

I N C O M P A T I B I L I T E'

G E O M E T R I Q U E

De l'hypothèse du Tournoyement de la Terre sur son centre , avec celle de Galilée touchant la pesanteur.

P A R M. V A R I G N O N.

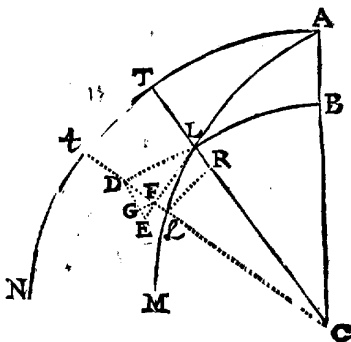
1707.
29-Janvier.

LE Pere *Riccioli* Jesuite dans son *Almageste* Tom. 1. Liv. 9. a fait plusieurs Argumens tirés de la chute des corps, pour prouver l'immobilité de la Terre : il paroît par les transactions Philosophiques d'Angleterre du mois de Juin 1668 que le Pere de *Angelis* Jesuite y a répondu. Je n'entreprends point ici d'examiner leurs raisons; mais seulement d'en rapporter une qui me vint il y a quelque tems en pensée en conséquence de ce que j'ay donné jusqu'ici des Forces centrales, laquelle me paroît démontrer effectivement l'incompatibilité, du moins Geométrique, du tournoyement de la Terre sur son centre, avec l'opinion de Galilée touchant la pesanteur & la chute des corps. Voici l'une & l'autre de ces hypothèses.

Premièrement celle de Galilée touchant la chute des corps, est d'en regarder la pesanteur comme une force constante & toujours la même, en vertu de laquelle les hauteurs parcouruës (à compter du commencement des chûtes) sont entr'elles comme les quarrés des tems employés à les parcourir.

Secondement dans l'hypothèse du Tournoyement de la Terre sur son centre, on suppose non-seulement ce tournoyement uniforme, mais encore que la Terre emporte son Atmosphere d'une vitesse proportionnée à la distance où chacune des parties de cette Atmosphere se trouve de son centre.

D'où l'on voit que dans ces deux hypotéses à la fois, un corps tombant de *A*, par exemple, sur la Terre dont *C* soit le centre, sur lequel elle tourne de *A* vers *N*, doit décrire une Courbe *ALM* telle qu'en prenant l'arc circulaire *AT* décrit du centre *C* par *A*, pour le tems employé à tomber de *A* en *L*; les hauteurs parcouruës *TL*, ou *AB* en faisant aussi l'arc *LB* du centre *C* doivent être



partout entr'elles comme les quarrés de *AT*, c'est à dire $TL = AT \times AT$: Et cela par le moyen d'une pesanteur constante & toujours la même, laquelle tende sans cesse au centre *C*.

Or je dis que cela est impossible. Car en appellant *AC*, *a*; *AT*, *t*; & *CL*, *y*; l'on auroit $t = \sqrt{a - y}$, ou $t = \sqrt{ap - py}$ en prenant *p* pour l'unité. Et par conséquent $dt = \frac{-pdy}{2\sqrt{ap - py}}$, ou $dt = \frac{pdy^2}{4ap - 4py} = \frac{pdy^2}{4a - 4y}$, ou bien aussi $dy = \frac{4a - 4y}{p} \times dt$.

Mais si l'on conçoit *Ct* indéfiniment proche de *CT*, avec le petit arc *LR* décrit du centre *C*; & qu'on appelle *Rl*, *dx*; & *Ll ds*; l'on aura $Ct(a) \cdot Cl(y) :: Tt(dt) \cdot Rl(dx) = \frac{ydt}{a}$. Et par conséquent aussi $dx^2 = \frac{yydt^2}{aa}$.

$$\begin{aligned} \text{Donc } ds^2 (dy^2 + dx^2) &= \frac{4a - 4y}{p} \times dt^2 + \frac{yydt^2}{a} = \\ &= \frac{4a - 4aay + 4pyy}{aap} \times dt^2. \text{ Donc aussi (en faisant } dt \text{ constante) } dsdds = \frac{pydy - 2aady}{aap} \times dt^2. \text{ Par conséquent } \\ 2dyds^2 - ydsdds &= \frac{8a^2 - 8aay + 2pyy - pyy + 2aay}{aap} \times dydt^2 = \\ &= \frac{8a^2 - 6aay + 2pyy}{aap} \times dydt^2. \end{aligned}$$

