L’équation du temps en 3D

Construction avec Geogebra - version 1

Le *temps solaire vrai* est l’angle horaire du Soleil. La durée du jour donné par le retour du Soleil au méridien, à cause du mouvement apparent elliptique de celui-ci sur l’écliptique, n’est pas d’une durée constante et stable sur l’année. Il fallut créer un temps artificiel proche du temps solaire, mais régulier et ne changeant pas avec les saisons, c’est le *temps solaire moyen*. Il peut se représenter avec le mouvement d’un soleil fictif parcourant l’*équateur* d’un mouvement uniforme et avec la même période annuelle que le vrai Soleil.

L’écart variable entre les angles horaires du soleil vrai et du soleil moyen s’appelle l’*équation du temps* souvent notée **E**.

Par convention de signe utilisée en France, l’équation du temps est l'équation du temps vrai, c'est-à-dire ce qu'il faut ajouter au temps vrai pour obtenir le temps moyen.

Son expression analytique peut se calculer, entre autre, par des développements limités à partir de la longitude du Soleil obtenue par l’équation de Kepler

$$u - e \sin u = M$$

avec : **e** *excentricité* de l’orbite de la Terre
u *anomalie excentrique*
M *anomalie moyenne*

On passe à l’*anomalie vraie* **v** par la formule : $\tan\frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tan\frac{u}{2}$

La longitude s’obtenant par **lg = v** + ω
ω longitude du périhélie.

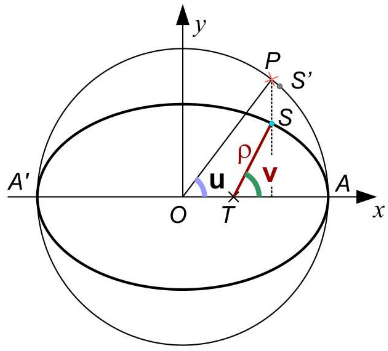


Figure 1.

Dans *Astronomie Générale* Danjon, on trouve après développement en séries et réduction aux termes principaux :

$$E = 460^s \sin M - 592^s \sin 2(\omega+M)$$

Remarque : la valeur de **E** est la différence entre le temps solaire moyen et le temps solaire vrai. On trouve parfois l’inverse par convention.

Sans passer par des calculs, nous allons créer sous Geogebra un *Soleil vrai* parcourant l’*écliptique* suivant l’équation de Kepler et un *soleil moyen* parcourant l’équateur à vitesse uniforme. La différence d’*ascensions droites* nous permettra de tracer l’**équation du temps**.

Le temps solaire, basé sur la rotation terrestre est un phénomène géocentrique. Nous resterons dans ce référentiel pour faire tourner le Soleil en simulant l’orbite du Soleil autour de la Terre. C’est un simple changement de repère de coordonnées. La période ne change pas, le demi-grand axe et l’excentricité non plus. Seule la longitude du périhélie est décalée de ±180°.

Données de départ (données J2000)

e = 0.0167086342 excentricité
n = 0.98560027 en °/jour : moyen mouvement angulaire de la Terre (ou du Soleil)
$\omega = \omega_T$ **+ 180 = 102.93734808 + 180 = 282.93734808°** longitude du périgée
t_0 = 3.15563725490 temps du passage au périgée, en jours décimaux
ε **= 23.4439291 °** inclinaison de l’écliptique sur l’équateur
tps un curseur temps en jours, sur un an.

Pour faciliter l’affichage du temps, une liste de dates sur un an **calendrier**, et son affichage en fonction du curseur **tps** avec en complément, pour donner la saison, les listes **codesaison** et **tsaisons**.

En route, et au travail !

Lancer *Geogebra* (2D ou 3D) et ouvrir le fichier *equat_tps0.ggb*.

Dans ce document les mots en police Arial et **gras** sont les objets de Geogebra existants ou à construire.

1 – La sphère céleste, équateur, pôles, écliptique

Le **plan xOy** représente le plan de l'équateur et la direction **Ox** est celle du point γ ou *point vernal*, direction origine des longitudes géocentriques.

Placer un point Terre au point origine de taille 3, couleur bleu :

G = (0,0)

Construire;

La sphère céleste, rayon unité : **Sphcel = Sphère[(0, 0, 0), 1]** couleur bleu clair et opacité 25%
Le cercle équateur : **c_{equat} = Cercle[(0, 0), 1]**
Les pôles : **P = (0, 0, 1) et P' = (0, 0, -1)**
L'axe du monde : **axemonde = Droite[P, P']**
Le cercle écliptique : **c_{eclp} = Rotation[c_{equat}, ε°, axeX]**
Les pôles de l'écliptique : **Q = Rotation[P, ε°, axeX] et Q' = Rotation[P', ε°, axeX]**
L'axe de l'écliptique : **axeclp = Rotation[axemonde, ε°, axeX]**

Couleurs : bleu pour les éléments équatoriaux, brun pour les éléments écliptiques, mettre les points de Style taille 2 (figure 2).

