

tesse divisé par le Rayon de la Développée, ou, ce qui est la même chose, le rapport d'une de ces grandeurs à l'autre. Ce rapport peut être constant en deux manieres; où les deux grandeurs dont il est formé le feront chacune, ou toutes deux varieront toujours selon la même proportion. Si c'est la premiere maniere, & si par conséquent la vitesse est constante, les Ordonnées de la Courbe sont toujours égales, c'est-à-dire qu'elle n'est plus une Courbe, ni même une ligne droite à cause de la force centrifuge supposée. Mais si le rapport varie de la seconde maniere, les vitesses & par conséquent les Ordonnées sont inégales comme il faut qu'elles le soient, & on a une Courbe très réelle. Voilà tout le mystere. Le Calcul ne donne que les effets, & souvent envelope & cache les causes.

Il reste encore deux suppositions de M. Varignon, l'une que la Courbe ne soit pressée que par la seule pesanteur, l'autre que la pression causée par la pesanteur soit à celle de la force centrifuge en telle raison qu'on voudra, mais ni l'une ni l'autre ne nous donne lieu à de nouvelles réflexions, & ce que nous avons dit des Courbes nées des deux premieres suppositions enferme tout ce que nous pourrions dire de celles cy.

SUR LES FORCES CENTRALES

I N V E R S E S.

V. les M.
p. 519. & p.
533.

TOut ce que nous avons dit jusqu'à present sur le Problème des forces Centrales ne regardoit que ce Problème *direct*, c'est-à-dire qu'une Courbe étant donnée il s'agissoit de sçavoir quelle étoit à chaque point de cette Courbe l'action de la force centrale; par exemple, si un Corps décriroit une Section Conique, & que la force centrale le tirât ou le poussât vers un foyer, il falloit trouver que cette action à chaque point de la

Section étoit en raison renversée des quarrés de la distance de chaque point au foyer. Maintenant le Problème est *inverse*; la force centrale étant donnée il faut trouver la Courbe; si l'on sçait que les actions de cette force sur une Courbe sont en raison renversée des quarrés des distances de chaque point de la circonference au point où elle tend, il faut déterminer que cette Courbe est une Section Conique.

Le Problème direct ne demande que le Calcul Differential, l'Inverse demande le Calcul Integral. Car dans le direct on exprime la force Centrale par les infiniment petits d'une Courbe en général, qui sont ensuite spécifiés par la Courbe donnée; mais dans l'inverse, avec ces infiniment petits ainsi spécifiés on cherche la Courbe dont ils sont infiniment petits, ce qui dépend indispensablement de quelque integration.

Nous avons déjà fait sentir dans l'Hist. de 1702* la * p. 61. différence du Calcul Differential & de l'Integral. L'un différentie tout, mais l'autre n'integre pas tout, soit que tout ne soit pas integrable en soi-même, soit que ce qui l'est en soi-même ne le soit pas toujours pour nôtre Art, ou ne le soit qu'avec de trop grandes difficultés.

M. Herman Professeur en Mathématique à Padouë, & M. Bernoulli ayant travaillé au Problème inverse des forces centrales, M. Varignon qui avoit tant manié le direct, voulut voir si les formules qu'il en avoit données, & qui étoient toutes des expressions de forces centrales où entroient les infiniment petits des Courbes, souffriroient l'integration. Il eut le plaisir de voir que de 18 de ces formules générales, 14 s'integroient assés facilement, & rétomboient dans les solutions de M^{rs} Herman & Bernoulli trouvées par d'autres voyes. Cette integrabilité facile est un bonheur, dont on n'a qu'à jouir, quand il s'offre naturellement; sinon, il faut sçavoir éviter les écueils qui se presenteroient d'un côté, & essayer de se tourner de quelque autre, & c'est ce que M. Bernoulli a pratiqué avec beaucoup d'adresse dans la route qu'il avoit prise.



A S T R O N O M I E.

S U R L E M O U V E M E N T

D E L A L U N E.

V. les M.
p. 292.

LA proximité de la Lune a donné aux Astronomes la commodité d'observer sûrement & exactement la variation de sa grandeur apparente de son diamètre, qui suit nécessairement la même proportion que la variation de ses distances à la Terre. Ainsi son plus petit diamètre apparent étant de 29' 30'', & le plus grand de 33' 30'', ce qui est selon la raison de 177 à 201., si la plus grande distance de la Lune à la Terre est 201, la plus petite fera 177.

