

La Terre et le Soleil dans le plan équatorial de Jupiter

Les conditions pour observer les phénomènes mutuels des satellites galiléens

Introduction

Jupiter comme la Terre et les autres planètes a son axe de rotation (et son plan équatorial) incliné sur le plan de son orbite.

L'orientation de cet axe, très stable (stabilité gyroscopique), se déplace parallèlement à lui-même durant la révolution de la planète autour du Soleil.

Ce phénomène est tout à fait similaire à ce que présente Saturne et provoque tous les 12 ans la disparition provisoire de ses anneaux.

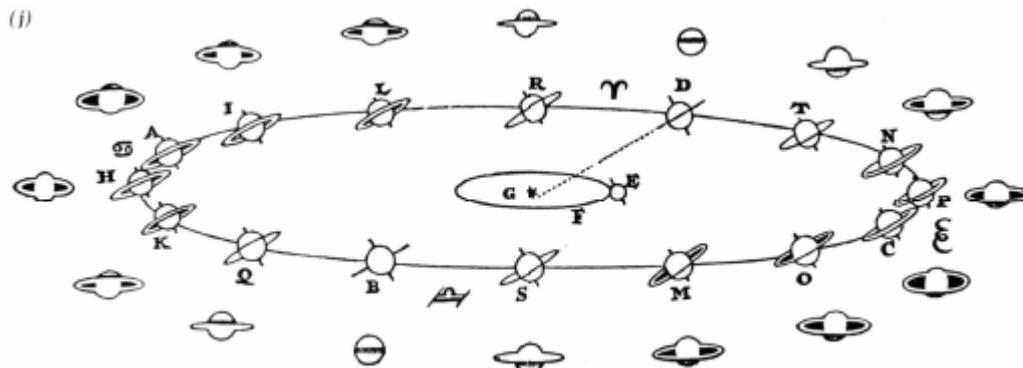
Huygens en 1659 avait bien décrit le phénomène dans *Systema Saturnium*

Il suffit de remplacer les anneaux par le plan équatorial de Jupiter pour comprendre les phénomènes mutuels.

On voit sur la figure que le plan équatorial balaie l'espace. Le Soleil et la Terre vont le traverser plusieurs fois au cours d'une révolution de la planète.

Si l'anneau de Jupiter, très ténu, ne nous est pas accessible à l'observation visuelle, les satellites galiléens de 4^{ème} magnitude sont bien visibles. Ils sont pratiquement dans le plan équatorial de Jupiter, et le concrétise.

Lors des traversées, on pourra observer les phénomènes :



- éclipsés mutuelles lors du passage du Soleil dans le plan de l'équateur
- occultations mutuelles lors du passage de la Terre dans ce même plan.

Le passage du Soleil dans ce plan correspond aux équinoxes de Jupiter.

Comme la période de rotation de Jupiter autour du Soleil est de 12 ans environ (11,862 années), le phénomène se produit à 6 ans d'intervalle et chaque saison jupitérienne dure environ 3 ans.

Mais comme l'inclinaison du plan équatorial sur le plan de l'orbite est faible, les saisons sur Jupiter sont très peu marquées.

Les satellites galiléens ne sont pas ponctuels, les effets mutuels peuvent se produire de façon totale ou partielle autour des dates de traversées.

C'est ainsi que l'on peut observer des éclipses et occultations partielles ou totales sur environ un an, les totales se produisant seulement près des dates de passages.

Les phénomènes se produisant dans l'espace, nous utiliserons Geogebra 3D pour en faire une simulation réaliste.

La complexité est accrue par le déplacement de la Terre sur son orbite durant la période d'observation.

Nous simulerons les mouvements du Soleil, Terre et Jupiter sur un an :

1^{er} septembre 2014 – 1^{er} septembre 2015

La simulation est scindée en deux parties :

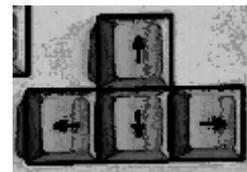
- les mouvements des 3 corps : Soleil, Terre et Jupiter
- les mouvements des satellites autour de Jupiter

Partie I - Les passages du Soleil et de la Terre à travers l'équateur de Jupiter

Mise en route et curseur temps

Ouvrir le fichier Geogebra « *passages_equat_jupiter.ggb* »

En premier lieu ne rien toucher, si ce n'est de manipuler la date à l'aide du curseur **tps** temps » .



Manipulation du curseur **tps** :

- Directement en pointant dessus et en maniant la souris
- En cliquant dessus (le point devient flou), on peut alors se servir des touches flèches.

L'incrémement se fait par le pas donné dans le volet « **Curseur** » des propriétés de **tps**.



Ce pas devient :

- 10 fois plus petit si l'on tient appuyé la touche Majuscule (Shift).
- 10 fois plus grand si l'on tient appuyé la touche CTRL



Données

Pour construire la simulation, il faut un ensemble de données pour la configuration et les déplacements de la Terre et de Jupiter :

– Orbites de la Terre et de Jupiter sur la période avec les Ephémérides journalières obtenues à l'IMCCE

Longitudes, latitudes, distances au Soleil

– Données sur Jupiter , orientations des plans :

plan de l'orbite : inclinaison et orientation

plan de l'équateur jovien : inclinaison et orientation

– Données complémentaires :

L'unité astronomique en km

Dans le fichier de départ "*passages_equat_jupiter.ggb*" on trouve :

Dans la partie tableur les éphémérides du 1^{er} sept. 2014 au 1^{er} sept. 2015 :

- dates journalières **dates**
- longitudes, latitudes de Jupiter **lg_J, lt_J**
- distance au Soleil en ua de Jupiter **d_J**
- longitudes de la Terre, distance **lg_T, d_T**

Pour faciliter les manipulations toutes ces données sont accessibles sous forme de listes :

	A	B	C	D	E	F
1	Dates	long. Jup.	lat. Jup.	dist. Jup.	long. Ter..	dist. T..
2		-	-	ua	-	ua
3	01/09/2014	124.75534	0.53537	5.27998	338.29886	1.00932
4	02/09/2014	124.83591	0.53704	5.28033	339.26652	1.00908
5	03/09/2014	124.91646	0.53871	5.28088	340.23454	1.00883
6	04/09/2014	124.997	0.54038	5.28102	341.20295	1.00858
7	05/09/2014	125.07752	0.54204	5.28137	342.17174	1.00833

Algèbre

Liste

- d_J = {5.27998, 5.28033, 5.28068, 5.28102, ...}
- d_T = {1.00932, 1.00908, 1.00883, 1.00858, ...}
- dates = {"01/09/2014", "02/09/2014", "03/09/2014", ...}
- lg_J = {124.75534, 124.83591, 124.91646, ...}
- lg_T = {338.29886, 339.26652, 340.23454, ...}
- lt_J = {0.53537, 0.53704, 0.53871, 0.54038, ...}

