cours. De plus on fait avec plus de force les verités particulieres, quand on tient les verités generales, qui les produisent, & on en est plus éclairé, quand on peut être admis à les contempler dès leur naissance. C'est-là ce que prétend principalement M. Varignon dans la Theorie que nous allons expliquer.

D'abord pour mettre ensemble, & sous un même coup d'œil les mouvemens accelerés ou retardés, ou en un mot les mouvemens variés avec les uniformes, il ne faut songer qu'aux variés, de même que pour former une idée generale d'une Ligne qui pourra être ou droite ou courbe, il faut la concevoir courbe. Une legere difference de supposition changera, quand on voudra, la ligne courbe en droite, & le mouvement varié en uniforme. Le plus composé renferme toujours le plus simple, & l'inégal se réduit aisément à ce qui est égal.

Un Mouvement varié est celui dont la Vitesse augmente ou diminue à chaque instant. La variation de la vitesse, pour pouvoir être l'objet de nos recherches, doit avoir quelque Regle, & il faut que cette regle, soit prise sur quelque autre grandeur qui entre dans le Mouvement même. Or il n'y en a que deux, l'Espace & le Temps.

M. Varignon ne regle les mouvemens variés que sur les Temps, & il insinue que l'autre maniere de les regler est impossible, & qu'il pourra le faire voir quelque jour, mais en attendant nous donnerons quelque idée de cette impossibilité, afin que la matiere que nous traitons en soit plus complete.

Si l'on regle la variation de la vitesse sur l'Espace, soit un mouvement acceleré dont l'augmentation de vitesse suive les espaces parcourus, de sorte que la vitesse d'un Corps qui est tombé de 2 Toises ayant été exprimée par 1 à la fin de la 1^{re} Toise, le soit par 2 à la fin de la 2^{de}; il est clair que cette hypothèse produit une absurdité, car le Corps qui en acquerant successivement 1 degré de vitesse a parcouru une Toise, doit, tandis qu'il acquiert successivement un 2^d degré de vitesse égal, parcourir plus d'une

2^{de} Toise, puisque quand il n'auroit eu que son 1^{er} degré de vitesse entièrement acquis, il auroit dû avec ce seul degré parcourir plus d'une 2^{de} Toise dans un temps égal au premier, & à plus forte raison doit-il parcourir plus d'une 2^{de} Toise dans le 2^d tems, puisqu'u 1^{er} degré de vitesse entièrement acquis, il se joint incessamment quelque portion du 2^d degré qu'il acquiert successivement. L'absurdité seroit plus grande, si l'augmentation de vitesse suivoit les carrés des Espaces, & que le Corps à la fin de la 2^{de} Toise eût 4 degrés de vitesse, & ce seroit encore pis si la puissance des Espaces étoit plus élevée.

En general, il suit de ce raisonnement qu'afin qu'une hypothèse sur l'augmentation de la vitesse soit possible, il faut que la vitesse acquise à la fin de la 2^{de} Toise soit moins que double de celle qui étoit acquise à la fin de la 1^{re}, & par conséquent l'augmentation de la vitesse ne peut suivre aucune puissance parfaite des Espaces parcourus.

Je dis *parfaite*, car notre raisonnement ne comprend pas les *imparfaites* ou Racines quelconques, & si l'on veut que la vitesse suive les Racines carrées ou cubiques &c. des Espaces on trouvera que ces hypothèses sont possibles, puisque la vitesse acquise à la fin de la 2^{de} Toise étant la racine carrée ou cubique &c. de 2 ne sera pas double de la vitesse 1 acquise à la fin de la 1^{re} Toise. Mais il faut remarquer que ces hypothèses retombent dans celles où l'augmentation de la vitesse suit quelque puissance parfaite des Temps, & si, par exemple, on veut qu'elle suive les racines carrées des Espaces, c'est-là une conséquence nécessaire du Système de Galilée, qui la règle sur la 1^{re} puissance des Temps, c'est-à-dire sur les Temps même. On la peut donc régler sur quelque puissance parfaite des Temps, ce qui produira la puissance imparfaite correspondante des Espaces.

