dans le feu. Y ayant donc beaucoup d'apparence, que les sels acides des plantes & les sels acides des mineraux sont d'une même nature, & qu'ils ne different qu'en ce que les petites parties des uns sont plus subdivisées que ne sont les petites parties des autres, nous n'aurons point de peine à concevoir, pourquoi la matiere poreuse du sel de tartre a pû absorber un peu plus des uns qu'elle n'en a absorbé des autres; & pourquoi la même quantité de sel acide occupe beaucoup plus de liqueur aqueuse dans le vinaigre distillé que dans l'esprit de nitre ou dans quelqu'autre acide mineral : ce doit être encore par la même raison que ce sel acide vegetal est plus volatile, ou s'éleve plus aisément dans les distillations, que ne font les sels acides des mineraux.

MANIERE GEOMETRIQUE

ET GENERALE

De faire des Clepsydres ou Horloges d'eau avec toutes sortes de vases donnez, percez où l'on voudra, d'une petite ouverture quelconque par où l'eau s'écoule suivant quelque hypothese de vitesses que ce soit : Et réciproquement de trouver ces vases pour toutes sortes d'hypotheses de telles vitesses & des tems, suivant lesquels se doivent regler les abaissemens de la surface de l'eau qui s'écoule.

Par M. VARIGNON.

LE 28. Aoust 1694. je donnai à l'Académie une *Regle générale du mouvement des Surfaces de l'eau contenuë dans des Vases ou Reservoirs, à mesure qu'ils s'épuisent.* En voici présentement une toute aussi générale pour en faire des Clepsydres, dont la démonstration est tout à fait indépendante de celle-là. 29. Avril 1699.

I. Pour en comprendre toute l'étenduë, il y a ici trois choses à considerer : sçavoir, le vase par le trou duquel l'eau s'écoule ; les differentes vîtesses de cette eau à sa sortie ; & les tems selon lesquels se font les abaissemens de sa surface. Deux de ces trois choses étant données à discretion, il s'agit de trouver la troisiéme.

PLAN. II. FIG. 1. 2. II. Pour cela, imaginons un vase tel aussi qu'on voudra ; comme cylindrique, conique ou pyramidal de base quelconque, ou bien décrit par la révolution d'une courbe aussi quelconque *FEO* autour de son axe vertical *AO* : Ou pour comprendre le tout en général, imaginons un vase, dont la moitié de la section par l'axe vertical *AO*, soit une ligne quelconque *FEO*, que j'appellerai dorénavant *la generatrice* de ce vase, & les coupes suivant *BE* perpendiculaires à son axe, toutes semblables entr'elles & de telle figure qu'on voudra. Soit ce vase percé où l'on voudra aussi, d'une petite ouverture O de figure quelconque, & sur son axe *AO* deux autres courbes aussi quelconques, dont la premiere *OVX* (appellée *Courbe des vîtesses*) exprime par ses ordonnées *BV* les differentes vîtesses de l'eau à sa sortie par le trou O, à mesure que sa surface se trouve en *BE* ; & dont l'autre *ATR* (appellée *Courbe des tems*) exprime de même par ses ordonnées *BT* les tems que cette surface met à descendre de *AF* en *BE*.

Cela posé, il est visible que la question se réduit à trouver une de ces trois courbes à discretion, *FEO*, *OVX*, *ATR*, les deux autres étant données telles qu'on voudra.

III. Pour le faire, soit $OB = x$, $BE = y$, $BV = v$, $BT = t$, l'ouverture $O = c^2$, & la surface de l'eau en $BE = z^2$. L'on aura $\frac{dx}{dt}$ pour la vîtesse de cette surface dans l'instant dt, pendant lequel *BV* exprime de même la vîtesse de l'eau à sa sortie par le trou O. Donc on aura aussi $\frac{dx}{dt} . v :: c^2 . z^2$. puisque l'eau du vase ne diminuant que de ce qu'il en sort par le trou O, l'on doit toûjours avoir $vc^2 = \frac{z^2 dx}{dt}$. Donc aussi en général $dt = \frac{z^2 dx}{vc^2}$, ou $dt = \frac{bz^2 dx}{vc^2}$ en prenant $b = 1$ pour observer la loi des Homogenes ; & cette équation ou formule convient tout à la fois aux trois courbes *FEO*, *OVX*, & *ATR*, de maniere que deux d'entr'elles étant données telles qu'on voudra, on trouvera toûjours la troisiéme en substituant en x & en constantes les valeurs de ce que les équations des courbes données ont d'indéterminé dans cette formule : car l'équation resultante sera toûjours celle de cette troisiéme courbe cherchée.