Les distances sont en **ua** (unités astronomiques)

Dans la partie algèbre les valeurs trouvées dans les bases de données planétaires :

- Eléments du plan orbital :
Inclinaison **iorb_O**
Longitude de l'intersection du côté ascendant **_O**
- Élément du plan équatorial
Inclinaison **iorb_E**
Longitude du nœud ascendant **_E**

Nombre

- iorb_J = 1.3053**
- ipole_J = 2.2225**
- $\Omega_E = -22.2032$**
- $\Omega_O = 100.55615$**

En complément :

- un curseur temps **tps** allant de 0 à npt-2 avec
- l'affichage de la date en gros caractères
- **ua** : la valeur de l'unité astronomique en km
- **npt** : le nombre de points des trajectoires

Nombre

- npt = 366**
- tps = 0**
- ua = 149597870.7**

02/12/2014

tps = 92

Curseur « étapes »

Un curseur « Etapes » permet de progresser dans la visibilité des différentes parties pour en donner les explications nécessaires et faire évoluer le temps et ainsi plus clairement appréhender les mouvements :

- 1 - Soleil et plan écliptique
 - 2 - Orbite de la Terre et Terre
 - 3 - Orbite de Jupiter et Jupiter
 - 4 - plan équatorial et axe de rotation
 - 5 - passage Terre et Soleil dans le plan équatorial
- Ce sera la progression de la construction.

**Terre - Soleil
et
Plan équatorial de Jupiter**

Etapes = 3

- 1 - Soleil et plan écliptique
- 2 - Orbite de la Terre et Terre
- 3 - Orbite de Jupiter et Jupiter

Plan orbite Jupiter

Etape 0 : Référentiel et perspectives

1 - Pour changer de perspective et de grossissement

Si la fenêtre 3D est active (cliquer une fois dedans), l'icône  **Tourner la vue Graphique 3D** permet d'orienter le repère dans tous les sens :

- Tenir le bouton gauche appuyé et déplacer la souris.
- Manipuler doucement pour ne pas perdre le contrôle de l'orientation.

2 - Pour zoomer :

- Placer le pointeur de la souris à l'endroit que l'on veut laisser fixe,
- Agir sur la molette dans un sens ou dans l'autre pour grossir ou diminuer

N.-B. : pour reprendre la main dans la fenêtre Graphique, il faut quitter le mode 3D :

appuyer sur la touche **Esc** ou cliquer sur la touche Sélection 

3 - Pour déplacer tout le graphique 3D valider l'icône 

Déplacer Graphique. (Partie 3D)

Dans la fenêtre Graphique 3D apparaissent :

- Les trois axes du référentiel cartésien :

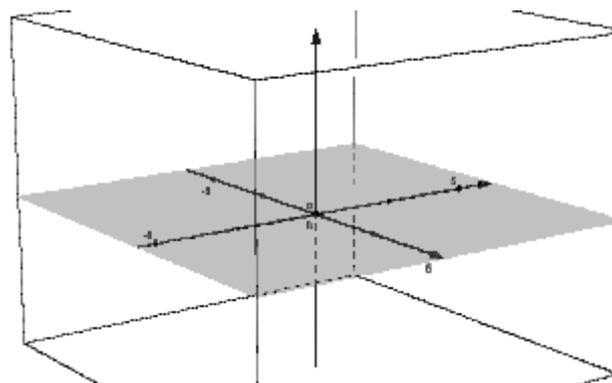
Ox (rouge), Oy (vert) et Oz (bleu).

Dans le système solaire le plan de référence est le plan de l'écliptique, plan de l'orbite de la Terre (plus précisément CDG du système Terre-Lune)

Le plan xOy représente donc le plan de l'écliptique.

Les unités sont en ua.

La direction Ox est la direction du point vernal ().



Cacher le plan xOy en grisé par l'icône  des menus



Le plan équatorial de Jupiter se déplace parallèlement à lui-même en gardant une inclinaison de **ipole_J** = 2.215° sur l'écliptique.

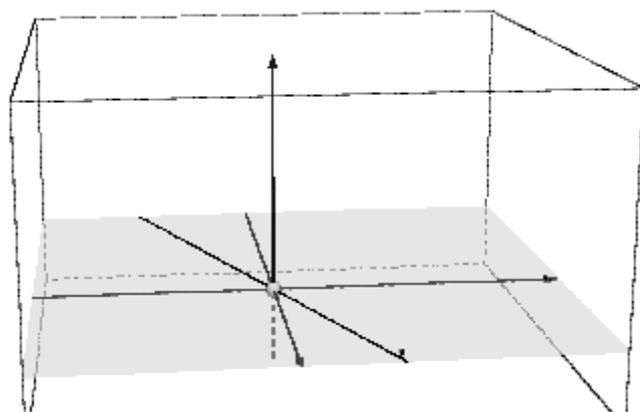
Son orientation est fixée par la direction de son intersection avec le plan de l'écliptique.

$$_E = -22.275^\circ \text{ (ou } 337.725^\circ)$$

Etape 1 : Soleil et plan écliptique

On construit :

- le plan de l'écliptique (jaune clair) et le point Soleil
- Le point vernal ()
- Le pont Soleil
- Construction plan de l'écliptique : **peclp: z = 0**
Propriétés – couleur : (255,215,0) = #FFD700 , opacité 50%
- Le point Soleil **S = (0,0,0)**
De couleur jaune : (255,215,0) = #FFD700 par exemple et de Taille 6 ou 7.
- Le point vernal = **(1.1; 0°)**



Etape 2 : Terre et son orbite

Construire l'orbite de la Terre et la Terre assujettie au curseur **tps**.

$$c_T = \text{Cercle}[S, 1]$$

Placer la Terre.