Delà il suit que si l'on suppose que la Lune décrive une Ellipse dont la Terre occupe un des foyers, le grand Axe de cette Ellipse fera 378, somme de 177, & de 201, & la distance des foyers 24, ce qui donne 12 pour la distance d'un des foyers au centre, & pour le petit Axe un nombre irrationnel un peu plus grand que 376. Si on a d'ailleurs par la parallaxe de la Lune sa distance à la Terre évaluée en demi-diamètres de la Terre, tous ces nombres se changeront en d'autres qui auront rapport à la grandeur absoluë de ce demi-diamètre de la Terre qui est de 1500 lieuës. Ainsi au lieu de 177 & de 201 on aura, selon M. de la Hire, 5597 & 6356 qui auront le même rapport, & dont chaque unité vaut une centième partie du demi-diamètre de la Terre, c'est-à-dire 15 lieuës.

L'Ellipse de la Lune étant donc établie & déterminée sur le fondement de la variation apparente de son diamètre,

mètre, il est certain que son mouvement, fût-il égal & uniforme en lui-même, doit paroître inégal à la Terre placée dans un foyer, & que cette inégalité doit dépendre de la nature de l'Ellipse, ou ce qui est la même chose, du rapport de la distance de ses foyers au grand Axe; car si la distance des foyers devenoit nulle, c'est-à-dire que l'Ellipse devint Cercle, un mouvement qui seroit égal, le paroîtroit aussi, & si cette distance devenoit égale au grand Axe, l'Ellipse ne seroit plus qu'une ligne droite sur laquelle le mouvement paroîtroit le plus inégal qu'il soit possible. Puisque le mouvement de la Lune nous paroît inégal d'une certaine inégalité déterminée par la nature particulière de l'Ellipse, il faut, selon ce qui a été dit dans l'Hist. de 1704*, trouver pour cha- *p. 65. & 66; que point de l'Orbite de la Lune quelle est la différence de ce mouvement inégal, qui est *l'apparent* ou *le vrai*, à un mouvement feint qui seroit égal & qu'on appelle *moyen*. Cette différence est *l'Equation du centre* de la Lune.

Les Astronomes appellent *Anomalie* un arc quelconque de l'Orbite d'une planète depuis son Aphelie, si son mouvement se rapporte au Soleil; ou depuis son Apogée, s'il se rapporte à la Terre, ce qui n'est que pour la Lune seule. Ils comptent aussi l'Equation du centre depuis l'Aphelie ou l'Apogée, & supposent que la Planète parte de l'un ou de l'autre de ces points. Comme ils sont les plus éloignés du foyer où se rapporte le mouvement, & d'où l'on suppose qu'il est vû, c'est vers ces points que le mouvement apparent ou vrai est le plus lent, & le plus surpassé par le moyen. Donc l'Equation du centre étant nulle précisément au point de l'Aphelie ou de l'Apogée, puisque c'est-là qu'on suppose que le mouvement de la Planète commence, cette Equation sera *soustractive* pour les degrés d'anomalie suivans, parceque du mouvement moyen que l'on a toujours il en faudra ôter alors une certaine quantité pour avoir le mouvement vrai. Le moyen ayant commencé par devancer le vrai, il le de-

Hist. 1710.

O

vance toujours, parceque ses avantages sur le vrai s'accroissent toujours; mais comme ces mêmes avantages vont en diminuant à mesure que l'anomalie augmente, ou, ce qui est le même, que la Planete s'éloigne de son Aphelie ou Apogée, le mouvement moyen devance toujours le vrai de moins en moins, & enfin ils se retrouvent ensemble au Perihelie ou au Perigée. De là vient que l'Equation est soustractive dans tout le premier demi-cercle d'Anomalie, qu'elle croît toujours jusqu'au point de la *moyenne distance*, qui est au quart de cercle, & qu'ensuite elle diminue toujours jusqu'au Perihelie ou Perigée, où elle est Zero. Ensuite elle est *additive* dans tout le demi-cercle suivant, &c. car ce n'est que ce qu'on vient de dire, mais renversé. La plus grande Equation du centre de la Lune, ou celle des moyennes distances, est selon les Tables de M. de la Hire de $4^{\circ} 59' 16''$.

