Astrogebra

Zieuter Vénus

Visibilité de Vénus et ses phases

Le mystère des variations de l'éclat de Vénus, son mouvement proche du Soleil ne fut éclairci qu'avec Kepler avec sa foi en l'héliocentrisme et surtout Galilée. Sa lunette lui ayant révélé :

- les phases
- les changements de diamètre angulaire

Le mouvement de Vénus devenait clair ainsi que ses aspects.

Nous allons, maintenant que l'on connaît bien les orbites des planètes construire une animation

1) - positionnant les trois points Soleil, Vénus, Terre
2) - montrant Vénus vue du Soleil et de la Terre
3) - permettant de calculer l'angle de phase
4) - traçant les limites jour-nuit de Vénus, et la partie de Vénus vue de la Terre
5) - Dessiner une représentation du disque de Vénus en fonction de sa distance à la Terre, avec la séparation lumière obscurité.

Les rudiments de Geogebra sont supposés connus. Pour une initiation voir sur le site de Geogebra (http://www.geogebra.org/fr/) ou s'initier par la petite application astronomique : **geogellipse** en allant chercher les fichiers sur : *http://www-obs.univ-lyon1.fr/labo/fc/astrogebra/astrogebra.htm*

La ballet Terre Vénus Soleil

Pour ne pas compliquer la géométrie du graphique, Vénus sera supposée orbiter dans le plan de l'écliptique (i=3°23') qui sera le plan de la fenêtre graphique de Geogebra.
Les orbites de la Terre et Vénus seront dans un premier temps assimilées à des cercles.

Les positions relatives de Vénus par rapport au Soleil et à la Terre conditionnent sa distance à la Terre donc sa grandeur angulaire, et l'angle Soleil-Terre-Vénus, l'aspect de phase.

En donnant à une distance prise comme référence un diamètre défini, il sera possible d'afficher un cercle centré sur Vénus vu de la Terre avec un rayon asservi au diamètre angulaire de la planète.
Pour visualiser la phase et afficher la séparation ombre et lumière, Il faudra trouver l'*angle de phase* et tracer la limite lumière et ombre sous forme de demi-ellipse puisque la projection d'un cercle est une ellipse.

Conventions de base
- plan de fenêtre graphique : plan des orbites.
- les distances des planètes seront évaluées en unités astronomiques
- lorsque Vénus est à 1 unité astronomique, par convention *son disque aura un rayon de 0.2* dans l'échelle du graphique.

Sous Geogebra

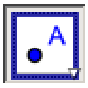
- Ouvrir Geogebra.
- Faire apparaître la fenêtre Algèbre
- Cacher la fenêtre Tableur

Mise en place du trio SVT

Créer les 3 points : S, V et T

- S : le point Soleil, que l'on peut mettre en (0,0)
- T : le point Terre, à une distance d'environ 1 de S. On précisera plus tard
- V : le point Vénus, à une distance max de 1.7 de T et pas trop près

Ajuster le zoom de la fenêtre graphique et son centrage par rapport au point S.

Création des points soit par le bouton  et renommer, ou par la fenêtre de saisie : *S=(0,0)* ; *V=(1.4,0.3)…*

Soleil et Terre resteront des points, Vénus sera concrétisée par un cercle centré sur *V* et de rayon 0.4 :

cv=Cercle[V,0.4]

Aspect de Vénus

Quelques données sur Vénus :

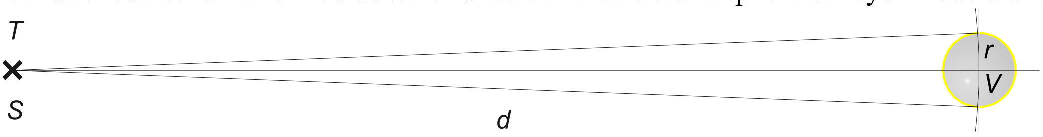
Demi-grand axe = 0.7233 1 u.a. = 149597870 km rayon = 6056 km

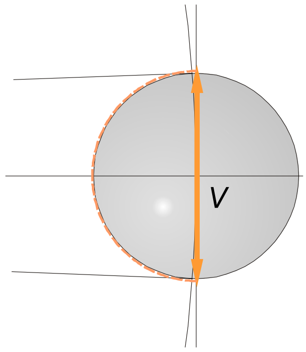
A mettre en mémoire comme objets indépendants :

$a\_V = 0.7233 \qquad ua = 149597870 \qquad R_{Vénus} = 6056$

Partie visible d'une sphère

Vénus *V* vue de la Terre *T* ou du Soleil *S* est semblable à une sphère de rayon *r* vue à une distance *d*.