Or dans la quatrième Regle générale des Forces centrales de la pag. 31. des Mem. de 1710. en prenant ainsi

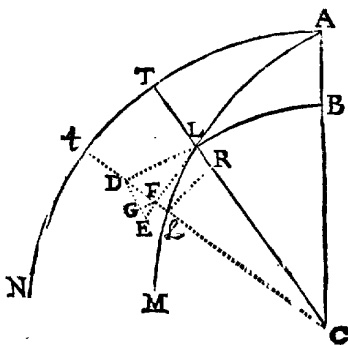
AT (qui s'y appelle $D\mathcal{Q} = z$) pour le tems (t) que le corps décrivant met à parcourir AL , ou à tomber de la hauteur TL ou AB ; ayant alors $dz = dt$, & par conséquent dz constante, ou $ddz = 0$; cette formule se changera ici en $f = \frac{2dyds^2 - ydsdds}{ydydt^2}$, dont f exprime la force ou la pesanteur qui fait tomber le corps de A en L en rendant toujours vers C . Donc cette pesanteur seroit ici $f = \frac{8a^3 - 6aay + pyy}{aapydydt^2} \times dydt^2 = \frac{8a^3 - 6aay + pyy}{aapy}$, c'est à dire, variable comme cette fraction; au lieu que dans l'hypothèse de Galilée, elle devoit être constante & toujours la même. Donc cette hypothèse de Galilée ne convient point avec celle du tournoyement de la Terre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROL. Il faudroit pour cela que le centre de la Terre fût infiniment éloigné; parce qu'alors CL (y se trouvant égale à $AC(a)$, & pyy nul par raport à $8a^3 - 6aay$, l'on auroit $f = \frac{8a^3 - 6a}{pa} = \frac{2}{p}$, qui est effectivement constante. Mais aussi pour lors la Terre ne tourneroit plus sur son centre; puisque l'arc ATN deviendroit une ligne droite, Donc l'hypothèse de Galilée touchant la pesanteur, ne peut convenir rigoureusement qu'avec celle de la Terre immobile, & tout au plus sensiblement avec celle de cette Terre tournante sur son centre.

SCHOL. La raison de cete varieté vient de ce que le tournoyement de la Terre sur son centre C , emportant & faisant tourner (*hyp*) le corps grave avec elle, ne lui permet pas de conserver tout ce que sa pesanteur lui donneroit de vitesse vers ce point, comme il lui arriveroit s'il tomboit librement & sans obstacle le long de la droite AC sur cette Terre immobile.

Pour le voir soit LD perpendiculaire en L sur CT , & qui rencontre Ct en D ; duquel point D soit DE parallele à LC , & qui rencontre en E la tangente LE , laquelle soit aussi rencontrée par Ct en F ; duquel point F soit faite FG parallele à LD , & qui rencontre DE en G .

Cela fait, il est manifeste que si le corps L qui décrit a Courbe ALM , étoit abandonné à lui-même en L , c'est à dire que s'il y étoit abandonné par sa force centrale tendante en C , qui par son action continuelle sur lui suivant TC pendant que ce rayon tournoit de A vers N autour du centre C , lui a fait décrire l'arc AL , il suivroit la tangente LE de cette Courbe en L , d'une vitesse uniforme égale à celle qu'il a en ce point suivant cette Courbe, laquelle vitesse lui résulteroit du concours de l'effort total qu'il auroit acquis suivant LC depuis A jusqu'en L , & de son effort de rotation suivant LD ; en sorte que cette vitesse suivant LE seroit à chacune des résultantes de ces deux efforts séparément pris, comme cette même LE est à chacune des droites DE , LD , qui en sont les directions. Ainsi en prenant LE pour l'expression de la vitesse de ce corps en L suivant cette même tangente LE , l'on aura LD pour la vitesse de rotation en L autour du centre C , & DE pour la vitesse en ce même point L suivant LC .