En coordonnées cartésiennes :

$$T = (d_T * \cos(\text{Elément}[lg_T, tps + 1]^\circ), d_T * \sin(\text{Elément}[lg_T, tps + 1]^\circ), 0)$$

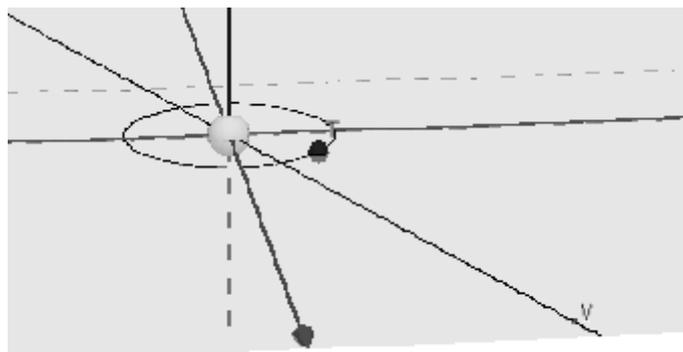
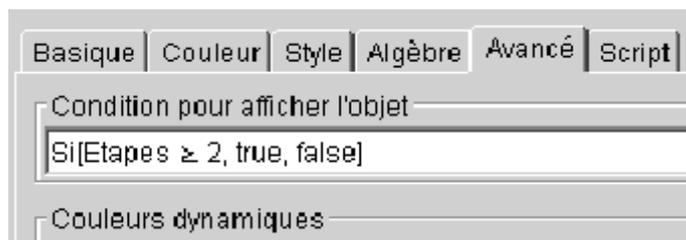
En coordonnées polaires :

$$T = (\text{Elément}[d_T, tps + 1]; \text{Elément}[lg_T, tps + 1]^\circ; 0)$$

Ne faire apparaître **T** et **c_T** que lorsque **Etapes** est à 2.

Faire varier le temps **tps**.

Noter les positions remarquables du 21 mars et du 23 septembre.



Etape 3 : Orbite de Jupiter et planète Jupiter

Construire l'orbite de Jupiter et le point Jupiter

Pour l'orbite on se sert des points des éphémérides que l'on a dans le tableur.

L'orbite étant pratiquement circulaire, on fait passer un cercle par les deux points extrêmes et le point milieu des données :

```
J_1 = (Elément[d_J, 1]; Elément[lg_J, 1]°; Elément[l_t_J, 1]°)
J_2 = (Elément[d_J, npt/2]; Elément[lg_J, npt/2]°; Elément[l_t_J, npt/2]°)
J_3 = (Elément[d_J, npt]; Elément[lg_J, npt]°; Elément[l_t_J, npt]°)
c_J = [Cercle[J_1, J_2, J_3]
```

Point Jupiter :

```
J = (Elément[d_J, tps + 1]; Elément[lg_J, tps + 1]°; Elément[l_t_J, tps + 1]°)
```

Donner une couleur à Jupiter et une grosseur de 3 ou 4.

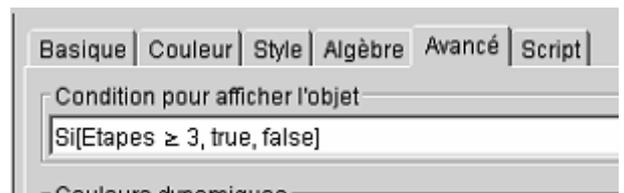
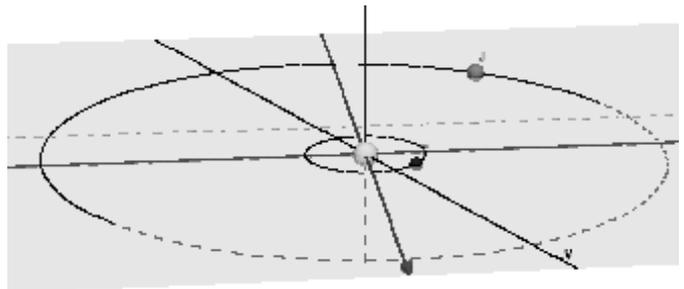
Faire varier le temps sur toute la plage du curseur.

Comment varie Jupiter ?

Il ne fait qu'un douzième de cercle pendant que la Terre fait un tour complet.

Ne faire apparaître le cercle **c_J** et le **point J** qu'à la troisième étape :

On peut cacher pour la clarté, tous les labels des objets.



Plan de l'Orbite de Jupiter

Faire apparaître le plan de son orbite

```
pjup = Rotation[Rotation[peclp, iorb_J°, axeX], (_E)°, axeZ]
```

Inclinaison : rotation / à Ox

Rotation dans la plan de l'écliptique pour alignement des noeuds

Le colorier (102,204,0) = #66CC00 (par ex.), opacité 50%.

Condition pour afficher l'objet. En plus de l'étape 3, on peut le cacher par la case à cocher **fpj** :

```
Si[Etapes >= 3, true, false] ∧ fpj
```

Tracer la ligne des nœuds intersection plan de l'orbite – plan écliptique :

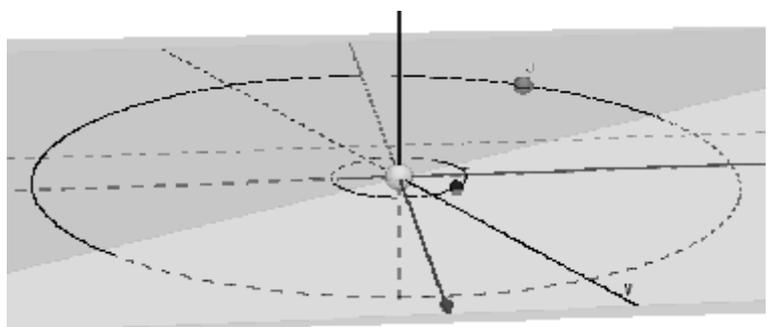
```
lgd = IntersectionChemins[pjup, peclp]
```

Le plan de l'orbite est le plan vert

Visibilité par la case à cocher :

3 - Orbite de Jupiter et Jupiter

Plan orbite Jupiter



Remarquer la ligne d'intersection vert foncé qui est la ligne des nœuds de l'orbite de Jupiter.

Cacher le plan de l'orbite et passer à l'étape suivante.

Etape 4 : Plan de l'équateur de Jupiter et axe de rotation

Faire apparaître le plan équatorial :

pequat = Translation[rotation[Rotation[peclp, ipole_J°, axeX], _O , axeZ], Vecteur[J]]

Inclinaison : rotation / à Ox pour l'inclinaison

Rotation pour alignement ligne des noeuds

Translation pour le faire passer par le centre de Jupiter.

Le colorier (99,219,219) = #63DBDB (par ex.),
opacité 50%.

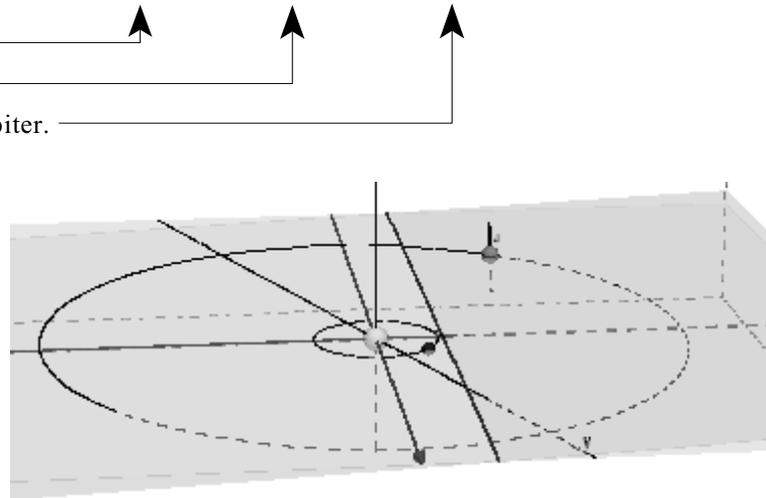
Condition pour afficher l'objet :

Si[Etapes >= 4, true, false]

Tracer la ligne d'intersection plan écliptique – plan équatorial :

Igeq = IntersectionChemins[pequat, peclp]

La colorier (204,0,0) ou #CC0000 par ex.