Sauvegarder avec un nouveau nom de fichier.

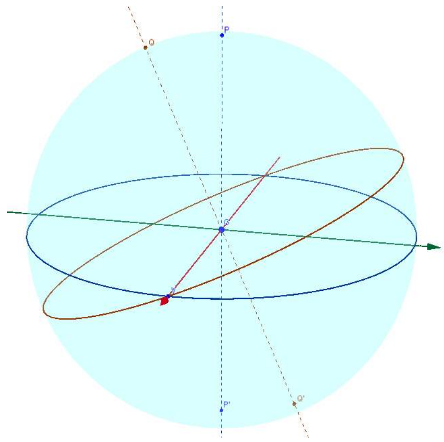


Figure 2.

2 - Le Soleil sur l'écliptique

L'orbite du Soleil est définie par :

- son demi-grand axe (inutilisé pour résoudre l'équation de Kepler)
- l'*excentricité* **e**
- l'*inclinaison* de l'orbite sur le plan équatorial **ε**
- la *longitude du périgée* **ω**

Ces données sont à long terme toutes variables.

Nous nous donnerons en option soit :
- d'utiliser les valeurs à l'époque J2000 (voir données de départ)
- de les faire varier au moyen de curseurs

Donnée	*Nom curseur*	*Val. logique*	*Plage*	*Incrément*
Excentricité	**exc**	**a**	0 à 1	0.001
Inclinaison	**eps**	**b**	20 à 30	0.01
Long. périgée	**omeg**	**c**	0 à 360	0.01

Construire les 3 boîtes et les curseurs.

a, **b**, **c** sont les 3 valeurs logiques correspondantes aux boîtes de visualisation :

e = Si[a, exc, e0]
ε = Si[b, eps, e0]
ω = Si[c, omeg, ω 0]

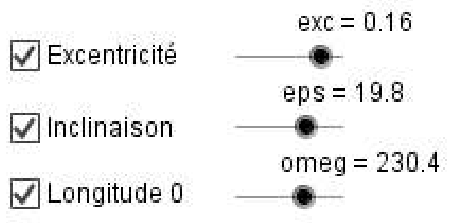


Figure 3.

En premier lieu, aucune case ne sera cochée.

Équation de Kepler

Calcul de l'anomalie moyenne :

M = Reste[360 / P_s (tps - t_0), 360]

On résout l'équation de Kepler graphiquement en la décomposant en deux fonctions :

u - e sin u = M

f1: y = x - M°   et   f2: y = e sin(x)

!!! *Attention : les courbes doivent être construites dans le Gaphique 1 et non dans le Graphique 3D.*
Cacher ces deux courbes.
L'abscisse de l'intersection donnera l'anomalie excentrique **u** que l'on exprime en degrés

u = x(Intersection[f_2, f_1]) * 180 / pi

Calcul de l'anomalie vraie, donnée aussi en degrés

v = 2 * arctan(sqrt((1 + e) / (1 - e)) tan(u° / 2)) * 180 / π

et longitude du Soleil :

lg_S = Reste[v + ω, 360]

Positionner le Soleil et le faire tourner avec le curseur temps **tps** :

S = Rotation[(1; lg_S°; 0), ε°, axeX]

3 - L'ascension droite du Soleil

L'ascension droite du Soleil est donnée par le point **S_α** intersection du demi-cercle passant par **P**, **S** et **P'** et le cercle équateur **c_{equat}**.

Géogebra n'a pas d'outil pour tracer un arc de cercle passant par 3 points dans l'espace. Il faut passer par un cercle et le construire sur ce cercle.

On construit l'arc **PSP'** :

arcPDP' = ArcCercleCirconscrit[P, S, P']

et l'on construit l'intersection de l'arc avec l'équateur :

I = Intersection[arcPSP', c_{equat}]

qui donne hélas deux points symétriques **I_1** et **I_2**.
Choisir celui correspondant au côté Soleil vrai en le renommant en **SI** et en créant le point **S'** :

S_α = (x(SI), y(SI))

Vérifier sa rotation assujettie au point **S**.