On peut aussi selon le principe que nous avons établi régler la vitesse sur les Racines quelconques des puissances quelconques des Espaces, pourvu que l'Exposant de ces Racines soit un nombre plus grand que celui des Puif-

fances ; par exemple , la vitesse acquise à la fin de la 2^{de} Toise peut être la racine 3^{me} de 4, 2^{de} puissance de l'espace, car cette grandeur est beaucoup au dessous de 2. Mais ces hypothèses sont les mêmes que si on avoit réglé la vitesse sur les puissances imparfaites des Temps , & dans l'exemple proposé elle suivroit leurs racines quarrées. Il n'y a donc d'hypothèses possibles que celles qui reglent la vitesse sur quelque puissance des Temps parfaite ou imparfaite.

Les Puissances n'étant , comme il a été dit dans l'Hist. de 1706 * qu'une espece particuliere d'un genre qu'on appelle *Fonctions* , ou *Affections* , M. Varignon , pour s'élever à la plus grande universalité possible , suppose la variation de la vitesse réglée sur telle fonction des Temps que l'on voudra.

Il s'agit de trouver une formule infiniment generale , par laquelle on puisse pour un instant quelconque d'un mouvement varié déterminer l'espace parcouru en vertu de la vitesse de ce mouvement depuis qu'il a commencé.

Les effets sont toujours proportionnels aux causes , & tout espace parcouru est un effet dont la cause est la vitesse qui l'a fait parcourir. Si cette vitesse est uniforme , la cause est toujours la même , & l'effet ou l'espace plus grand en même raison qu'elle est plus grande , & qu'elle a agi plus long-temps. Si la vitesse est variée , il faut la concevoir comme l'assemblage ou la somme d'une infinité de cause differentes , dont chacune a agi dans chaque instant infiniment petit , & par conséquent l'espace parcouru est proportionnel à cette somme infinie de causes.

Puisque la vitesse variée doit toujours se regler sur quelque fonction des Temps , il doit y avoir un Courbe generale , qui par ses Ordonnées croissantes ou décroissantes represente les vitesses de tous les instans , & par ses Abscisses correspondantes les fonctions des Temps. Ainsi l'art de trouver la valeur d'une somme infinie quelconque des Ordonnées de cette Courbe , ou , ce qui est le même ,

l'espace curviligne quelconque formé par la Courbe, sera l'art de trouver la valeur de la vitesse variée d'un temps fini quelconque, toujours proportionnelle à l'espace parcouru; & si l'on veut comparer ensemble deux differens espaces parcourus, soit en vertu de la même vitesse variée qui aura agi pendant deux temps inégaux, soit en vertu de deux vitesses differemment variées, il faudra comparer les deux espaces curvilignes, soit de la même Courbe, soit des deux differentes Courbes produites par les deux differentes suppositions de vitesse. Voilà quelle est la formule generale de M. Varignon, avec laquelle il entreprend de satisfaire à tout.

Si l'on veut que la vitesse soit uniforme, il est évident que l'espace curviligne devient rectiligne, & ne le devient qu'en ce cas-là. Comme hors delà ce sont des espaces curvilignes qui donnent le rapport des espaces parcourus, on ne peut se dispenser d'employer le Calcul Integral, & les *integrations* sont d'autant plus difficiles, que les Courbes qui representent la variation de la vitesse ont une équation plus composée, ou, ce qui revient au même, que les fonctions des Temps sont plus compliquées. M. Varignon donne d'abord quelques exemples de ces sortes d'integrations, où il paroît avoir eu en vûe de faire briller l'art de ce calcul, que l'on ne sçait pas encore, & que l'on ne sçaura peut-être jamais manier comme le Differential. Mais ensuite il se réduit à des exemples plus simples, où la variation de la vitesse ne suit que les puissances des Temps.

