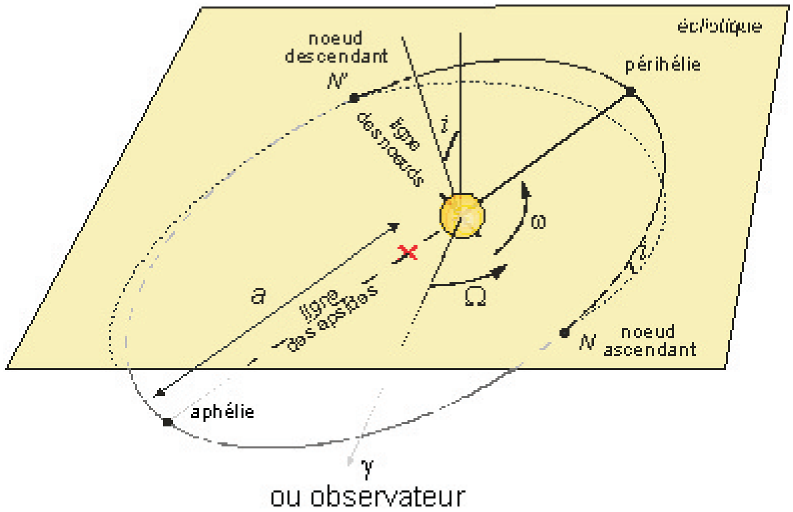
Orbite des planètes et équation de Kepler

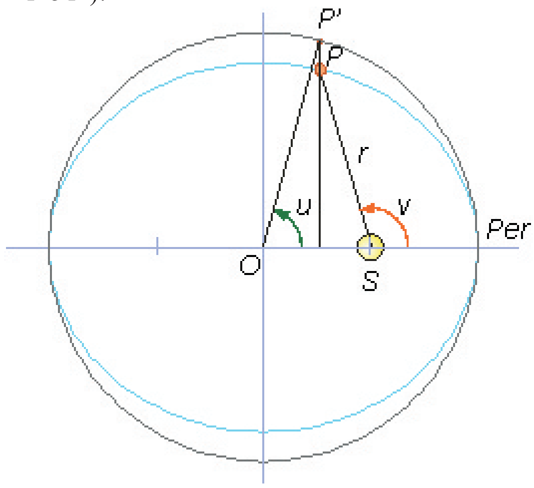
Application aux rétrogradations de Mars



Orbite képlérienne

Orbite plane en forme d'ellipse dont le Soleil occupe un des foyers. En première approximation ce sont les cas des orbites des planètes autour du Soleil.

Définie par :demi-grand axe a
excentricité e
période sidérale P
inclinaison sur l'écliptique i
longitude du nœud ascendant
longitude du périhélie
v dans la feuille Geogebra
Sous Geogebra
- plan de fenêtre graphique : plan de l'orbite
- plan de l'orbite de Mars confondue avec le plan de l'écliptique (i = 1°51').



A l'instant t, le rayon $r(t)$ et l'angle $v(t)$ définissent la position de la planète.
Première loi de Kepler

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos v}$$

Pour calculer r et v à t, on part d'une planète fictive qui tourne sur un cercle de rayon a centré en O, en P jours
Sa position est définie par l'anomalie moyenne M angle que fait le rayon de la planète avec la direction du périhélie.
Si à t_0, la planète est au périhélie

$$M = \frac{360}{P}(t - t_0)$$

Il permet de calculer l'*anomalie excentrique u* angle intermédiaire du point P'.

Formules pour calculer les anomalies

anomie moyenne	anomalie excentrique	anomalie vraie
$M = \frac{360}{P}(t - t_0)$	$u - e \sin u = M$	$\tan\frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tan\frac{u}{2}$

Connaissant la direction du périhélie, il est possible de tracer l'ellipse de paramètres connus et positionner la planète à l'instant t.

Les définitions et formules qui régissent ces trois variables sont explicitées dans le fichier *calcul_saisons.pdf*

Application à l'orbite de Mars

Après avoir construit avec précision les orbites héliocentriques de la Terre et de Mars, on va rendre possible la vision géocentrique du système.
Ceci permettra de voir, de repérer et prédire les positions remarquables de Mars vu de la Terre, par rapport au Soleil, les débuts et fins des rétrogradations. A l'aide d'une carte du ciel, on projettera le parcours de Mars à travers la bande zodiacale.
Fichiers de départ : *retromars0.ggb* et retromars.pdf

Dans la feuille Géogébra *retromars0.ggb*, on donne dans le tableur toutes les données qu'il faut pour construire les orbites : demis-grands axes, excentricité, etc.

	A	B	C
1	1 ua	149597870	
2			
3		Terre	Mars
4	a	149598034	227939184
5	e	0.017	0.093
6		1.855	
7	P	365.256	686.98
8	lg périh	102.937°	336.06°
9		Date origi...	Date
10	Année	2009	2012
11	Mois	8	12
12	Jour	1	21
13	Heures	0	11
14	Minutes	0	12
15			
16	long. 0	308.75°	37.9°
17	année périh	2009	2009
18	mois péri	1	4
19	jour péri	4	21
20	heure péri	15	9
21	min péri	20	46

Explicitons ces données

B1 - l'unité astronomique en km, car nous nous ramènerons à l'échelle de l'unité astronomique sur le graphique.