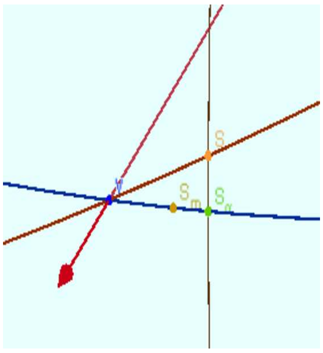


Figure 4.

4 - Le Soleil moyen

C'est un point **S_m** qui tourne de façon uniforme sur l'équateur. Son ajustement en ascension droite sera fait par le curseur **Δα**

S_m = (1; (n * tps + ω)°)

de grosseur 2 et couleur grise.

5 - L'équation du temps

C'est l'arc entre les point **S_m** et **S_α** sur le cercle équateur :

arceqtps = ArcCercle[G, S_m, S_α, PlanxOy] 180 / pi]

que l'on convertit en heures d'angle (24h = 360°) et en minutes, en exprimant les angle de -180 à 180°

Eqtps = Si[arceqtps < 180°, arceqtps, arceqtps-360] / 15 *60

Tracé

On se servira de la fenêtre **Graphique 2** pour le tracé.

Figure 5.

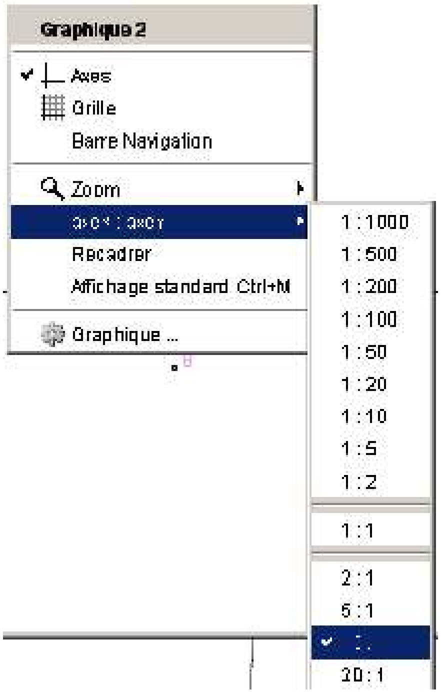


Figure 6.

Pour visualiser la valeur de **Eqtps** variable avec **tps**, on crée un point **A** :

A = (tps, Eqtps)

Affichage seulement dans **Graphique 2** en cochant dans l'onglet "**Avancé**" des Propriétés du **Point A**.

Afficher la **fenêtre Graphique 2** et lui donner un *rapport d'axe de 10*

Taille du **point A** : 1, couleur : vert, Activer la trace

Animer le curseur **tps** avec une vitesse de 0.25.

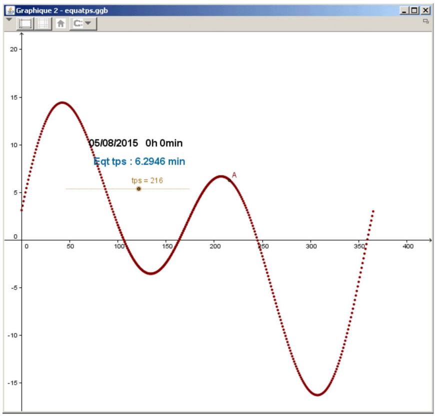


Figure 7.

6 – Equation du centre

L'équation du centre est la différence angulaire, en ascensions droites, des positions du Soleil vrai et d'un deuxième soleil fictif qui tournerait sur l'écliptique à vitesse constante et passant au périgée en même temps que le Soleil vrai.

Sa longitude a pour valeur l'anomalie moyenne **M** :

lg_M = Reste[ω + n * (tps - t_0), 360]
M_S = Rotation[(1; Reste[ω + n * (tps - t_0), 360]°; 0), ε°, axeX]

Son ascension droite est donnée par l'intersection du cercle équateur avec l'arc de cercle **PMsP'** :

arcPMsP' = ArcCercleCirconscrit[P, M_S, P']
J = Intersection[c_{equat}, arcPMsP']

donne les deux points J_1 et J_2.

Créer **S''** le point d'intersection donnant l'ascension droite de **M_S** :

S'' = J_2

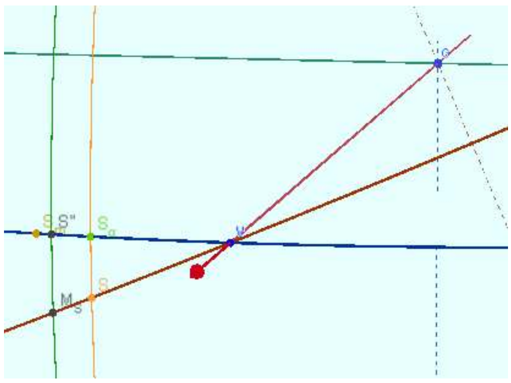


Figure 8.