La vitesse qui est réglée sur les Temps peut l'être de deux manieres, ou sur les temps écoulés, ou sur les temps qui sont à écouler dans le reste de la durée totale du mouvement. La vitesse d'un mouvement acceleré se regle plus naturellement de la premiere maniere, & celle d'un mouvement retardé de la seconde, car elles sont d'autant plus grandes, l'une que le temps écoulé, l'autre que le temps à écouler est plus grand. Mais cela n'empêche pas que la vitesse d'un mouvement acceleré ne se

puisse regler sur les temps à écouler, seulement elle sera d'autant plus grande que ce temps sera plus petit, ou, ce qui est le même, elle sera en raison *renversée* de ce temps, au lieu qu'elle étoit en raison *directe* du temps écoulé. De même la vitesse d'un mouvement retardé peut se regler sur le temps écoulé, mais elle sera en raison renversée de ce temps, au lieu qu'elle étoit en raison directe du temps à écouler. Or ce changement de raison directe en renversée arrive nécessairement par la seule expression algébrique, quand l'exposant de la puissance des temps devient de positif négatif, & par conséquent cet exposant pris indéterminément pour positif ou pour négatif, convient à toutes les vitesses soit accélérées, soit retardées, que l'on règle sur quelque puissance des temps. Puisqu'il est si facile de changer un mouvement accéléré en retardé, dans quelque hypothèse que ce soit, ou réciproquement, nous ne parlerons ordinairement que des mouvements accélérés, que l'on rendra, si l'on veut, retardés en les renversant.

Naturellement, & en ne concevant aucune limitation arbitraire, un mouvement accéléré commence par être infiniment petit, & finit par être infiniment grand dans un temps infini. Mais il peut aussi commencer par être fini, ainsi qu'il arrive, lorsqu'on ne laisse pas tomber librement une pierre dans l'air, mais qu'on la jette de haut en bas avec une certaine force. Alors la vitesse accélérée que produit la seule pesanteur s'ajoute continuellement à la vitesse *initiale* qui a été imprimée par la cause étrangère, & qui demeure toujours la même. C'est-là la manière la plus naturelle dont ce cas-là puisse être considéré, mais M. Varignon pour ne laisser échapper aucune hypothèse possible, suppose encore que la vitesse initiale fût considérée comme ayant commencé à Zero, & comme étant produite par l'accélération que la pesanteur auroit causée pendant un certain temps, il y joint la vitesse réellement causée par l'accélération dans un instant quelconque du mouvement à compter depuis qu'il a commencé,

&

& il regarde la somme de ces deux vitesses ensemble comme devant suivre une puissance quelconque de la somme des deux temps qui leur répondent. Cette hypothèse entre aussi facilement qu'une plus simple dans sa formule générale. Il remarque qu'on ne peut pas supposer que la vitesse initiale & l'accéléérée prises ensemble suivent une puissance des temps nécessaires pour acquérir la seule accélérée, car quand le temps où l'accéléérée commence est nul, & l'accéléérée aussi, l'initiale seroit donc pareillement nulle, ce qui est contre la supposition que l'initiale est finie.

Si l'on veut régler la vitesse sur les temps à écouler, il fera plus naturel, ainsi que nous l'avons dit, qu'il s'agisse de mouvemens retardés. La difficulté n'est que de trouver l'expression de la vitesse ainsi réglée. Pour cela, il faut considérer, qu'elle doit à chaque instant être d'autant plus grande. 1^o. Que le temps à écouler est plus grand, ou, ce qui est la même chose, que le temps total pendant lequel le mouvement doit durer, le temps moins écoulé, est plus grand. 2^o. Que la vitesse initiale est plus grande par rapport à ce temps total, car il est visible & qu'il se perdra d'autant moins de vitesse que ce temps total durera moins, & que plus elle aura été grande au commencement, plus il en restera à chaque instant. Ces deux grandeurs, c'est-à-dire, le temps, à écouler, & le rapport de la vitesse initiale au temps total, multipliés l'une par l'autre expriment donc la vitesse d'un mouvement retardé réglée sur les temps à écouler.