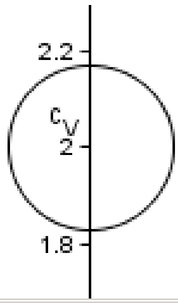
La partir visible ou éclairée est celle sous tendue par le cône de sommet T ou S tangent à la sphère.
Mais la distance *d* étant toujours très grande on prendra pour partie visible ou éclairée la demi-sphère tournée vers le point *T* ou *S*.
La limite de la partie visible sera un grand cercle.
Projetée sur le plan, cette limite sera un diamètre du cercle perpendiculaire à la ligne de visée *TV* ou *SV*.

Disque de Vénus

L'aspect de Vénus vue du point *T* et éclairée par le point *S* sera affiché dans un cercle centré en *(0,2)* et dont le rayon variable sera assujetti à la distance Terre-Vénus.
Référence du diamètre Vénus :

Rayon cercle *r_c*= 0 .2 lorsque distance *TV* = 1 u.a.

Et centré sur *x_V = 0, y_V = 2*

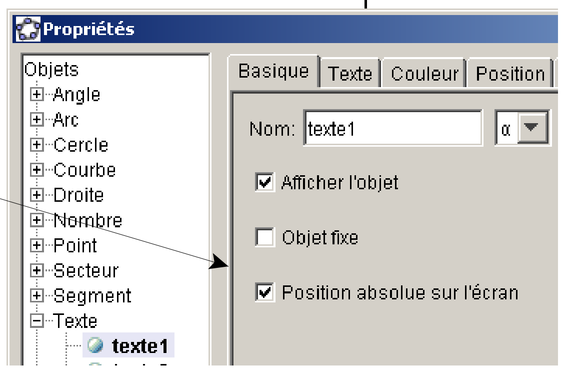


Diamètre angulaire de Vénus

La distance Terre Vénus étant grande par rapport au diamètre de Vénus, son diamètre angulaire varie comme l'inverse de cette distance

d_{TV}=Distance[T,V]
r_V = r_0/d_{TV}
c_V = Cercle[(x_V,y_V),r_V]

Afficher cette distance et le diamètre angulaire de Vénus :
*"diam. Vénus : " + (2 R_{Venus} / (d_{TV} ua) 180 * 3600 / ?) + """ + "dist T-V : " + d_{TV} + " u.a."*
Mettre ce texte en position absolue à l'écran
Affichage du diamètre de Vénus en seconde d'arc



En radians le diamètre angulaire vaut : $diam_V = \dfrac{2R_{Vénus}}{d_{TV}}$

Et en seconde d'arc $diam_V = \dfrac{2R_{Vénus}}{d_{TV} \cdot ua} \times \dfrac{180}{\pi} \times 3600$

En positionnant à l'aide de la souris, les points *T* et *V* regarder les valeurs extrêmes que peut prendre le diamètre angulaire de Vénus vue de la Terre.

Aspect diamètre	distance (u.a.)	diam. ang.
Maximum		
Minimum		

Phases de Vénus

Angle de phase

L'angle de phase a pour sommet le centre de l'objet éclairé, la direction du Soleil comme premier côté et la direction de l'observateur de l'autre.

Sous Geogebra, l'angle de phase est immédiat si *S*, *T* et *V* sont respectivement les points Soleil, Terre et Vénus.