L'angle entre **S_m** et **S_α** donne la valeur de l'équation du centre :

L'écart angulaire des longitudes de **S** et **M_S** donne l'équation du centre :

Eqtcentre = Si[arceqctr < 180, arceqctr, arceqctr - 360] / 15 (60)

Créer le point **B** (**Graphique 2**, taille 1, couleur mauve et trace activée) :

B = (tps, Eqtcentre)

7 - Réduction à l'équateur

La *Réduction à l'équateur* est l'écart d'ascension droite du au fait que le Soleil parcourt l'écliptique alors que l'angle horaire est pris le long de l'équateur.

Elle correspond à la différence d'ascension droite des deux Soleil moyen, celui de l'écliptique **M_S** et celui de l'équateur **S_m**.

C'est donc l'arc **S"S_m**, donc la différence entre **Eqtps** et **Eqcentre** :

Eqtreduc = Eqtps - Eqtcentre

Créer le point **C** (**Graphique 2**, taille 1, couleur vert et trace activée)

C = (tps, Eqtps - Eqcentre) ou **C = (tps, Eqtreduc)**

Admirer la beauté de la construction animée dans la fenêtre **Graphique 2**.

8 - Variations des paramètres e, ε, ω

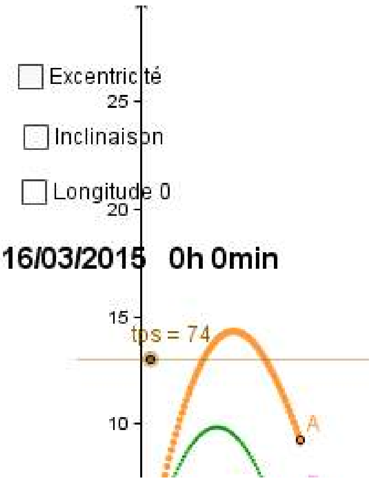


Figure 9.

En validant les trois cases à cocher, il va être possible de suivre les variations de l'*Équation du temps* en fonction des variations de l'excentricité **e**, de l'inclinaison de l'écliptique ε et de la longitude du périhélie ω.

On s'aperçoit que l'équation du temps peut subir de grandes fluctuations en amplitude et déphasage.

Il peut être aussi intéressant pour **e** et ε de mettre un des ces deux paramètres à 0.

ε = 0 l'équation du temps se réduit à l'Equation du centre
e = 0 " " " " " " la Réduction à l'équateur

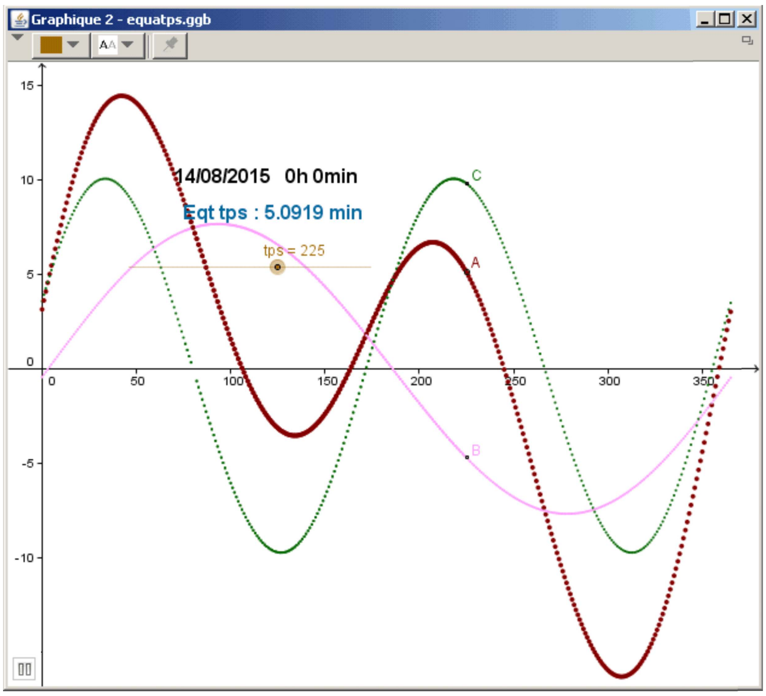
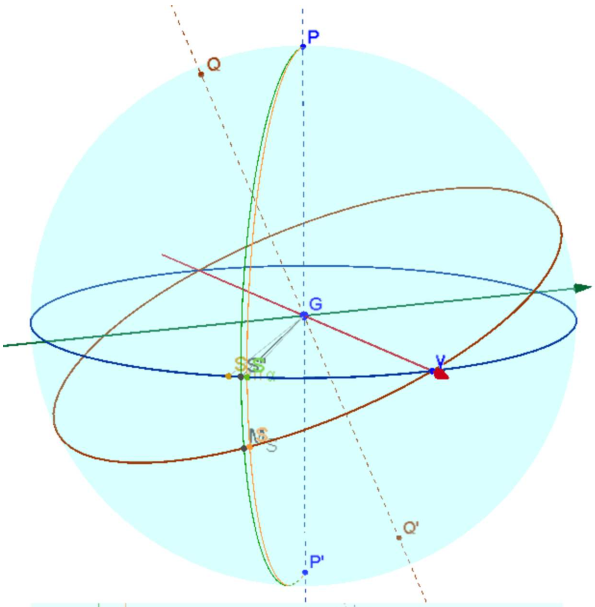