IV. Mais quelque simple que paroisse cette formule générale, il est pourtant à remarquer, qu'elle engage à deux quadratures qui en rendent l'usage difficile : sçavoir, à la quadrature (c^2) de l'ouverture *O* qu'on suppose de figure quelconque, & la quadrature (z^2) de la surface de l'eau *BE*, laquelle dépend de celle du cercle, lorsque le vase en question est engendré par la révolution de la ligne *FEO* autour de son axe *AO*. C'est pour cela que j'en ai cherché encore une autre, laquelle ne supposât rien de tout cela, & qui cependant fût tout aussi générale que la précedente : La voici.

V. Outre les noms cy-dessus (*art.* 3.) soient de plus $AX = a$; $AF = b$, la surface de l'eau en $AF = f^2$, & pour plus de simplicité la vîtesse de cette surface $= 1$, en faisant de *AO* un axe qui coupe la courbe des tems en *A* sous un angle de 45. degrez. L'on aura encore (*art.* 3.) $\frac{dx}{dt}.v :: c^2.z^2$. & par la même raison $1.a :: c^2.f^2$. Parce que l'angle supposé de 45. degrez en *A*, y rend $dx = dt$, & conséquemment $\frac{dx}{dt} = 1$; & qu'on y a $v = BV = AX = a$. Ce qui donnera $c^2 = \frac{f^2}{a}$. Donc $\frac{dx}{dt}v :: \frac{f^2}{a}.z^2$. Mais les surfaces de l'eau en *AF* & en *BE*, étant (*art.* 2.) semblables de quelque figure que d'ailleurs on les suppose, l'on aura $f^2.z^2 :: bb.yy$. Donc aussi $\frac{dx}{dt}v :: \frac{bb}{a}.yy$. Ce qui donne encore en général l'équation ou la formule $dt = \frac{ayydx}{bbv}$ commune aux trois courbes *FEO*, *OVX*, & *ATR*, de même que celle de l'*art.* 3. mais qui ne renferme plus aucune quadrature, ni même rien de l'ouverture *O*, ni de la figure des coupes horizontales du vase à mettre en Clepsydre. De sorte qu'avec cette derniere formule, il n'est plus nécessaire de se mettre en peine si ce vase a été formé par la révolution de *FEO* autour de son axe *AO*, ou autrement, ni de la figure ou de la situation de son ouverture *O*.

FORMULE GENERALE.

$$dt = \frac{ayydx}{bbv}.$$

VI. Pour satisfaire présentement à *l'art.* 1. c'est-à-dire, à toutes les conditions de la question, il y a trois problêmes à résoudre.

1°. Un vase quelconque à mettre en Clepsydre, étant donné avec les vîtesses de l'eau à sa sortie par le trou qu'on y suppose; graduer ce vase suivant telle proportion des tems qu'on voudra.

2°. Ces vîtesses quelconques étant données avec les tems suivant lesquels on veut que se fassent les abaissemens de la surface de l'eau qui s'écoule; trouver le vase à qui les graduations qui en résultent, conviennent pour en faire une Clepsydre.

3°. Le vase à mettre en Clepsydre étant donné avec les tems suivant lesquels on veut que se fassent les abaissemens de la surface de l'eau qui s'écoule; trouver quelles devroient être les vîtesses de cette eau à sa sortie, pour faire une Clepsydre de ce vase, à qui convinssent les graduations qui resultent de ces tems.

Mais parce que la résolution de ces trois Problêmes se tire de la même maniere de la précedente formule générale, ou plûtôt celle des deux derniers s'y présentant comme d'elle-même, celle du premier (qui est ici comme le principal) suffira. Soit donc seulement

PROBLEME.

FIG. 1. 2. VII. *Un vase quelconque à mettre en Clepsydre, ou sa ligne génératrice* FEO *étant donnée avec* OVX *qui est celle des vîtesses de l'eau à sa sortie par le trou* O *qu'on lui suppose à*

discretion ; graduer ce vase suivant telle proportion des tems qu'on voudra.

SOLUT. Tout ce qu'il y a ici à faire, c'est de substituer dans la formule générale précedente (*art.* 5.) les valeurs de y & de v, trouvées en x & en constantes par le moyen des Courbes données *FEO* & *OVX*; & l'équation qui en résultera, n'ayant plus d'indéterminées que x & t, sera celle de la courbe *ATR* des tems sur lesquels se doivent regler les graduations requises du vase qu'on veut mettre en Clepsydre.