La formule qui en résulte est telle, que quand on suppose le temps écoulé nul, la vitesse se réduit à la seule vitesse initiale, & que quand on suppose ce même temps écoulé égal au temps total pendant lequel le mouvement doit durer, la vitesse est nulle ou éteinte. De là il suit, en renversant ces idées, que dans un mouvement accéléré, qui auroit eu la même vitesse initiale, la vitesse deviendroit infinie, après le temps total fini entièrement écoulé, si ce mouvement avoit sa vitesse réglée sur les temps à

écouler. Mais comme il est impossible qu'une vitesse finie devienne réellement infinie dans un temps fini, l'hypothèse qui produiroit cette conséquence est impossible, & il en faut dire autant de quelques autres hypothèses, d'où suivroit la même conséquence. Par exemple, une Hiperbole équilatere, ou plutôt une portion infinie de cette Hiperbole étant supposée, telle qu'elle eût pour axe une portion finie de l'une des Asimptotes, & pour Ordonnées des lignes paralleles à l'autre Asimptote, si l'on vouloit que les Abscisses representassent les Temps d'un mouvement acceleré commençant par une vitesse finie, & les Ordonnées, les vitesses croissantes de ce mouvement, il s'en suivroit que dans un temps fini la vitesse deviendroit infinie, puisque la dernière Ordonnée tirée sur l'axe fini supposé seroit infiniment grande, ou l'Asimptote même, mais l'impossibilité qu'une vitesse finie devienne infinie dans un temps fini, fait voir que dans la nature la vitesse d'un mouvement acceleré ne peut jamais croître comme ces Ordonnées d'Hiperbole. La Geometrie dans ses speculations generales embrasse également & ce qui est possible, & ce qui est impossible à la Physique, & la Physique se réduit encore du possible à l'actuel, infiniment moins étendu.

M. Varignon ayant en main les formules generales des mouvemens variés quelconques réglés sur les puissances quelconques des Temps soit écoulés, soit à écouler, n'a plus qu'à faire des comparaisons des uns avec les autres, selon toutes les combinaisons qu'on veut imaginer, & il n'est plus question que de calcul, & quelquefois de certaines adresses de calcul, dont il est bon de donner des exemples. Il compare aussi les mouvemens variés avec les uniformes, & en supposant dans un de ses cas particuliers un mouvement varié selon l'hypothèse de Galilée, il trouve aussi-tôt la fameuse Regle de ce grand Auteur, que la vitesse d'un mouvement uniforme étant égale à la dernière vitesse d'un mouvement acceleré, qui a commencé par être infiniment petit, l'espace parcouru en

vertu du mouvement uniforme est double de l'autre. M. Varignon pousse même la curiosité jusqu'à chercher le rapport de ces deux espaces dans plusieurs autres hypothèses des temps, & l'on voit que l'espace parcouru d'un mouvement uniforme étant double de l'autre, lorsque la puissance des temps est 1 selon Galilée, il est triple lorsque cette puissance est 2, quadruple lorsqu'elle est 3, & toujours ainsi de suite, ce qui a lieu même dans les puissances imparfaites, & dans les negatives, les modifications nécessaires y étant apportées.

Comme M. Varignon dans les Memoires imprimés en 1693 avoit déjà donné des Regles des Mouvements accélérés, mais moins generales, il fait voir comment elles rentrent dans cette dernière Théorie, & enfin pour n'y laisser rien à désirer, il donne le moyen d'exprimer les rapports des forces qui seroient nécessaires pour produire tous les differens mouvemens variés qu'on peut supposer. Cela retombe encore dans la Théorie des forces centrales, qu'il a si amplement expliquée, & après tout ce que nous en avons dit en differens Volumes de cette Histoire, il ne nous reste rien de nouveau à ajouter pour faire sentir l'esprit de ces Methodes, ni pour en développer la Metaphisique.

SUR LA RESISTANCE

DES MILIEUX,

AU MOUVEMENT.

Toute la Théorie du précédent Article sur le Mouvement fait abstraction de la Résistance que les Milieux y peuvent apporter. Cependant cette Résistance est telle qu'elle peut ou changer les Mouvements variés en uniformes, ou du moins les rendre variés d'une autre maniere, & si on la negligeoit dans les Calculs, on cour-

v. les M.
p. 32.