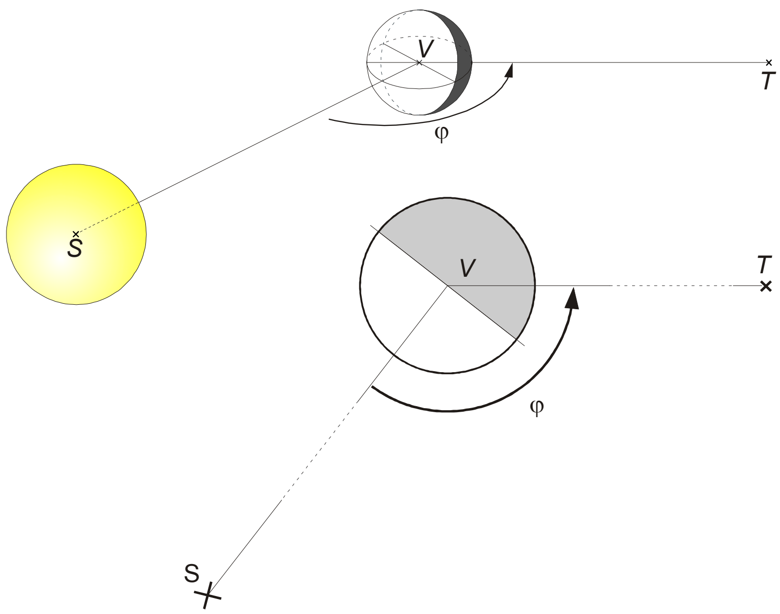
Créer les segment : *ST*, *V*T et *VS*

ST = Segment[S,T] …

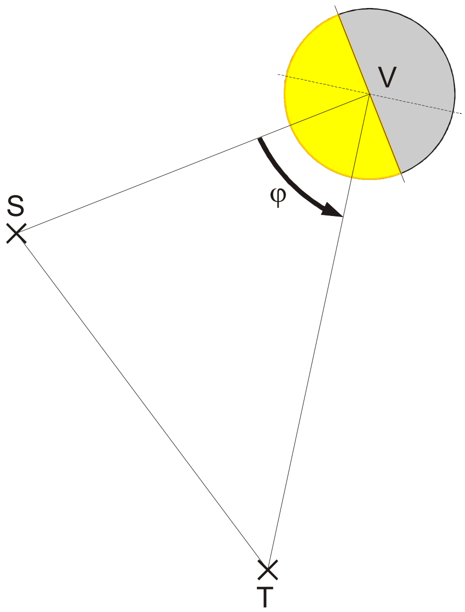
Angle de phase :

φ = *Angle[Vecteur[V, S], Vecteur[V, T]]*

ou φ = Angle[S, V, T]

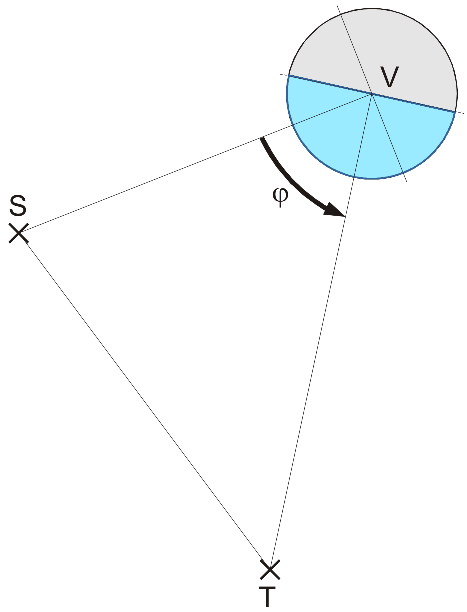


Soleil - Vénus



Partie éclairée - Partie à l'ombre

Terre - Vénus



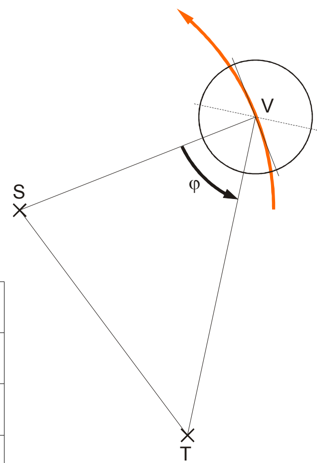
Partie visible - Partie invisible

Variations de l'angle de phase

Vénus dans son orbite passe entre le Soleil et la Terre et tourne dans le sens direct.
Lors des rotations de la Terre et de Vénus, dans quel sens varie φ ?
Il diminue.