Pour les avoir, cette courbe *ATR* étant décrite suivant son équation ainsi trouvée, soit une de ses ordonnées quelconque *OR* divisée aux points *Z* dans la raison des tems qu'on veut marquer depuis *A* jusqu'en *O* sur la Clepsydre cherchée: De tous ces points *Z* soient menées autant de *ZT* paralleles à l'axe *AO*, lesquelles rencontrent la courbe des tems en tout autant de points *T*, desquels il faudra faire encore autant de droites *TBE* paralleles à *RO*: les points *E* seront les endroits du vase où la surface de l'eau se trouvera dans les tems requis; & les points *B* de l'axe, marqueront de même les hauteurs où elle doit se trouver alors.

Par exemple: Si l'on divise *OR* aux points *Z* en parties égales, les points *B* & *E* marqueront les hauteurs & les endroits du vase où la surface de l'eau doit se trouver en tems égaux: de sorte que si ces tems sont des heures, des demi-heures, des quart-d'heures, &c. il n'y aura qu'à les marquer sur ses divisions par les chiffres qui leur conviennent; & le vase proposé sera gradué dans la proportion des tems requise.

En général, si l'on a observé le tems que l'eau aura employé à s'écouler toute par le trou *O* du vase engendré par la révolution autour de *AO* de la ligne quelconque *FEO*, lequel en étoit rempli jusqu'en *AF*; & qu'on veuille sçavoir à quelles hauteurs cette eau s'y trouvera au commencement ou à la fin des parties quelconques de ce tems de son écoulement entier depuis *AF* jusqu'en *O*: il n'y a qu'à diviser *OR* en autant de parties proportionnelles à celles-là; de tous les points *Z* de sa division lui élever autant de perpendiculaires ZT qui aillent rencontrer en autant de points T la courbe ATR des tems; & de tous ces points T mener autant de droites TBE paralleles à AF, lesquelles rencontrent en autant de points E la ligne génératrice FEO du vase quelconque proposé : ces points E sur la surface exterieure de ce vase, y marqueront les hauteurs où l'eau s'y trouvera dans les tems souhaitez, lesquels marquez en ces points par des chiffres, y formeront l'échelle de graduation requise.

EXEMPLE I.

FIG. 3. VIII. Soient suivant l'hypothese ordinaire les vîtesses de l'eau à sa sortie par le trou O du vase proposé, comme les racines des hauteurs de sa surface au-dessus de ce trou : en ce cas la courbe des vîtesses OVX sera une parabole ordinaire, dont le lieu soit (si l'on veut) $v = \sqrt{px}$. Cela posé, si l'on veut de plus que le vase donné soit une pyramide ou un cone de base quelconque (en forme d'entonnoir renversé, mais dont le trou soit où l'on voudra, à la hauteur de AO) de maniere que sa ligne génératrice FEO soit droite, & forme avec son axe AO prolongé vers C, un angle rectiligne quelconque ACF : alors si outre $AX = a$, on suppose $c = OC$ partie de AC, l'on aura $AC\left(\frac{aa}{p}+c\right) . AF(b) :: CB(c+x) . BE(y)$. Et par conséquent $y = \frac{bp \times \overline{c+x}}{aa+cp}$, ou $yy = \frac{bbpp \times \overline{c+x}^2}{\overline{aa+cp}^2}$. Donc en substituant ces valeurs de v & de yy dans la formule générale précedente (*art.* 5.) $dt = \frac{ayydx}{bbv}$, l'on aura $dt = \frac{appdx \times \overline{c+x}^2}{\overline{aa+pc}^2 \times \sqrt{px}}$, dont l'intégrale $t = \frac{30ac^2 \times \overline{ap^2 - p^2\sqrt{px}} + 20acp \times \overline{a^3 - px\sqrt{px}} + 6a \times \overline{a^5 - p^2x^2\sqrt{px}}}{15p \times \overline{aa+cp}^2}$ sera ici le lieu de la courbe des tems ATR, laquelle decrite suivant cette équation, aura son ordonnée $OR = \frac{30a^2c^2p^2 + 20a^4cp + 6a^6}{15p \times \overline{aa+cp}^2}$, qu'il faut diviser en Z suivant la proportion des tems requis, & en achevant le reste, comme

comme dans la ſolution précedente (*art.* 7.) les points B & E exprimeront les endroits où ſe doit trouver la ſurface de l'eau dans ces tems, en s'écoulant par le trou O. Et là il eſt à remarquer que cette courbe ATR tournera d'abord ſa convexité vers OR en la touchant en R, & qu'enſuite elle ſe recourbera en ſens contraire vis-à-vis de $x = \frac{2}{3}c$.