L'axe de rotation de Jupiter

Tracer l'axe de rotation de Jupiter :

Sous forme d'un petit segment.

Axe de rotation de Jupiter :

drp = Perpendiculaire[J, pequat]

Pour limiter le segment on se réfère à deux plans de part et d'autre de Jupiter à une distance de :

h_p = 0.65

Construction des plans que l'on cache :

pl_1 : z = h_p + z(J)

pl_2 : z = -h_p - z(J)

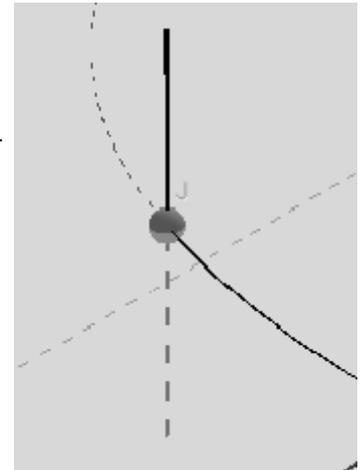
Intersections :

P_N = Intersection[drp, pl_1]

P_S = Intersection[drp, pl_2]

Tracé du segment axe de rotation :

PP' = Segment[P_N, P_S]



5 - passage Terre et Soleil dans le plan

Faire varier le temps pour voir le balayage de l'intersection sur le plan de l'écliptique et les rencontres avec le Soleil et la terre.

En faisant varier le temps, pouvez-vous estimer les dates où le Soleil et la Terre sont dans ce plan ?

Qu'observons nous pour la Terre ?

La Terre tournant plus vite sur une plus petite orbite passe plusieurs fois dans le plan équatorial de Jupiter.

Pour mieux estimer ces dates, on va mesurer la distance de la Terre et le Soleil au plan équatorial de Jupiter.

Distance Soleil et Terre au plan équatorial de Jupiter (en km) :

dist_S = Distance[S, Intersection[pequat, Perpendiculaire[S, pequat]]] ua

dist_T = Distance[T, Intersection[pequat, Perpendiculaire[T, pequat]]] ua

Faire afficher ces valeurs à l'étape 5.

A la traversée, ces distances sont nulles.

Distances plan équatorial Jupiter :
Terre : 1789715 km
Soleil : 6235740 km

La progression du temps se faisant par saut de 1 jour, rechercher les dates qui minimisent les distances Soleil et Terre à ce plan.

Comparer par rapport aux dates de l'IMCCE (à trouver sur Internet).

Compléments

Les éphémérides sont données avec un pas de un jour. Les positions de la Terre et Jupiter progressent donc par saut.

Pour améliorer la simulation, il est possible d'avoir un curseur temps **tps** qui avance par jours, heures et minutes. Les positions de la Terre et Jupiter (distances, longitudes et latitudes) seront calculées par interpolation entre les valeurs du jour et du jour suivant.

Curseur temps **tps**

Le curseur **tps** est transformé. On lui donne un incrément variable. Cet incrément sera fourni par un autre curseur **inc** à trois positions ou valeurs, 1, 2 et 3.

A chacune de ces positions est associée sous forme de liste :

- une valeur d'incrément **incd** = {1, 1/24, 1/24/60}
- un nom d'unité temporelle **inct** = {"jours", "heures", "minutes"}

L'incrément du curseur **tps** deviendra :

Élément [incd , inc]

On cachera le label du curseur **inc** et inscrira juste au dessus l'unité de l'incrément : **Élément[inct , inc]**.

Le temps décimal **tps** est décomposé par une fonction outil **jdhm.ggt** déjà construite et incluse dans le fichier ggb chargé.

Syntaxe : **t = jdhm[tps]**

En retour, la fonction donne 4 valeurs numériques :

nom var.	Signification
t_1	partie entière de tps (numéro du jour -1)
t_2	partie décimale de tps (pour les calculs d'interpolation)
t_3	Heures entières (pour affichage)
t_4	Minutes (pour affichage)

Afficher avec la date, les heures et les minutes.

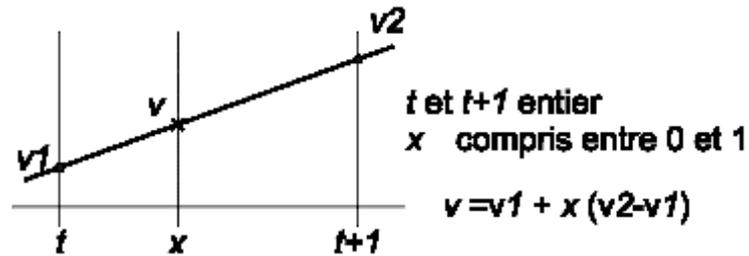


Calcul par interpolations des positions

Il reste à calculer les valeurs interpolées des positions des points **T** et **J** au temps **tps**.

On se sert d'une deuxième fonction outil : **ynterp.ggb**.

Syntaxe : $v = \text{ynterp}[x, v1, v2]$



x : valeur entre 0 et 1

Pour le calcul des valeur à **tps** : t_2 .

$v1$ et $v2$ les valeurs des listes (distances, longitudes, latitudes) d'indice t_1+1 et t_1+2

Longitude de la Terre : $\text{llg_T} = \text{ynterp}[t_2, \text{Elément}[\text{lg_T}, t_1 + 1], \text{Elément}[\text{lg_T}, t_1 + 2]]$

Longitude de Jupiter : $\text{llg_J} = \text{ynterp}[t_2, \text{Elément}[\text{lt_J}, t_1 + 1], \text{Elément}[\text{lt_J}, t_1 + 2]]$

Latitude de Jupiter : $\text{llt_J} = \text{ynterp}[t_2, \text{Elément}[\text{lt_J}, t_1 + 1], \text{Elément}[\text{lt_J}, t_1 + 2]]$