0° ➡ 270° ➡ 180° ➡ 90° ➡ 0°

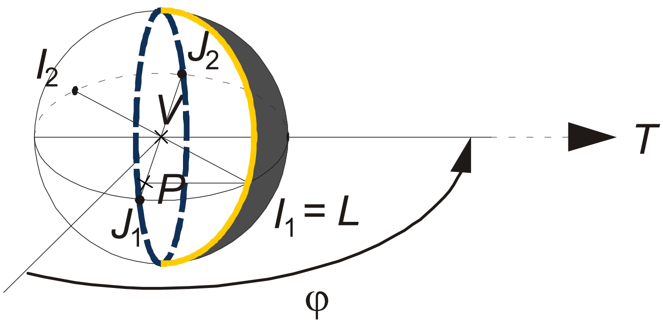
A quoi correspondent ces positions ? (Réponses à la fin)

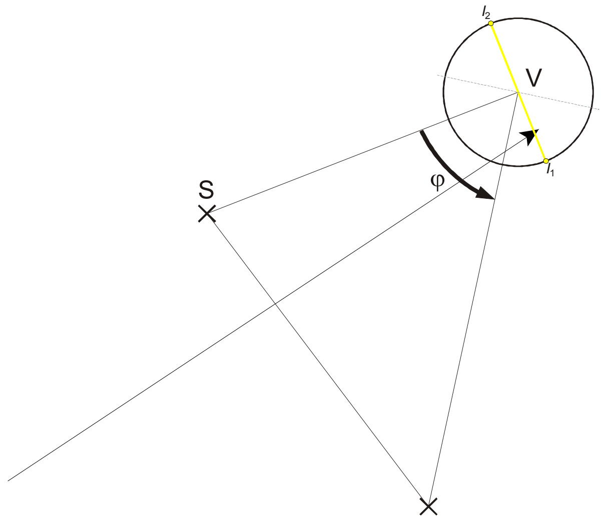


	Phase	Position
φ = 0°		
φ = 270°		
φ = 180°		
φ = 90°		

Soleil - Vénus

Construction de la limite jour-nuit





Sur le graphique, c'est le segment perpendiculaire à *SV* en *V*.

Sous Géogébra :

1 – construire la droite perpendiculaire à *SV* en *V*

dp_{SV}= Perpendiculaire[V,VS]

2 – Intersection de cette droite avec le cercle *cv*

I=Intersection[cv,dp_{SV}]

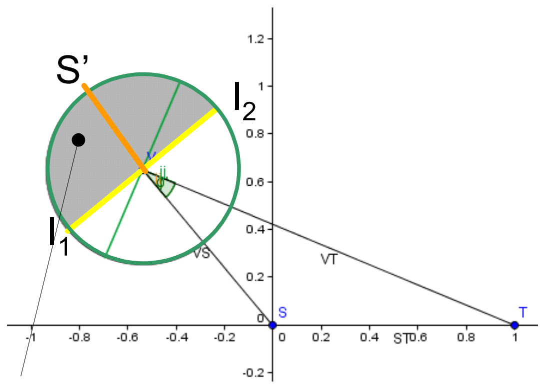
qui crée I_1 et I_2. Cacher la droite.
On peut passer l'étape de la droite perpendiculaire avec

I=Intersection[cv, Perpendiculaire[V,VS]]

3 – construire le segment joignant les intersections

ii=Segment[I_1,I_2]

Cacher les points I_1 et I_2.
Epaissir le segment et le mettre en jaune.



Partie à l'ombre

La partie dans l'ombre de Vénus peut être mieux visualisée en créant un **secteur circulaire**.
Ce sera la partie du cercle *cv* opposée au Soleil et limité par les points I_1 et I_2 et un troisième point du cercle : *S'* point opposé au Soleil sur le cercle.

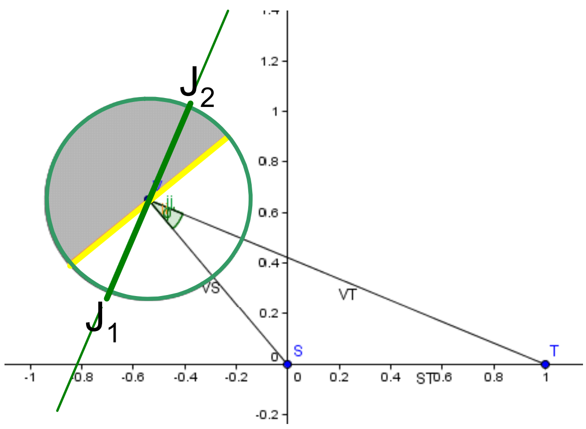
S'=Intersection[cv,demidroite[V,Vecteur[S,V]]]

Secteur circulaire :

scv=SecteurCirculaire3points[I_1, S', I_2]

Enlever l'étiquette de *scv* et cacher *S'*
Donner une couleur grise à *scv* avec une transparence de 50%.

Terre - Vénus



Construction de la limite partie visible de la Terre
Segment perpendiculaire à *VT* en *V*.