IX. Si l'on veut préſentement que le trou O ſoit au fond du vaſe en queſtion, comme au fond d'un entonnoir de baſe quelconque ; alors ayant C en O, ou CO $(c) = o$, le lieu précedent (*art.* 8.) de la courbe des tems ATR, ſe changera pour ici en $t = \frac{6a^6 - 6ap^2x^2\sqrt{px}}{15a^4p} = \frac{2a^5 - 2p^2x^2\sqrt{px}}{5a^3p}$. Ce qui fait voir que cette courbe ATR eſt ici une ſeconde parabole du cinquiéme degré, dont l'axe eſt $OR = \frac{2aa}{5p}$ $(\frac{2}{5}AO)$, vers lequel elle tourne préſentement ſa concavité dès le point R, où elle a ſon parametre $= \frac{aa}{p}\sqrt[3]{\frac{25}{4}}$, & va ſans aucun point de contour rencontrer AO en A, ſous l'angle ſuppoſé de 45. degrez. FIG. 4.

X. Enfin ſi l'on ſuppoſe (*art.* 8.) que le vaſe donné ſoit un cylindre de baſe quelconque ; alors FE parallele à AO, rendant OC (c) infinie, l'équation de la courbe des tems ATR trouvée pour *l'art.* 8. ſe changera ici en $t = \frac{30aaccpp - 30accpp\sqrt{px}}{15ccp^3} = \frac{2aa - 2a\sqrt{px}}{p}$; ce qui fait voir que cette courbe doit être ici une parabole ordinaire, dont le ſommet & l'axe ſont R & $OR = \frac{2aa}{p}$ (AO) ; mais dont la courbure eſt préſentement à contre-ſens de la précédente, ſa convexité ſe trouvant tournée vers OR qu'elle touche en R, où elle a ſon parametre $= \frac{4aa}{p} = 4AO$. FIG. 5.

De là ſe conclut aiſément la méthode ordinaire de faire ces Clepſydres cylindriques : ſçavoir, que pour avoir les points B qui marquent des tems égaux, par exemple, 12. heures ſur AO, il faut concevoir AO comme diviſée en 144. (quarré de 12.) parties égales, en retrancher OB de

121. (quarré de 11), ce premier ou plus haut point B sera celui de la premiere heure ; de cet OB retranchez l'OB suivant de 100. parties, (quarré de 10), ce second B sera celui de la seconde heure, & ainsi des autres. De sorte que de ces 144. parties égales il en faut prendre 23, pour la premiere heure de l'écoulement ; 21, pour la seconde ; 19, pour la troisiéme ; 17, pour la quatriéme ; & enfin 1, pour la douziéme, toûjours suivant la suite naturelle des nombres impairs.

EXEMPLE II.

FIG. 6. XI. La vîtesse de l'eau à sa sortie par le trou O, demeurant la même que dans l'exemple précedent (*art.* 8.) c'est-à-dire, comme les racines des hauteurs de la surface de l'eau par dessus ce trou, en sorte que la courbe OVX qui les exprime par ses ordonnées, soit encore une parabole dont le lieu soit $v = \sqrt{px}$; si l'on veut presentement que la courbe génératrice FEO du vase donné, soit une section conique quelconque dont le sommet soit en O : on peut de même satisfaire à toutes les sections coniques à la fois en se servant de leur lieu général $2mn^2x + 2m^2nx + n^2x^2 - m^2x^2 = m^2y^2$; car ce lieu donnant $yy = \frac{2mn^2x + 2m^2nx + n^2x^2 - m^2x^2}{m^2}$, si l'on substituë ces valeurs de v & de yy dans la précedente (*art.* 5.) formule générale $dt = \frac{ayydx}{bbv}$, elle se changera ici en $dt = \frac{\overline{2mn^2 + 2m^2n}\, xaxdx + \overline{n^2 - m^2} \times axxdx}{b^2m^2\sqrt{px}}$, dont l'intégrale $t =$