Mais si l'on considère que lorsque CT est en Ct , la force suivant DE ou LC , qui par son concours avec la force de rotation suivant LD , auroit fait parcourir LE dans l'instant Tt au corps L abandonné à lui-même en L , se change en une autre force suivant DF , qui par son concours avec cette force de rotation suivant LD , ne permet plus à ce mobile que de parcourir LF pendant cet instant; on verra que la vitesse suivant DE ou LC , se changera aussi en une autre vitesse suivant DF ou LC , laquelle sera à celle-là comme DF est à DE ; & qu'ainsi la perte qui se fera alors de cette première vitesse suivant DE ou LC , sera à cette même vitesse comme GE est à DE , & à

celle en laquelle celle-ci se change suivant DF ou LC ; comme GE est à DF . Mais parceque la ressemblance (*constr.*) des triangles LDE , FGE , & FDG , DCL , donne $GE. DE :: FG. LD :: FD. DC$. Et que FD est un infiniment petit du premier genre par rapport à DC , l'on aura aussi GE pour un infiniment petit du premier genre par rapport à DE , c'est à dire, pour une première infinitième de DE . Donc la perte de vitesse vers C , que le mobile fait suivant DF ou DC par le changement de sa direction LC en DC , doit être aussi un infinitième du premier genre par rapport à ce que ce mobile en avoit suivant LC . Ainsi celle-ci étant supposée finie, cette perte instantanée de vitesse en doit être un infiniment petit du premier genre & faire une perte finie de vitesse dans un tems fini. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Cela étant, il ne doit plus paroître étrange qu'une pesanteur constante, qui dans l'hypothèse de la Terre immobile feroit parcourir au corps grave des hauteurs qui depuis le commencement de sa chute, seroient comme les quarrés des tems employés à les parcourir, ne lui fasse pas parcourir de tels espaces dans l'hypothèse de la Terre tournante sur son centre, & qu'il lui faille pour cela dans cette dernière hypothèse une pesanteur variable de la manière qu'on l'a vû ci-dessus.

Il est pourtant à remarquer, suivant la démonstration précédente, que dans l'hypothèse de la Terre immobile les pesanteurs propres à faire parcourir aux corps graves des hauteurs qui soient comme les quarrés des tems employés depuis le commencement des chutes à les parcourir en tendant toujours à son centre, ne seroient constante que dans des chutes faites chacune suivant une seule & même ligne droite laquelle passât par ce centre, ou suivant des paralleles à cette ligne si ce point étoit infiniment éloigné comme on le suppose ordinairement dans la recherche de la Courbe de projection ; & que dans tout autre cas, tel qu'est celui des projections non verticales, ces pesanteurs seroient aussi variables sur la Terre immobile
que

que si elle tournoit sur son centre , & cela selon les différentes Courbes résultantes des conditions des chutes.

On voit de tout cela que ces trois choses : 1°. La Terre tourner sur son centre de la maniere marquée ci-dessus , ou une même chute se faire en vertu d'une pesanteur agissante successivement suivant différentes directions non parallèles entr'elles ; 2°. Cette pesanteur être constante ; 3°. Les hauteurs parcouruës en vertu de cette pesanteur , être comme les quarrés des tems employés à les parcourir : sont géométriquement incompatibles ensemble , & qu'elles ne peuvent ainsi compatir que deux à deux.

OBSERVATION

SUR

UN ANEURISME.

PAR M. LITRE.

UN homme âgé de 56 ans , qui avoit toujours eu de la santé & de l'embonpoint , me fit appeller le dix ^{1707.} ^{1.} Juillet dernier. Je le trouvai auprès du feu dans un fauteuil où il étoit assis depuis 4 mois , ne pouvant ni se tenir au lit , ni se promener , parce qu'il étouffoit , dès qu'il étoit couché , & qu'il ne pouvoit marcher , sans s'exposer à tomber en défaillance.

Il me dit qu'il dormoit fort peu , que son sommeil étoit léger & interrompu ; qu'il avoit extrêmement maigri ; qu'il étoit tres-foible , & qu'il tomboit quelquefois en défaillance , même étant dans son fauteuil , quoiqu'il prît des alimens fort nourrissans & en assés grande quantité ; que sa respiration étoit difficile ; qu'il ne pouvoit tourner ni fléchir le cou & la tête qu'avec beaucoup de peine ; que depuis 3 mois il avoit une tumeur au cou , qui avoit toujours augmenté peu à peu , quoique de temps en temps

1707.

C