Pour avoir dans l'Ellipse d'une Planete les mesures du mouvement vrai & du moyen, Kepler divise tout son aire elliptique en parties égales par des lignes droites, qui du foyer où se rapporte le mouvement, sont tirées à toute la circonférence. Puisque ces lignes comprennent des Secteurs ou triangles elliptiques égaux en superficie, les arcs auxquels elles se terminent sont nécessairement inégaux, plus grands aux endroits plus proches du foyer, & réciproquement. Ces triangles égaux représentent les parties du mouvement moyen, ou, ce qui revient au même, les tems pendant lesquels se font les différentes parties du mouvement vrai, représentées par les arcs elliptiques inégaux correspondants. Cette hypothese est Physique aussi bien qu'Astronomique, c'est-à-dire qu'elle peut non-seulement fonder les calculs, auxquels il suffit de se rencontrer avec les phenomenes, mais encore fournir l'explication de la mécanique des mouvements célestes. Car si une matiere fluide contenuë dans un plan elliptique se meut autour d'un foyer, il est fort naturel que par rapport à ce foyer elle parcoure en tems égaux des Secteurs elliptiques ou des superficies égales, ce qui rend

inégaux les arcs décrits en même tems par une Planete qu'elle emportera. On prend des angles qui soient entre eux comme les superficies elliptiques par rapport à la demi-superficie elliptique totale, & la différence de ces angles à ceux du vrai mouvement de l'Equation du centre.

Mais M. de la Hire fait voir par un calcul qu'il expose tout du long, que selon cette hipothese l'Equation du centre de la Lune dans la moyenne distance seroit de $7^{\circ} 16' 54''$, au lieu de $4^{\circ} 59' 16''$, ou du 5° quelle ne doit jamais passer, de l'aveu même de Kepler; car il ne trouve pas par son calcul cette exorbitante Equation, mais c'est que dans l'Ellipse de la Lune il ne pose pas la distance des foyers assez grande. Dès qu'on vient à la poser telle qu'elle est, cette Equation qu'on ne peut recevoir suit de son hipothese.

D'autres Astronomes venus après lui en ont pris une autre, qui à la verité n'a rien de physique, mais qui suffit pour l'Astronomie. Autour du second foyer de l'Ellipse, c'est-à-dire de celui où ne se rapporte pas le mouvement, ils décrivent au dedans de l'Ellipse un Cercle, qui étant divisé en arcs égaux, ils tirent par ces divisions des lignes jusqu'à la circonference de l'Ellipse, & des points ainsi déterminés sur cette circonference, ils tirent des lignes droites au premier foyer. Par-là il se forme des angles égaux & inégaux correspondants, dont les différences sont l'Equation du centre.

M. de la Hire prétend encore qu'à l'égard de l'Equation de la Lune cette seconde hipothese jette dans l'erreur, mais qu'on peut la rectifier en décrivant le Cercle qui mesure le mouvement moyen, non autour du second foyer, mais autour d'un autre point qui soit plus proche du premier, & dont il détermine géométriquement la position sur le grand Axe.

En un mot la distance des foyers étant nécessairement telle qu'elle est dans l'Ellipse de la Lune par l'observation de ses diametres apparents, & la plus grande Equation

du centre ne pouvant être plus grande que 5° , comme tous les Astronomes en conviennent, il est impossible de trouver une mesure du mouvement moyen & du vrai, qui dépende directement & immédiatement des foyers. Et si l'hypothese de Kepler qui s'y rapporte uniquement ne laisse pas de réussir pour les autres Planetes, c'est que la distance des foyers de leurs Ellipses n'est pas absolument déterminée par l'observation, & qu'on est assez libre de la poser telle que les autres besoins la demandent. Du moins est-ce là ce que M. de la Hire soupçonne avec assez de vrai-semblance.