$$\frac{\overline{20mn^2 + 20m^2n} \times \overline{a^4p - ap^2x\sqrt{px}} + \overline{6n^2 - 6m^2} \times \overline{a^6 - ap^2x^2\sqrt{px}}}{15b^2m^2p^3}$$

sera le lieu général de la courbe des tems ATR, quelque section conique (en dedans) que soit la génératrice FEO du vase donné : c'est à dire, quelque rapport qu'il y ait de m à n ; puisque c'est par la varieté seule de ce rapport que cette courbe génératrice se trouve être telle ou telle section conique : sçavoir une parabole lorsque $m = n$, une hyperbole lorsque $m < n$, une ellipse lorsque $m > n$, & un cercle lorsque m est infinie.

XII. On voit encore ici en général, que si l'on prend (parallelement à AX) $OR = \frac{20mn^2a^4p + 20m^2na^4p + 6n^2a^6 - 6m^2a^6}{15bm^2p^3}$, la courbe cherchée ATR la rencontrera perpendiculairement en R, en tournant sa concavité vers OR jusqu'à $x = \frac{2mn^2 + 2m^2n}{3m^2 - 3n^2}$ où elle se contournera en sens contraire; & son angle de 45. deg. en A avec AO, donnera ici $b^2n^2p^2 = 2a^2mn^2p + 2a^2m^2np + a^4n^2 - a^4m^2$, d'où resultera la valeur de celle qu'on voudra des trois indéterminées constantes m, n, p, les deux autres étant données à discretion.

XIII. La Courbe des tems ATR pour les trois cas où la génératrice du vase FEO peut être une section conique (en dedans) étant trouvée; il n'y a plus qu'à diviser OR aux points Z dans la raison des tems requis, achever le reste comme dans la solution précedente (*art.* 7.); & les points B ou E, ou plûtôt B & E marqueront les endroits où se doit trouver la surface de l'eau dans ces tems, en s'écoulant par le trou O du vase formé par celle qu'on voudra des trois sections coniques.

EXEMPLE III.

XIV. Si l'on veut présentement que la courbe génératrice du vase FEO soit une hyperbole équilatere prise en dehors, dont le lieu entre les asymptotes AO, OP, soit (si l'on veut) $aa = xy$, ou $yy = \frac{a^4}{xx}$, & les vîtesses de l'eau à sa sortie par le trou O de ce vase, comme cy-dessus, c'est-à-dire, $v = \sqrt{px}$; il n'y aura qu'à substituer encore ces deux valeurs de yy & de v dans la formule générale (*art.* 5.) $dt = \frac{ayydx}{bbv}$: l'on aura ici $dt = \frac{a^5dx}{b^2x^2\sqrt{px}}$, dont l'intégrale $t = \frac{2a^5}{3b^2x\sqrt{px}} - \frac{2a^2p}{3b^2}$ sera le lieu de la courbe des tems ATR, laquelle on voit devoir être une seconde hyperbole cubique, dont OR sera une des asymptotes, & l'autre sera PQ parallele à AO en prenant $OP = \frac{2a^2p}{3b^2}$ sur RO prolongée; & l'on aura ici $p = b$. L'équation $cc = xy$ auroit donné de même $t = \frac{2ac^4}{3bbx\sqrt{px}} - \frac{2c^4p}{3bba^2}$ & $p = \frac{aab}{cc}$. FIG. 7.

XV. La maniere de se servir de cette courbe QAR pour graduer suivant telle proportion qu'on voudra, le vase dont l'hyperbole en dehors FEO seroit la génératrice, étant la même que cy-dessus (*art.* 7. *&c.*), on ne s'y arrêtera pas davantage : il suffit de remarquer, que quelque petite que fût la hauteur finie *AO* de l'eau comprise dans ce vase, & quelque grand au contraire que fût le trou fini *O* par lequel on suppose qu'elle s'écoule, il ne faudroit pas moins qu'un tems infini pour l'épuiser ; c'est-à-dire, un tems plus grand que quelque tems fini qu'on puisse supposer, si un tel vase étoit possible.

REMARQUE I.

1°. On pourroit encore donner d'autres exemples de tout ceci, dans lesquels le trou *O* ne se trouveroit pas au fond du vase ou au sommet de la section conique qui le forme ; mais la méthode en étant la même que celle de l'exemple premier, il n'est pas nécessaire de s'y arrêter davantage.