Sous Géogébra :

1 - construire la droite perpendiculaire à *SV* en *V*

dp_{VT}= Perpendiculaire[V,VT]

2 - Intersections de cette droite avec le cercle cv

J=Intersection[cv,dp_{VT}]

crée J_1 et J_2. Cacher la droite.

On peut passer l'étape de la droite avec

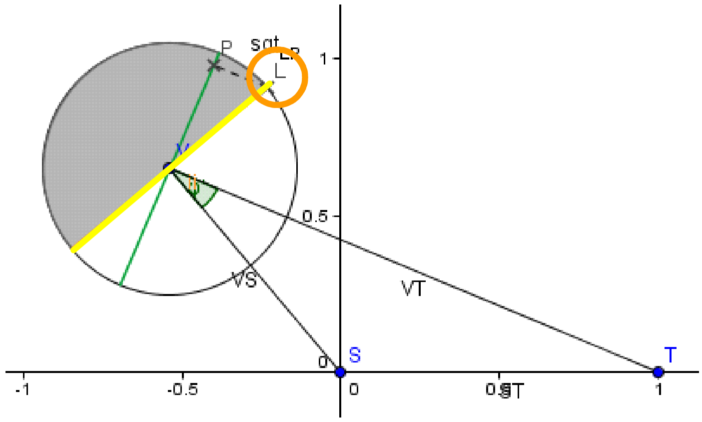
J=Intersection[cv, Perpendiculaire[V,VT]]

3 - construire le segment joignant les intersections

jj=Segment[J_1,J_2]

Cacher les points J_1 et J_2.
Epaissir le segment et le mettre en vert.

Projection de la limite ombre lumière



La limite ombre lumière peut être assimilée à un grand cercle.
Ce cercle est perpendiculaire au plan Soleil-Terre-Vénus.
Il est représenté sur le graphique par le segment I_1I_2.
Recherche du point I_1 ou I_2 visible de la Terre (le plus près de *T*) :

L = Si[distance[I_1,T] < distance[I_2,T],I_1,I_2]

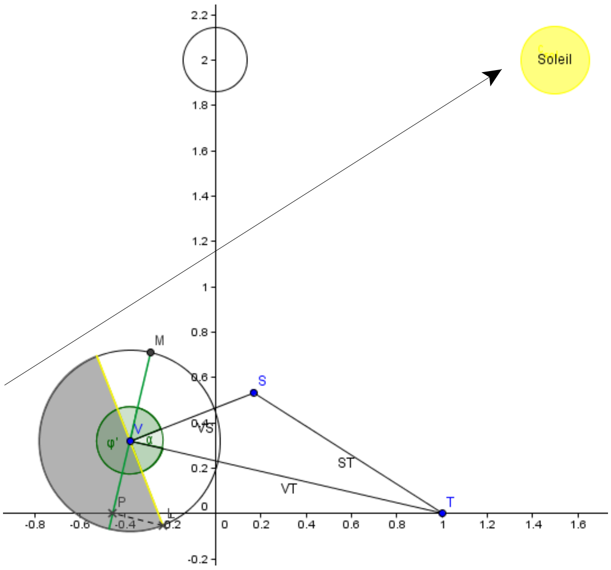
Vu de la terre, *L* se projette en *P* sur le disque de Vénus représenté par le segment J_1J_2 (en vert).

P = Intersection[jj,droite[L,T]]

Changer le style de *L* et mettre le signe du point *P* en forme de croix.
Tracer le segment *LP* en pointillé.

sgt_{LP}=segment[L,P]

Image de Vénus et du soleil



Le cercle c_V doit représenter Vénus vue de la Terre, son diamètre changeant avec le diamètre angulaire et la limite éclairée variant suivant la phase.

Vénus et le Soleil

Pour mieux visualiser la partie éclairée et son orientation suivant les positions relatives Soleil et Vénus, un petit soleil va être placé à droite ou à gauche du cercle c_V à la hauteur du cercle et décalée de +/- 1.5 en abscisses.