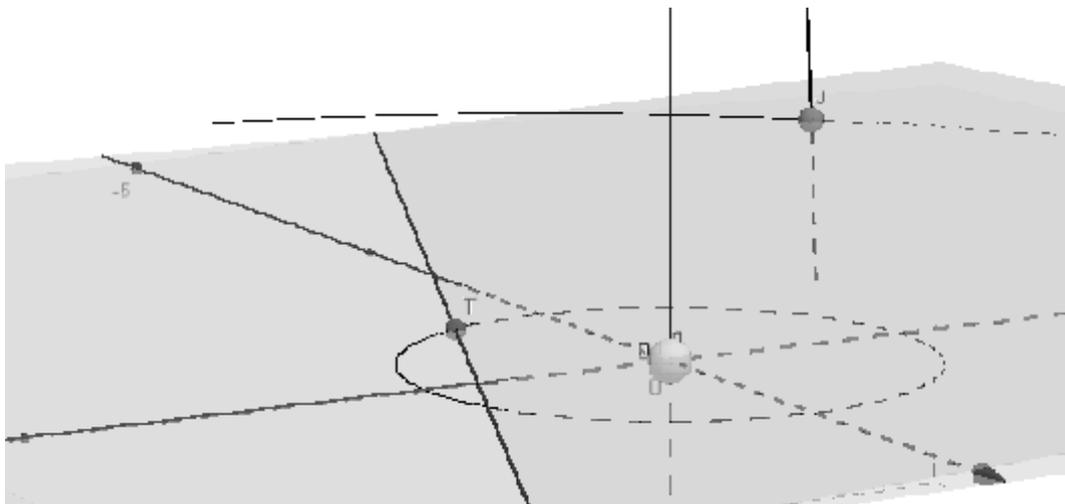
Distance Jupiter : $\text{dd_J} = \text{ynterp}[t_2, \text{Elément}[\text{d_J}, t_1 + 1], \text{Elément}[\text{d_J}, t_1 + 2]]$

Distance Terre : $\text{dd_T} = \text{ynterp}[t_2, \text{Elément}[\text{d_T}, t_1 + 1], \text{Elément}[\text{d_T}, t_1 + 2]]$

Positions des points :

$$T = (\text{dd_T}; \text{llg_T}^\circ; 0) \quad \& \quad J = (\text{dd_J}; \text{llg_J}^\circ; \text{llt_J}^\circ)$$

Remarque : l'interpolation linéaire utilisée n'est qu'une première approximation. Pour affiner cette interpolation, il aurait fallu prendre une interpolation quadratique (parabole par ex.) passant par trois point. Mais ici, les différences premières sont plus petites que le $1/1000^{\text{ème}}$, et justifie l'emploi d'une interpolation linéaire.



De la précision des résultats

La comparaison avec les résultats de l'IMCCE montre une différence plus ou moins importante sur les dates de traversée.

Si l'on regarde l'influence des données de départ (inclinaison et position des plans), on voit que ces valeurs ont une grande influence sur les résultats. Or on ne trouve dans les bases de données que des valeurs avec seulement deux chiffres significatifs et pas toujours homogènes.

Pour minimiser ce problèmes, toutes les données sont ramenées à J2000.

Partie II - Eclipses et occultations mutuelles des Satellites galiléens de Jupiter

Dans la première partie nous avons vu comment les rotations de Jupiter et de la Terre autour du Soleil amenaient tous les 6 ans le Soleil et la Terre à traverser le plan équatorial de Jupiter.

C'est à cette occasion que les satellites galiléens éclairés par le Soleil, vus de la Terre présentaient une série d'éclipses et d'occultations mutuelles.

Nous allons maintenant simuler ces phénomènes en plaçant Jupiter au centre du repère et en suivant les différentes directions Terre-satellites et Soleil-satellites, pouvoir comprendre et prédire l'enchaînement des éclipses et des occultations.

La construction permettra aussi de retrouver les interactions des satellites avec Jupiter et suivre les passages des satellites et leurs ombres sur le disque de Jupiter ainsi que les occultations et éclipses.

Dates à retenir (données IMCCE) :



Passage de Jupiter au nœud ascendant	9 novembre 2013
Opposition de Jupiter	6 février 2015 à 19h20min TU
Passage du Soleil dans le plan équatorial	5 février 2015
Passages de la Terre dans le plan équatorial	8 nov. 2015 10 avril 2015 5 mai 2015

Comme dans la première partie, nous simulerons les mouvements du Soleil, Terre et Jupiter sur un an :

1^{er} septembre 2014 – 1^{er} septembre 2015

Comme les satellites galiléens ne sont pas ponctuels, les effets mutuels peuvent se produire de façon totale ou partielle aux alentours de ces dates de traversées.

Les phénomènes se produisant dans l'espace, nous utiliserons *Geogebra 3D* pour en faire une *simulation réaliste*. La complexité est augmentée par le déplacement de la Terre sur son orbite durant la période d'observation.

Données de départ

Ouvrir le fichier Geogebra « *simul_satsatjup_3D0.ggb* »

En premier lieu ne rien toucher, si ce n'est de faire varier le temps et la date à l'aide du curseur **tps**.

Dans le fichier de départ on trouve :

Dans la partie **Tableur** les éphémérides du 1^{er} sept. 2014 au 1^{er} sept. 2015. Toutes ces données sont converties en listes dans la partie **Algèbre** :

- dates journalières **dates**
- longitudes, latitudes et distances (géocentr.) de Jupiter/ Terre : $lg_{J/T}$, $lt_{J/T}$ et $d_{J/T}$
- longitudes, latitudes et distances (héliocentr.) de Jupiter / Soleil : $lg_{J/S}$, $lt_{J/S}$ et $d_{J/S}$

Dans la partie **Algèbre** :

- Les inclinaisons des plans orbital et équatorial : $iorb_J$ et $iequat_J$
- Les orientations de ces plans (direction du nœud ascendant) ω et ϵ

Et pour les satellites galiléens :

- Les périodes orbitales P_1 , P_2 , P_3 et P_4
- Les rayons des orbites a_1 , a_2 , a_3 et a_4
- les rayons en km des 4 satellites : R_1 , R_2 , R_3 et R_4
- les longitudes des satellites au temps origine (1^{er} sept. 2014) : $lg0_1$, $lg0_2$,...

Pour simplifier, les orbites des satellites sont considérées dans le plan de l'équateur de Jupiter.