2°. Il faut pourtant remarquer, que quoique la graduation de ces sortes de Clepsydres suivant telle division qu'on voudra du tems qu'elles mettent à s'épuiser, ne dépende aucunement de la capacité du trou par où l'eau s'écoule, leur durée ne laisse pas d'en dépendre ; puisque selon que ce trou sera plus ou moins grand, elles s'épuiseront plus ou moins vîte. Pour faire donc qu'elles durent ce que l'on voudra, il faudra changer ce trou en un autre à pareille profondeur, lequel soit à celui-là comme le tems que le vase met à s'épuiser, à ce qu'on veut qu'il en mette ; parce qu'à hauteurs égales, les vîtesses étant les mêmes, les produits des tems par les ouvertures, sont comme les quantitez d'eau qui s'écoulent, lesquelles sont (*hyp.*) ici les mêmes de part & d'autre.

3°. La solution de deux autres Problêmes que j'ai indiquez dans l'*art.* 16. se tirant aussi de la même formule générale (*art.* 5.) dont on s'est servi jusqu'ici, en y substituant seulement les valeurs données de v & de dt pour la solution du second Problême, ou de y & de dt pour celle du troisiéme ; il est manifeste que la seule substitution de la valeur de dt qui résulte de l'équation de la courbe des tems *ATR*, donnée dans l'un & dans l'autre de ces Problêmes, laisse encore cette équation commune aux deux autres courbes *FEO* & *OVX*. De sorte qu'après cela il n'y aura plus qu'à y substituer la valeur de v ou de y, pour particulariser cette équation à la courbe génératrice du vase cherché, ou à celle des vîtesses cherchées de l'eau à sa sortie par le trou O. Ainsi je ne croi pas non plus qu'il soit besoin de nous y arrêter davantage. Cependant la Clepsydre de descente uniforme de la surface de l'eau qui s'écoule avec des vîtesses supposées comme les racines des hauteurs, laquelle semble avoir été cherchée par Toricelli, & que M. Mariotte a trouvée, est trop celebre pour l'omettre ici; d'ailleurs elle se présente si vîte par nôtre Méthode, que ce ne seroit pas beaucoup épargner que de supprimer cet exemple du Problême second.

XVI. La question est donc selon M. Mariotte (Mouv. des Eaux, part. 3. disc. 3.) de *trouver un vaisseau de telle figure qu'étant percé au fond d'une petite ouverture, l'eau superieure passe en descendant des hauteurs égales en tems égaux.* En ce cas les tems BT étant donnez comme les espaces AB, la ligne des tems ATR sera droite, & ABT un triangle rectiligne qui donnera $dt = dx$ à cause de l'angle supposé BAT de 45. degrez; l'on aura de plus $v = \sqrt{px}$ suivant l'hypothese qu'on fait ici des vîtesses de l'eau à sa sortie par le trou O, comme les racines des hauteurs de sa surface pardessus ce trou. Il n'y a plus qu'à substituer ces valeurs de dt & de v en leurs places dans la formule générale (*art* 5.) $dt = \frac{ayydx}{bbv}$, pour la changer tout d'un coup en $1 = \frac{ayy}{bb\sqrt{px}}$, ou $\frac{bb\sqrt{px}}{a} = yy$ qui sera le lieu de la courbe cherchée OEF. D'où l'on voit que cette courbe doit être une parabole quarrée-quarrée, ainsi que M. Mariotte l'a trouvée, & que je la démontrai aussi à l'Académie d'une autre maniere tout aussi courte, le 28. Aoust 1694. FIG. 8.

XVII. Si au lieu de $v = \sqrt{px}$, l'on eût pris $v = x^q p^{1-q}$ l'on auroit eu de même $\frac{b^2 x^q p^{1-q}}{a} = yy$ pour le lieu général de toutes ces courbes génératrices des vases FEO, où les abaissemens de la surface de l'eau qui s'écouleroit par O avec des vîtesses x^q, seroient comme les tems, c'est-à dire, égaux en tems égaux. Ce qui, en prenant $q = \frac{1}{2}$