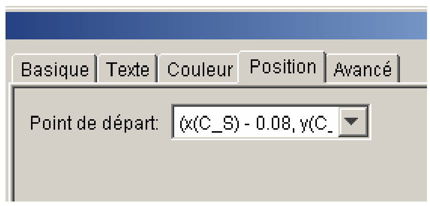
Position du Soleil suivant la disposition de *S*, *V* et *T* (φ) :

xsol=Si[φ > 180 °, 1.5, -1.5]

C_S=(xsol+x_V,y_V)

Tracé du cercle de rayon *r_S=0.15* :

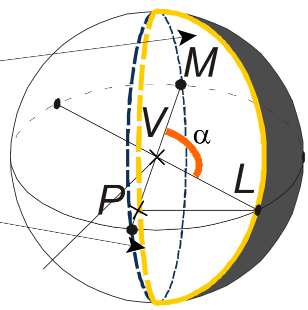
c_{sol}=Cercle[C_S, r_S]



Ecrire au centre du cercle le mot « Soleil ». Dans l'onglet *Propriétés/Position* mettre dans la fenêtre *Point de départ* la position du texte :

(x(C_S) - 0.08, y(C_S) - 0.02)

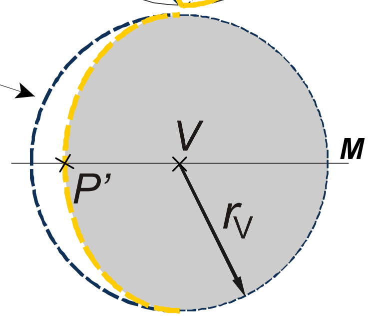
Projection de la limite ombre lumière



Sure Vénus, côté Terre, la limite ombre lumière est un demi cercle.

Il se projette sur le cercle de Vénus suivant une demi-ellipse.

Cette demi ellipse doit être reportée dans le cercle c_V représentant Vénus vue de la Terre avec son diamètre apparent r_V.



Pour définir la position de *L* définissons le point *M*, soit J_1 ou J_2 comme étant le point à droite de *V* vu de *T* :

M = Si[Angle[T, V, J_1] > 180 °, J_2, J_1]

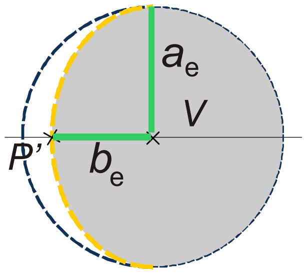
Calcul de la position *P* projection de *L* :

α *= Angle[L,V,M]*

Auquel correspond *P'* dans le cercle c_V

P'=(r_V cos(α)+x_V,y_V)

Tracé de la limite ombre-lumière



Cette demi-ellipse a pour demi-grand et demi-petit axes :

a_e = r_V
b_e = r_V cos(a)

La *fonction ellipse geogebra* trace une ellipse entière.
Pour ne tracer qu'une partie , on va tracer une courbe paramétrée.

Courbe paramétrée

C'est une courbe dont les deux coordonnées x et y sont fonction d'une variable indépendante :

x = f(t)   et   y = g(t)

Syntaxe de la fonction *Courbe*.

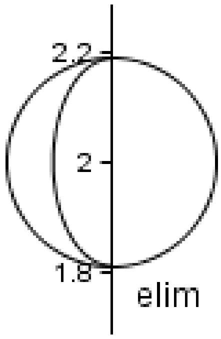
L'ellipse paramétrée :

Sur le disque de Vénus, le petit axe est dirigé suivant l'axe des xabscisses.
Soit *t* la variable

$$\begin{matrix} x = b\cos t \\ y = a\sin t \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \frac{x}{b} = \cos t \\ \frac{y}{a} = \sin t \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \left(\frac{x}{b}\right)^2 = \cos^2 t \\ \left(\frac{y}{a}\right)^2 = \sin^2 t \end{matrix} \Rightarrow \frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

qui est bien l'équation de l'ellipse.

Si *t* varie de 0 à 2π, on a l'ellipse complète, *t* doit donc varier sur une plage moitié.



Pour *t* = 0, on a le point *P'*, *t* = π/2 le point haut, *t* = π, *le point opposé à* P*'* sur l'ellipse et *t* = 3/2 π ou - π/2, le point bas.

Donc il faut tracer ¼ d'ellipse de part et d'autre de *P'*. D'où le tracé

de t_1= -π/2 à t_2 =+π/2

*elim = Courbe[b_e*cos(t) + x_V , a_e*sin(t) + y_V , t , -pi/2 , pi/2]*
x(t)   y(t) t_1 t_2

On peut cacher *P'*.