Algèbre

Liste

- $d_{J/S} = \{5.27998, 5.28033, 5.28068, \dots\}$
- $d_{J/T} = \{0.46116, 0.46319, 0.46522, \dots\}$
- $dates = \{^01/09/2014, ^02/09/2014, \dots\}$
- $lg_{J/S} = \{124.75534, 124.83534, \dots\}$
- $lg_{J/T} = \{130.16642, 130.37342, \dots\}$
- $lt_{J/S} = \{0.53537, 0.53704, 0.53871, \dots\}$
- $lt_{J/T} = \{0.46116, 0.46319, 0.46522, \dots\}$

Nombre

- $P_1 = 1.76914$
- $P_2 = 3.55118$
- $P_3 = 7.15455$
- $P_4 = 16.68902$
- $R_J = 69911$
- $a_1 = 422000$
- $a_2 = 671000$
- $a_3 = 1070000$
- $a_4 = 1883000$

- $iorb_J = 1.3053$
- $ipole_J = 2.215$
- $lg0_1 = 294.34$
- $lg0_2 = 346.09$
- $tps = 0$
- $ua = 149597870.7$
- $\Omega_E = -22.275$
- $\Omega_\Omega = 100.55615$

Données complémentaires pour les changements d'unités de distances :

- l'unité astronomique en km : **ua**
- le rayon équatorial de Jupiter en km : **R_J**

Pour parcourir la période temporelle, on donne aussi un curseur temps et l'affichage de la date correspondante avec le jour, les heures et les minutes

Afin de faire varier plus aisément le curseur temps avec les touches flèches, plus soupagement qu'avec le pointeur de la souris, l'incrément du temps est variable à l'aide d'un curseur **inc** à trois positions : jours, heures, minutes :

Voir détails et maniement de la fenêtre 3D dans la partie I.

Étapes de la simulation

Le référentiel 3D de Geogebra est :

- centré sur Jupiter
- le **plan xOy** est parallèle au plan de l'écliptique.
- l'échelle des distances est en *rayons de Jupiter*

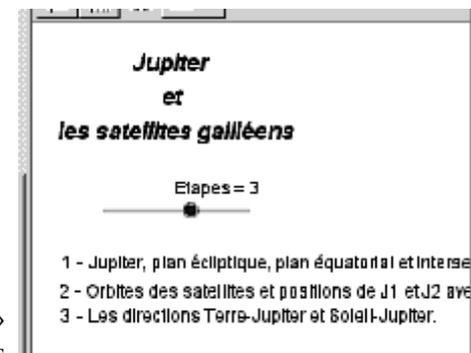
Pour ne pas surcharger le graphique, nous ne travaillerons dans un premier temps qu'avec les satellites **J1** et **J2** soit Io et Europe.

Étapes (apparaîtront avec le curseur Étapes) :

- 1 - Jupiter, plan parallèle écliptique, plan équatorial et intersection
- 2 - Orbites des satellites et positions de J1 et J2 avec **tps**.
- 3 - Les positions Terre et Jupiter.
- 4 - Les directions Jupiter et satellites avec Terre et Soleil.
- 5 - Les critères d'interaction des satellites avec Jupiter.
- 6 - Les critères d'interaction des satellites entre eux.

Curseur étape

Une fois que la simulation sera achevée, on introduira un curseur « **Étape** » qui permettra de montrer les différentes stades de la construction afin de donner les explications.



Étape 1 – Plan écliptique, plan équatorial de Jupiter et intersection.

Le fichier *simul_satsatjup0_3D.ggb* étant ouvert, dans la fenêtre **Graphique 3D**, apparaissent :

Les trois axes du référentiel cartésien : **Ox** (rouge), **Oy** (vert) et **Oz** (bleu).

A construire :

- Le plan parallèle au plan de l'écliptique , plan horizontal passant par l'origine

$$\text{peclp} : z = 0$$

Propriétés : **couleur jaune** (plan de la lumière du Soleil), **opacité 50%**

- Le plan équatorial est une copie du plan précédent que l'on fait tourner :

1 - de l'angle **iequat_J**, inclinaison du plan équatorial de Jupiter sur l'axe écliptique, axe de rotation, axe origine **Ox**

2 - suivi d'une 2^{ème} rotation pour positionner la ligne des noeuds : rotation suivant l'axe **Oz** de **_E** longitude du noeud ascendant.

$$\text{pequat} = \text{Rotation}[\text{Rotation}[\text{peclp}, \text{ipole_J}^\circ, \text{axeX}], \text{_E}^\circ, \text{axeZ}]$$

Propriétés : **couleur (120,220,220)** ou #78DCDC, opacité 50%

- L'intersection des deux plans :

$$\text{Ingd} = \text{IntersectionChemins}[\text{pequat}, \text{peclp}]$$

- Mettre le point central de Jupiter et le cacher

$$J = (0,0,0)$$

- La planète est représentée par un sphère de rayon unité :

:

$$Pla_J = \text{Sphère}[J , (0 , 0 , 1)]$$

Propriétés : **couleur rouge, opacité 75%**

Cacher son étiquette.

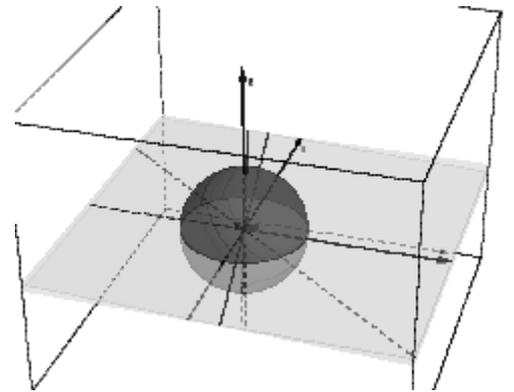
- L'axe de rotation a pour direction celle d'un vecteur unitaire perpendiculaire au plan **pequat** que l'on cachera.

$$vpole = \text{VecteurUnitaire}[pequat]$$

Construire le segment de 3.5 rayons de Jupiter de longueur :

$$jaxe = \text{Segment}[\text{Translation}[J , vpole] * 1.75 , \text{Translation}[J , -vpole] * 1.75]$$

Réduire le zoom pour voir à plusieurs rayons de Jupiter (2 à 3).



Etape 2 – Orbites des satellites et J1 et J2.

Il faut mettre les deux satellites J1 et J2 sur orbite.

Il faut donc tracer leurs cercles orbites avec

- leur rayon ramenés en rayons de Jupiter
- tournés pour venir dans le plan équatorial

Tracer les orbites des satellites : cercles de rayon a_i , inclinés de i_{orb_J} et tournés de $_E$:

$$c_1 = \text{Rotation}[\text{Rotation}[\text{Cercle}[J , a_1 / R_J] , ipole_J^\circ , axeX] , _E^\circ , axeZ]$$

Propriétés : **couleur gris , épaisseur 1, opacité 100%**

Cacher son étiquette.

Idem pour J2.

$$c_2 = \text{Rotation}[\text{Rotation}[\text{Cercle}[J , a_2 / R_J] , ipole_J^\circ , axeX] , _E^\circ , axeZ]$$

ATTENTION : pour créer les cercles c_1 et c_2 , il faut que la fenêtre **graphique 1** soit validée, car avant rotations, le cercle construit est dans le **plan xOy**.