donneroit encore $\frac{b^2\sqrt{px}}{a} = yy$, c'eſt-à-dire, la premiere parabole quarrée-quarrée pour la génératrice *FEO* du vaſe propre à un tel uſage dans l'hypotheſe ordinaire où les vîteſſes de l'eau à ſa ſortie par le trou *O*, ſont comme les racines des hauteurs de ſa ſurface par deſſus ce trou. Si l'on prend ces vîteſſes comme ces hauteurs, c'eſt-à-dire, $q = 1$, l'on aura $\frac{b^2x}{a} = yy$ à la parabole ordinaire, pour le lieu de la courbe génératrice du vaſe requis en ce cas. Si ces vîteſſes ſont comme les quarrez des hauteurs, c'eſt-à-dire, $q = 2$, cette ligne *FEO* ſera droite, & *FOA* un triangle rectiligne rectangle en *A*, dont le lieu ſera $\frac{b^2x^2}{ap} = yy$ ou $x\sqrt{\frac{b^2}{ap}} = y$. Si l'on prend $q = -2$, cette courbe génératrice du vaſe *FEO* ſera une hyperbole ordinaire dont le lieu ſera $bp\sqrt{\frac{p}{a}} = xy$. & ainſi des autres cas à l'infini, où la ſurface de l'eau compriſe dans ces ſortes de vaſes, s'abaiſſeroit également en tems égaux; quelque puiſſance des hauteurs qui ſuivît la vîteſſe de ſon écoulement par le trou *O*.

XVIII. Quant aux autres vîteſſes de l'eau, qu'on pourroit encore imaginer à ſa ſortie par le trou *O*, dans cette hypotheſe d'abaiſſemens égaux de ſa ſurface en tems égaux l'égalité $\frac{b^2v}{a} = yy$ les comprendra toutes avec les précedentes, elle comprendra même tout à la fois toutes les courbes génératrices des vaſes propres à cette hypotheſe. De ſorte qu'en y ſubſtituant ſeulement telle valeur de v qu'on voudra, cette équation deviendra celle de la courbe génératrice *FEO* du vaſe requis en pareil cas. Et réciproquement, quelque valeur de y qu'on ſubſtituë dans cette même équation, elle deviendra celle de la courbe *OVX* des vîteſſes que l'eau doit avoir à ſa ſortie par le trou *O* du vaſe donné, pour que les abaiſſemens de ſa ſurface y ſoient tels qu'on les demande, c'eſt-à-dire, égaux en tems égaux. Mais en voilà aſſez & même plus qu'il n'en faut, vû l'extrême facilité qu'il y a de trouver tout cela

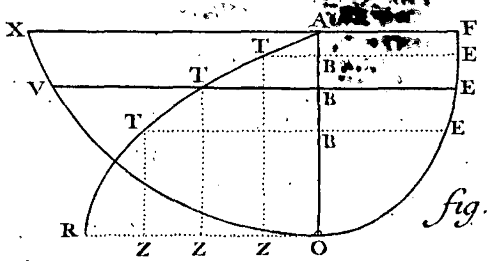


fig. 1.

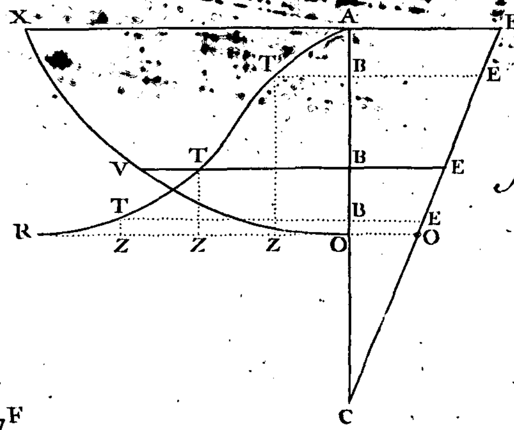


fig. 3.

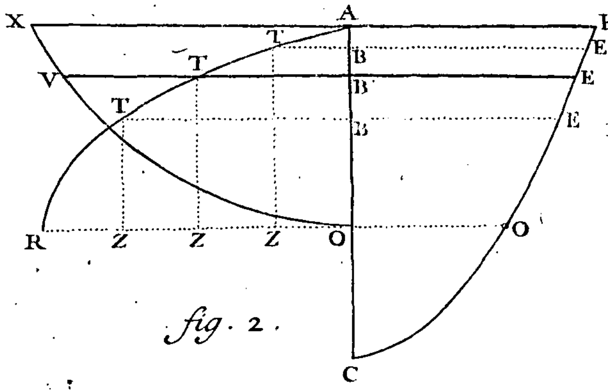
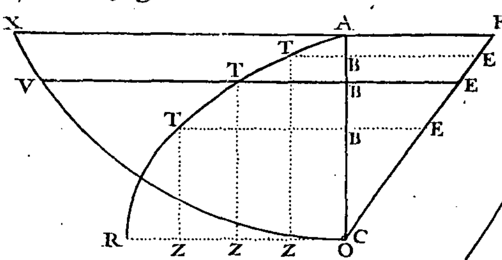


fig. 2.

fig. 4.