Il est à remarquer que la plus grande & la plus petite distance de la Lune à la Terre, d'où dépend la distance des foyers, & la nature de l'Ellipse, ne sont 6356, & 5597, que quand l'Apogée ou le Perigée de la Lune sont joints au Soleil, ce qui revient à ce qu'on a dit dans l'Hist. de
 * p. 77. 1702 *. Si cet Apogée ou ce Perigée sont à 3 Signes du Soleil, la plus grande distance ne change point, mais la plus petite est de 5769 au lieu de 5597, ce qui change le rapport des deux distances, & par conséquent la nature de toute l'Ellipse, qui depuis la conjonction au Soleil a dû n'arriver à ce terme que par degrés, c'est-à-dire en variant toujours. On ne sera pas surpris que les calculs astronomiques manquent quelquefois d'attraper juste les points de cette Ellipse toujours variable, ne le fût-elle que par des principes connus; mais il y a bien de l'apparence qu'elle l'est encore par des irregularités physiques, & imprévûës, qui ne se soumettent point au calcul. La grande proximité de la Lune nous les rend plus sensibles que dans le cours des autres Planetes, où elles ne doivent pas avoir moins de lieu. De plus comme il est certain que les mouvements de la Lune varient selon les différentes situations où elle est par rapport au Soleil, on peut croire avec raison que le Soleil a plus d'empire sur elle, que sur les Lunes ou Satellites de Jupiter & de Saturne dont il est beaucoup plus éloigné, & qu'à cet égard ces Satellites doivent être moins irreguliers. Ainsi

tout concourt à rendre contre toute apparence ce qui est plus proche de nous plus difficile à connoître.

SUR LES REFRACTIONS.

LA matiere des Refractions est trop Physique , & trop dépendante des expériences pour pouvoir être promptement finie. Le P. Laval qui continuë de s'y appliquer avec soin & avec succès , a ajoûté une observation singuliere à toutes celles qu'il avoit déjà communiquées à l'Académie *.

La hauteur meridienne du centre du Soleil observée exactement tant au Solstice d'Hiver qu'au Solstice d'Eté donne la distance des deux Tropiques , & la moitié de cette distance est celle de l'Equateur à l'Ecliptique , ou , ce qui est la même chose , l'angle sous lequel l'Ecliptique coupe l'Equateur , Element très important dans toute l'Astronomie. Differentes Observateurs , & souvent le même en differents tems , trouvent cet angle different , quelquefois d'une quantité assés considerable , & cela avec les Instruments les plus parfaits , & en opérant avec la plus grande exactitude. Seroit-ce qu'effectivement l'obliquité de l'Ecliptique changeroit ? Quelques-uns l'ont crû possible ; mais outre que dans ce changement prétendu il ne paroît rien de réglé , ce qui est déjà un grand préjugé contre le changement , le P. Laval leve entiere-ment par une observation qu'il a faite le scrupule qu'on pourroit avoir.

Le 22 Juin 1710 il observa la hauteur meridienne apparente du bord superieur du Soleil de $70^{\circ} 25' 50''$, & le lendemain 36 heures après que le Solstice étoit passé , & par conséquent le Soleil devant être plus bas , il observa cette même hauteur de $70^{\circ} 26' 0''$, c'est-à-dire , de $10''$ plus grande , au lieu qu'elle eût dû être plus petite. Il est vrai qu'à un Quart de Cercle de 3 pieds de rayon , tel

* V. PHIL.

de 1706. p.

101. & suiv.

de 1707. p.

89. & suiv.

& de 1708.

p. 105. &

suiv.

que celui dont il se servoit, 10" ne font pas une grandeur bien sensible, mais enfin il est sûr que la hauteur du 23 étoit au moins égale à celle du 22, ce qui ne devoit pas être, & ne peut être attribué qu'à l'irrégularité de la Refraction.

Le P. Laval avoit remarqué que la Refraction étoit plus grande en Hiver qu'en Eté, mais il doutoit qu'elle pût varier sensiblement d'un jour à l'autre à la même heure, & c'est ce que son observation lui a appris.

Elle s'accorde avec ce que nous avons déjà dit d'après lui dans l'Hist. de 1706, que la refraction est moindre par un Nord-Oüest, ou un Sud-Est frais. En effet le 22 il souffloit un Nord-Oüest frais, & le 23 un Sud-Oüest foible.