Construire les points **J1** et **J2** :

Si les orbites étaient dans le plan écliptique on positionnerait le point J1 par un point en coordonnées polaires :

- rayon de l'orbite (a_i)
- longitude origine + la rotation du satellite depuis le temps origine (vitesse de rotation $360 / P$)

$$lg0_i + 360/P * tps$$

$$J_i = (a_i / R_i ; (lg0_i + 360/P * tps)^\circ)$$

Sur lequel on applique la double rotation :

$$J_i = \text{Rotation}[\text{Rotation}[(a_i / R_i ; (lg0_i + 360 / P * tps)^\circ) , ipole_J^\circ , axeX] , _E^\circ , axeZ]$$

Appliquer à **J1** et **J2**.

Etape 3 – Les positions Terre et Soleil

Pour avoir les lignes directrices des éclipses et occultations, il va falloir positionner en fonction du temps **tps** la Terre et le Soleil.

Comme les positions sont données pour chaque jour à 0h TU, il faudra interpoler pour avoir celles correspondantes aux valeur décimales.

Voir partie I Interpolations page 8.

Retour sur le curseur temps, temps décimal

Le curseur **tps** donne des valeurs de temps en jours décimaux.

Pour avoir la date, il faut en extraire la partie entière (indice des éphémérides) et la partie décimale dont on tire le nombre d'heures et le nombre de minutes.

Ceci se fait au moyen de l'outil **jdhm** inclus dans le fichier, qui prend comme argument une valeur décimale (**tps** ici) et qui donne 4 valeurs indicées de 1 à 4 (ici **t** : **t_1** (partie entière), **t_2** (partie fractionnaire), **t_3** (heures) et **t_4** (minutes).

La syntaxe de l'outil est :

$$t = jdhm[tps]$$

et il est créé : t_1, t_2, t_3 et t_4

Un deuxième outil donnent les valeurs d'interpolation : **ynterp** qui a pour syntaxe :

$$y = ynterp[x, v1, v2]$$

- Distances interpolées

$$d_S = ynterp[t_2, \text{Elément}[d_{\{J/S\}}, t_{1+1}], \text{Elément}[d_{\{J/S\}}, t_{1+2}]] * ua / R_J$$

$$d_T = ynterp[t_2, \text{Elément}[d_{\{J/T\}}, t_{1+1}], \text{Elément}[d_{\{J/T\}}, t_{1+2}]] * ua / R_J$$

- Longitudes et latitudes jovicentriques interpolées du Soleil

$$lg_S = ynterp[t_2, \text{Elément}[lg_{\{J/S\}}, t_{1+1}], \text{Elément}[lg_{\{J/S\}}, t_{1+2}]] - 180$$

$$lt_S = -ynterp[t_2, \text{Elément}[lt_{\{J/S\}}, t_{1+1}], \text{Elément}[lt_{\{J/S\}}, t_{1+2}]]$$

On doit bien mettre l'indice t_{1+1} au temps **tps**, car les indices des listes commencent à 1 et le temps à 0.

Les données de l'IMCCE sont héliocentriques ou géocentriques. Il faut les rendre jovicentriques avec le **-180** en longitudes et le signe (–) en latitudes.

- Longitudes et latitudes jovicentriques interpolées de la Terre :

$$lg_T = ynterp[t_2, \text{Elément}[lg_{\{J/T\}}, t_{1+1}], \text{Elément}[lg_{\{J/T\}}, t_{1+2}]] - 180$$

$$lt_T = -ynterp[t_2, \text{Elément}[lt_{\{J/T\}}, t_{1+1}], \text{Elément}[lt_{\{J/T\}}, t_{1+2}]]$$

Pour placer les points, on utilise la syntaxe de Geogebra 3D du point en coordonnées sphériques :

- Point Terre $T = (d_T ; lg_T^\circ ; lt_T^\circ)$

- Point Soleil $S = (d_S ; lg_S^\circ ; lt_S^\circ)$

Etape 4 – Directions Jupiter et satellites avec Terre et Soleil.

Construire les directions :

Terre – Jupiter $d_{TJ} = droite[T, J]$ – bleue, épais. 3

Soleil – Jupiter $d_{SJ} = droite[S, J]$ – jaune, épais. 3

On construit de même les directions Soleil – satellites et Terre - satellites

Terre – J1 $d_{TJ1} = droite[T, J_1]$ – bleue épais. 1

Soleil – J1 $d_{SJ1} = droite[S, J_1]$ – jaune, épais. 1

Terre – J2 $d_{TJ2} = droite[T, J_2]$ – bleue, épais. 1

Soleil – J2 $d_{SJ2} = droite[S, J_2]$ – jaune, épais. 1

Pour plus de clarté, il est créé deux boîtes de visualisation :

- une pour toutes les droites venant du Soleil (**fsol**, légende : *Droites éclipses*) : **dSJ**, **dSJ1**, **dSJ2**
- une pour toutes les droites venant de la Terre (**ftr**, légende : *Droites occultations*) : **dTJ**, **dTJ1**, **dTJ2**

Etape 5 – Les critères d’interaction des satellites avec Jupiter.

Lorsque la droite qui relie le Soleil à un satellite intercepte Jupiter on a soit :

- une **éclipse** du satellite s’il est plus loin que Jupiter du Soleil
- un **passage de son ombre** s’il est plus près

Lorsque la droite qui relie la Terre à un satellite intercepte Jupiter on a soit :

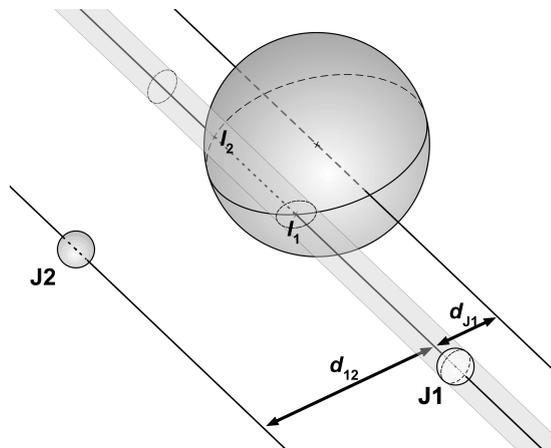
- une **occultation** du satellite s’il est plus loin que Jupiter de la Terre
- un **passage devant Jupiter** s’il est plus près

Il y a deux façons de tester l’interaction d’un satellite avec Jupiter :

- 1 – Par l’intersection d’une droite Terre-satellite ou Soleil-satellite avec la sphère de Jupiter
- 2 – par les distances de **J** à ces droites qui sont soit $> R_J$ ou $\leq R_J$

En faisant varier le temps **tps**, on teste en même temps, l’existence de l’interception et la distance du satellite à la Terre ou le Soleil (devant ou derrière). En fonction du test, on affiche l’état du phénomène et l’affichage temps donne le jour et l’heure.