Mise sur orbite des planètes

Mettre le Soleil au centre : *S=(0,0)*

A partir des rayons des orbites   *a_T = 1* et *a_V = 0.723*,
tracer les deux cercles d'orbites

co_T=cercle[S,a_T]
co_V=cercle[S,a_V]

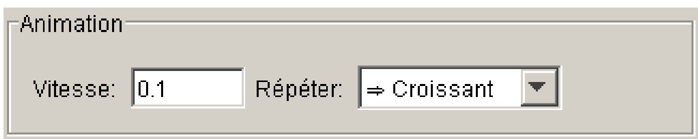
Créer un curseur Temps *tps* avec une plage de 4000 jours

Créer les objets périodes   *per_T = 365.25*   et   *per_V = 224.7*
Les planètes seront positionnées sur leurs orbites cercles par les angles θ_T et θ_V :

*θ_T = tps * 360°/per_T*   *T=(a_T;θ_T)*
*θ_V = tps * 360°/per_V*   *V=(a_V;θ_V)*

Animation

Cocher la case Animation dans les *Propriétés/Basique* de *tps* avec un sens croissant et une vitesse plus petite ou égale à 0.05 dans l'*Onglet curseur* :



Raffinements

1 - Faire écrire entre Vénus et le Soleil, si Vénus est étoile du soir ou du matin.

Texte	Position	Test de visibilité
Vénus étoile du soir	(0.5, 1.75)	Si[φ< 180 °, true, false]
Vénus étoile du matin	(-0.5, 1.75)	Si[φ>180 °, true, false]

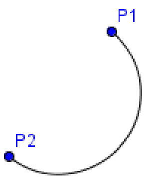
2 - Faire afficher dans un texte :
- la phase φ
- les moments caractéristiques (conjonctions, plus longues élongations).

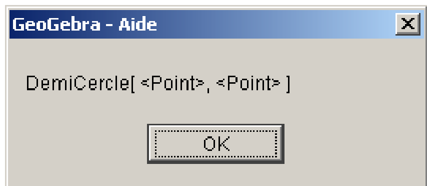
Texte :
"Phase : " + φ + " " + (Si[φ> 89.5 ° ∧ φ < 90.5 °, "Plus longue élongation Ouest", Si[φ > 269.5 ° ∧ φ < 270.5°, "Plus longue élongation Est", Si[φ > 179.5 ° ∧ φ< 180.5 °, "Conjonction inférieure", Si[φ' > 179.5 ° ∧ φ' < 180.5°, "Conjonction supérieure", ""]]]])

Avec φ' = φ +180 ° pour faciliter le test au passage de 359° - 0° - 1°.

3 - Renforcement partie éclairée

Il est possible de mieux visualiser la partie éclairée en superposant au cercle c_V, du côté Soleil, un demi-cercle que l'on mettra en jaune.
La demi-ellipse *elim* limite jour-nuit aura aussi cette couleur.
Le demi-cercle aura comme points de bases, les deux points haut et bas du cercle c_V.



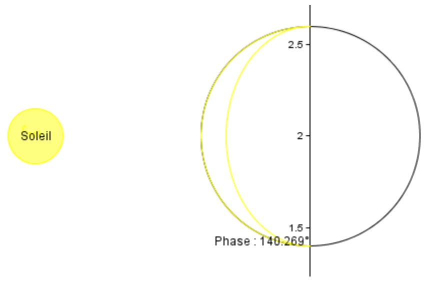


Syntaxe de la fonction DemiCercle.

L'ordre des points influe sur le sens du demi cercle. Le tracé s'effectue dans le sens inverse trigonométrique du premier au deuxième point.

Pour tracer le demi-cercle, faire un test sur l'abscisse *xsol* du petit soleil.

dc_V=Si[xsol>0,DemiCercle[(x_V,y_V+r_V),(x_V,y_V-r_V)],
DemiCercle[(x_V,y_V-r_V),(x_V,y_V+r_V)]]



Réponses

Diamètre angulaire de Vénus

Aspect diamètre	distance (u.a.)	diam. ang.
Maximum	dmin = 1-0.723 = 0.277	60.3''
Minimum	dmax = 1+0.723 = 1.723	9.7''

Variations de l'angle de phase

	Phase	Position
Aspect diamètre	distance (u.a.)	diam. ang.
Maximum	dmin = 1-0.723 = 0.277	60.3''
Minimum	dmax = 1+0.723 = 1.723	9.7''