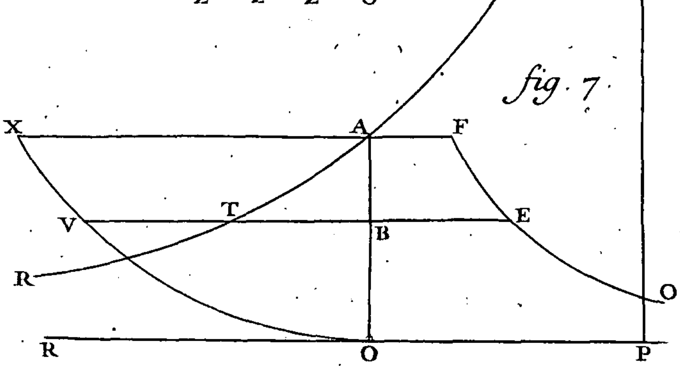


fig. 7.

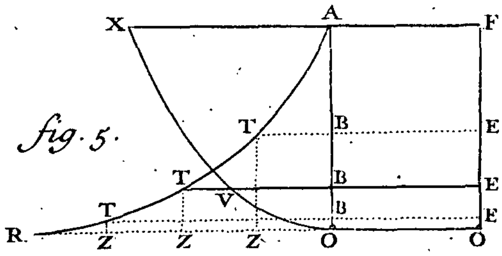


fig. 5.

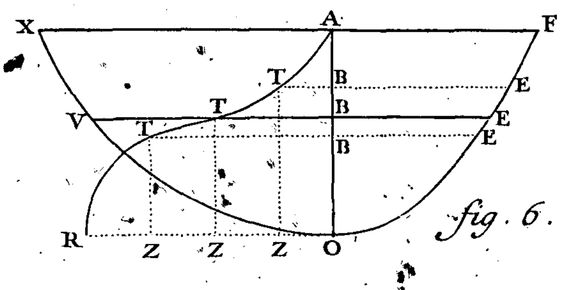


fig. 6.

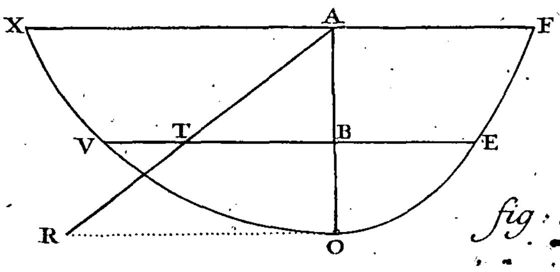


fig. 8.

par nôtre Méthode, c'est-à-dire, de le tirer de cette formule ou de la générale de *l'art.* 5. qui a donné naissance à celle-ci.

REMARQUE II.

Jusque là il suffit de sçavoir que les coupes horizontales des vases à mettre en Clepsydres, sont semblables, de quelques figures qu'elles soient d'ailleurs ; si elles ne l'étoient pas, il en faudroit demeurer à la formule $dt = \frac{az^2dx}{vf^2}$ que donne l'analogie $\frac{dx}{dt} . v :: \frac{f^2}{a} . z^2$. de *l'art.* 5 ; dans laquelle les valeurs des surfaces des coupes horizontales, resteroient encore à substituer selon la nature des vases en question. Par exemple, si ces vases étoient des cylindres horizontaux de bases quelconques d'axes verticaux, ou même des cuneo-cones de tranchans verticaux & de bases aussi quelconques, faits à la maniere de ceux dont parle M. Wallis à la fin de son Algebre ; les coupes horizontales de ces vases donnant alors $f^2 . z^2 :: by$. Cette formule deviendroit $dt = \frac{aydx}{bv}$, de laquelle il faudroit faire le même usage que de la générale de *l'art.* 5. Et ainsi de tout ce qu'en peut donner de même $dt = \frac{az^2dx}{vf^2}$.

DESCRIPTION

D'UNE NOUVELLE MANIERE

DE PORTE D'ECLUSE

Qu'on a pratiquée dans l'entreprise de la nouvelle navigation de la Seine.

Luë à l'Académie par M. DES BILLETTES.

CETTE Porte est tout à fait singuliere & sans rapport à aucune qu'on ait vûë dans toutes les autres navigations. 2. May, 1699.