Le test de la distance est utilisé et on crée les objet distances et tests logiques :



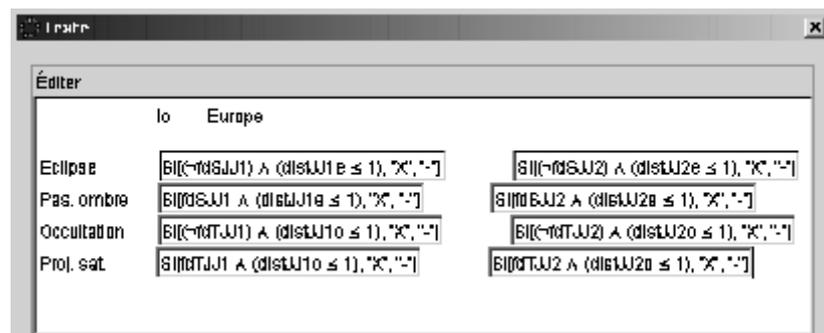
Distances	Tests devant - derrière (valeurs logiques)
distJJ1e = distance[J,dSJ1]	fdSJJ1=si[Distance[S, J] > Distance[S, J_1],true,false]
distJJ2e = distance[J,dSJ2]	fdSJJ2=si[Distance[S, J] > Distance[S, J_2],true,false]
distJJ1o = distance[J,dTJ1]	fdTJJ1=si[Distance[T, J] > Distance[T, J_1],true,false]
distJJ2o = distance[J,dTJ2]	fdTJJ2=si[Distance[T, J] > Distance[T, J_2],true,false]

L’affichage des interactions se fait en combinant les différents tests de proximité des droites et position par rapport à Jupiter, un “X” correspond à l’événement, un tiret à un non événement :

Tests d’événements et affichage

	<i>Io</i>			<i>Europe</i>		
	Test interc.	Test dist.	affichage	Test interc.	Test dist.	affichage
Eclipse	Si[(¬fdSJJ1) ∧ (distJJ1e ≤ 1) , "X", "-"]			Si[(¬fdSJJ2) ∧ (distJJ2e ≤ 1) , "X", "-"]		
Occultation	Si[(¬fdTJJ1) ∧ (distJJ1o ≤ 1) , "X", "-"]			Si[(¬fdTJJ2) ∧ (distJJ2o ≤ 1) , "X", "-"]		
Proj. Sat.	Si[fdTJJ1 ∧ (distJJ1o ≤ 1) , "X", "-"]			Si[fdTJJ2 ∧ (distJJ2o ≤ 1) , "X", "-"]		
Pass. ombre	Si[fdSJJ1 ∧ (distJJ1e ≤ 1) , "X", "-"]			Si[fdSJJ2 ∧ (distJJ2e ≤ 1) , "X", "-"]		

Ecriture Texte



Affichage

	<i>Io</i>	<i>Europe</i>
Eclipse	-	-
Pas. ombre	X	-
Occultation	-	X
Proj. sat.	X	-

Avec l’exemple ci-dessus construire le tableau (texte) qui affiche les différents cas et événements.

Etape 6 : Interactions mutuelles

On calcule la distance de chaque satellite à la droite passant par le Soleil et l'autre satellite, de même pour la Terre :

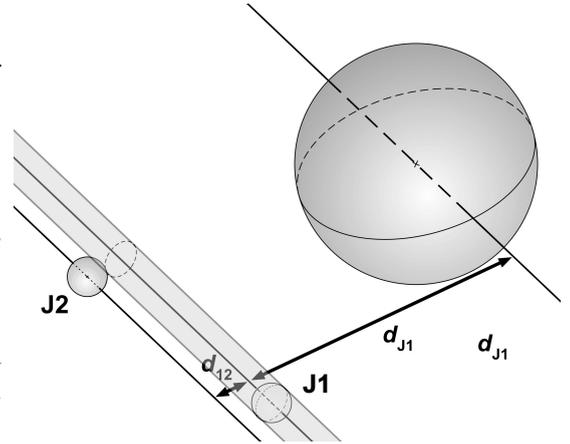
$$\text{distJ21e} = \text{Distance}[J_2, d_{SJ1}] R_J$$

$$\text{distJ21o} = \text{Distance}[J_2, d_{TJ1}] R_J$$

Si ces distances sont plus petites que la somme des rayons des satellites, il y aura éclipse ou occultation :

$$\text{cc21} = R_1 + R_2$$

Au test distance, il faut ajouter le test de la distance satellite à la Terre ou Soleil pour savoir si c'est J1 ou J2 qui éclipse ou qui occulte :



Ce qui donne le *Test éclipse mutuelle* :

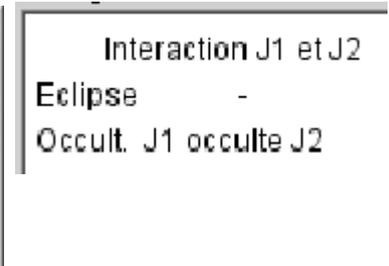
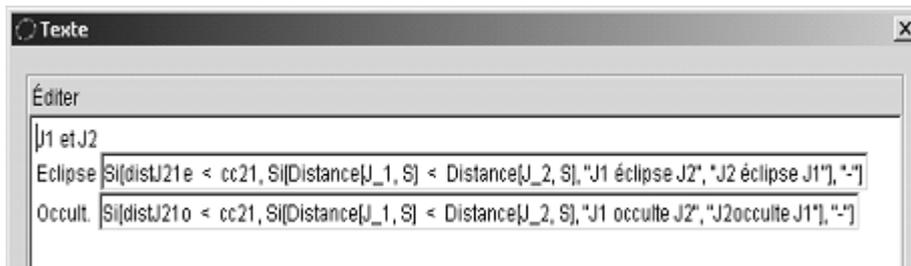
Si[$\text{distJ21e} < \text{cc21}$, Si[$\text{Distance}[J_1, S] < \text{Distance}[J_2, S]$, "J1 éclipse J2", "J2 éclipse J1"], "-"]

et le *Test occultation mutuelle* :

Si[$\text{distJ21o} < \text{cc21}$, Si[$\text{Distance}[J_1, T] < \text{Distance}[J_2, T]$, "J1 occulte J2", "J2 occulte J1"], "-"]

Ecriture Texte

Affichage



A comparer avec les données de l'IMCCE.

Remarque :

L'ensemble des tests n'est pas complet pour toutes les combinaisons possibles.

Il manque les cas où les satellites s'éclipsent ou s'occulent et sont aussi en interaction avec Jupiter.