Jusqu'à présent c'est une circonstance qui n'a point été marquée dans le détail des observations Astronomiques, que celle du Vent, & l'on n'eût pas crû qu'elle eût dû jamais y entrer. Cependant si la découverte naissante du P. Laval se confirme, si la Refraction a quelques variations qui se reglent par rapport aux Vents, ou en général à la constitution de l'Air, il faudra ajouter à la Table astronomique de la Refraction, c'est-à-dire à celle où elle n'est calculée que pour les différentes hauteurs sur l'Horison, une Table Physique, qui représentera ses inégalités dépendantes de la constitution de l'air, & l'on consultera ces deux Tables pour corriger les hauteurs apparentes des Astres, & les réduire aux vraies. Le P. Laval entrevoit déjà un commencement de cette seconde Table, qui seroit & fort curieuse, & fort utile, quoiqu'elle laissât toujours quelque chose à desirer. L'extrême précision, & nos soins pour y parvenir ressemblent aux Courbes qui ont des Asymptotes.



SUR LES TACHES

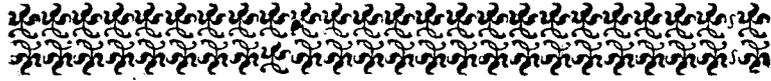
DU SOLEIL.

Messieurs Cassini, de la Hire, & Maraldi n'ont vû cette année qu'une Tache dans le Soleil. Elle parut tout d'un coup le 24. Octobre, car on n'avoit rien aperçû le jour précédent, elle étoit fort grande, seule, & déjà dans la partie Occidentale du Disque, éloignée seulement du centre apparent de 17 ou 8" en longitude. Les nuages empêcherent qu'on ne pût observer ce jour-là sa latitude ou déclinaison, mais le lendemain on la trouva Meridionale de 3' à peu près. Le 28 qu'elle fut encore observée, elle continuoit son cours vers l'Occident selon l'hypothese des 27 jours $\frac{1}{2}$, mais sa déclinaison étoit devenuë Septentrionale presque de la même quantité dont elle étoit Meridionale le 25. On ne pût l'observer les jours suivans à cause des nuages. Quoiqu'elle fût fort grande, elle ne reparut point dans le tems où elle l'auroit pû après avoir fait sa révolution derriere le Soleil.

M. Cassini le fils ayant placé cette Tache sur le globe du Soleil suivant la Méthode expliquée dans l'Hist. de 1707*, * p. 106. & suiv. trouva que le 24 Octobre à 7 heures $\frac{1}{2}$ du soir elle étoit précisément au milieu du disque avec une latitude meridionale de 12 à 13 degrés, le demi-diametre du Soleil étant supposé en avoir 90.

Nous renvoyons entierement aux Memoires
 Les Observations de l'Eclipse de Lune & de celle de Soleil de cette année faites par Mrs de la Hire, Cassini, & Maraldi. V. les M. p. 169. 172. 175. 195. 196. 198. 215.
 L'Observation de la Conjonction de la Lune & d'une des Pleïades par M. Maraldi. V. les M. 218.

- V. les M. L'Écrit de M. Cassini le fils sur la nécessité de bien cen-
 P. 223. trer les Verres de Lunette.
 V. les M. L'Observation du passage de Jupiter proche d'une Etoi-
 P. 310. le du Scorpion par M. Maraldi.



CATOPTRIQUE.

DES FOYERS PAR REFLEXION

EN GENERAL.

V. les M. L'Article de Dioptrique qui est dans l'Hist. de 1704*
 P. 46. sur les Foyers par refraction, fait une espece de simet-
 * P. 76. & trie avec celui-ci où l'on considere les Foyers par réfle-
 suiv. xion, & si l'on faisoit un Corps d'Optique, ce dernier de-
 vroit marcher avant l'autre, parceque la Catoptrique
 comme plus simple precede la Dioptrique. Ce que M.
 Guisnée avoit fait sur une des deux especes de Foyers,
 M. Carré l'a fait aussi sur l'autre; les deux Theories se
 rapportent également à celle des Caustiques expliquée
 * P. 69. & dans l'Hist. de 1703*. Il s'agit maintenant de déterminer
 suiv. sur l'Axe d'un Verre de courbure quelconque quel est le
 point où cet Axe touche la Caustique par réflexion, ou,
 ce qui revient au même, quel est le point où les rayons
 d'un point lumineux qui se sont réfléchis à la rencontre
 du Verre, & qui en se réfléchissant ont pris de nouvelles
 directions, se réunissent en plus grande quantité que par
 tout ailleurs.

Comme le rapport constant des Sinus d'incidence &
 de refraction est le grand principe de la Dioptrique, ce-
 lui de la Catoptrique est l'égalité perpetuelle des angles
 d'incidence, & de réflexion. Après cela, il ne reste à
 considerer