Figure 10.

Fin du travail.

ANNEXES

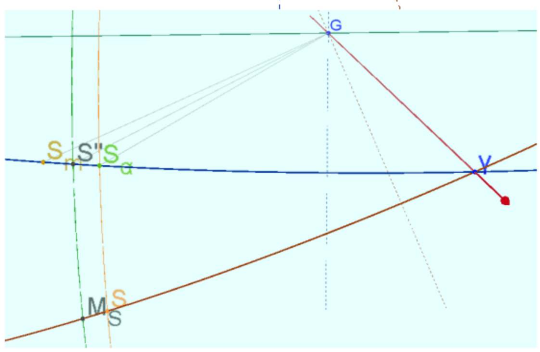


Nomenclature des points

- **S** Point Soleil vrai sur l'écliptique
- **S_α** Intersection **arc PSP'** avec l'équateur (donne l'ascension droite de **S**)
- **S_m** Soleil moyen sur l'équateur
- **M_S** pseudo Soleil à rotation régulière sur l'écliptique
- **S''** Intersection **arc PM_SP**' avec l'équateur (donne l'ascension droite de **M_S**)

Données de l'équation du temps pour J2000

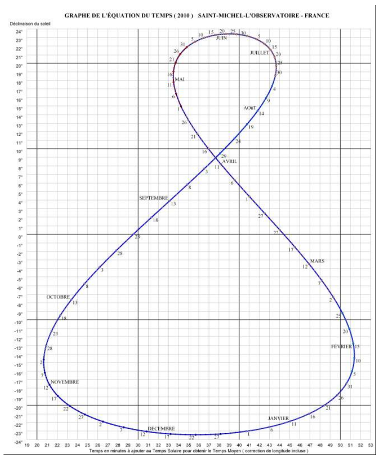
Eqt	*Valeur*	*Date*
maximum	+14:15	11 février
zéro	00:00	15 avril
minimum	-03:41	14 mai
zéro	00:00	13 juin
maximum	+06:30	26 juillet
zéro	00:00	1 septembre
minimum	-16:25	3 novembre
zéro	00:00	25 décembre



E.T. = moyen − apparent.

Positif signifie : le Soleil va plus vite et culmine plus tard. Une petite variation annuelle se produit à cause de l'existence des années bissextiles, se recalant tous les 4 ans.

Remarques sur les tables d'Équation du temps



Pour passer du temps solaire vrai au temps civil et inversement, il est nécessaire d'avoir la valeur de l'équation du temps. Celles-ci sont données soit par :

- le graphique de la sinusoïde telle qu'on l'a construite ici,
- la courbe en 8 faussement appelée l'*analemme* nom qui correspondait du temps de Ptolémée à une projection sur le plan méridien,
- des tables que l'on trouve dans la littérature.

La lecture des deux premières est difficile et peu précise. Les tables ne donnent la valeurs qu'à un jour près et de plus des écarts sensibles peuvent exister entre différentes tables.

Normalement les tables devraient être recalculées pour une période précises avec les paramètres **e**, ε et ω correspondant à cette date.

Ceci étant difficile à réaliser, on se contente des valeurs pour une date pas trop éloignée. Ce qui est plus que suffisant pour les cas habituels d'utilisation, surtout s'ils sont appliqués aux observations du temps dans l'utilisation des cadrans solaires.

De plus les valeurs des paramètres **e**, ε et ω peuvent varier d'une base de données à l'autre pour une même date.