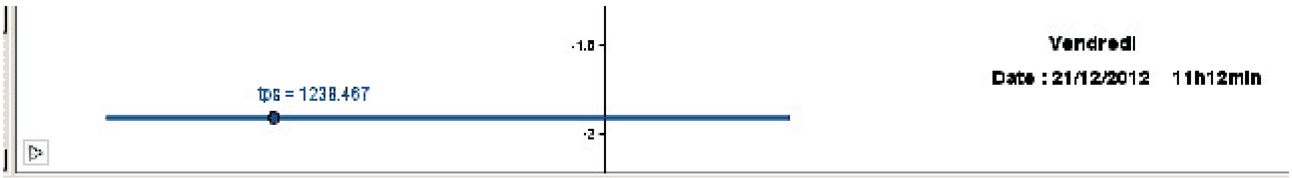
Pour la Terre et Mars,

- B4, C4 les demis-grands axes en kilomètres
- B5, C5 les excentricités
- B7, C7 les périodes en jours
- B8, C8 les longitudes des périhélies

Comme on veut des orbites précises, et que les positions sont repérées dans le temps qui est la variable principale, il nous faut aussi :
- un curseur temps sur plusieurs années : variable *tps*
- une origine des temps d'où partira la variation du temps donnée par la variable *tps*.

B10	année	B13	heures
B11	mois	B14	minutes
B12	jour		

Le date réelle en fonction de *tps* s'affichera sur le graphique et aussi dans les cellules C10 à C14.



Données de départ

La résolution de notre problème passe par la résolution de l'équation de Kepler donc par l'anomalie moyenne qui prend son origine au périhélie. Il faut connaître par les éphémérides les dates des derniers passages aux périhélies avant notre date origine pour les deux planètes. Ces dates, décomposées, sont pour :

- la Terre cellules B17 à B20
- Mars cellules C17 à C20

Variables de départ

Ces notations de cellules de la fenêtre tableur ne sont très agréables à manier. On va créer dans Géogébra, des variables plus parlantes pour les demis-grands axes, les excentricités, les periodes, les longitudes au temps 0 et les longitudes des périhélies

Nota : indices sous Géogébra
Les indices des variables ont une syntaxe spéciale d'écriture. S'il n'y a qu'une seule lettre en indice on écrira dans les formules *A_i* qui apparaîtra comme A_i. Si en indice, on doit avoir plusieurs caractères, on écrira *A_{Mars}* qui apparaîtra comme A_{Mars}.

	demi-grands axes	excentricités	périodes	long. périhélies	longitudes à t0
Terre	a_T =B4/B1	e_T =B5	per_T =B7	$Lper_T$ =B8	L_{0T} =B16
Mars	a_M =C4/B1	e_M =C5	per_M =C7	$Lper_M$ =C8	L_{0M} =C16

Lorsque l'on a pas à changer les données de base, on peut fermer la fenêtre tableur pour gagner en visibilité sur la fenêtre graphique.

Dates et variables temps

Pour la commodité des observations, on se réfère à une date conventionnelle donnée par l'année, le mois, etc. Les calculs se font avec une variable continue temps *tps*, donnée par un curseur, en jours décimaux ; pour relier les deux, il va falloir convertir la date en jours juliens [2] et inversement trouver la date du jour julien de l'instant considéré.

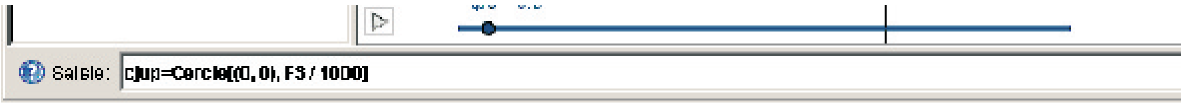
Les dates utiles vont être converties en jours juliens par les formules conventionnelles (voir Annexe I en fin de document). Les variables sont déjà pré-rentrées dans la feuille Géogébra

jj0 jour julien de la date de départ des calculs (B10 à B14)
jj jour julien de la date de calcul (la date correspondante apparaît en bas à droite de la feuille graphique)
jjp_T jour julien du passage de la Terre à son périhélie
jjp_M jour julien du passage de Mars à son périhélie

Ces variables sont données dans la partie algèbre du fichier en objets auxiliaires. (à ne pas détruire, ni utiliser pour d'autres usages ainsi que : *a*, *alp*, *b*, *c*, *d*, *e*, *hr*, *ht*, *jjs*, *jr*, *mr*, *mt*, *yr*.)

Orbites de la Terre (et de Mars)

On construit en premier lieu l'orbite de la Terre.
Les variables et les équations sont rentrées dans la fenêtre de saisie en bas de la page



Lors de la création des variables de la deuxième planète, il sera alors commode de parcourir les lignes déjà écrites avec les flèches *haut* et *bas* pour les changer (noms, variables, etc) et créer sans difficultés son orbite.

Orbite de la Terre

On crée successivement les trois variables *anomalie moyenne, anomalie excentrique* et *anomalie vraie* nécessaire au positionnement de la planète à une date.

Anomalie moyenne M
C'est l'angle qu'aurai une planète fictive tournant uniformément sur un cercle de rayon de demi-grand axe de la planète, de même période. Son origine est le périhélie dont on connaît la date du dernier passage et sa direction. L'anomalie moyenne est l'angle parcouru par la planète entre cet instant de passage au périhélie et notre date donnée par *tps*.

A *tps*, le nombre de jours écoulés depuis le passage au périhélie sera :

$$jj\text{-}jjp_T$$

La Terre fictive tournant à vitesse constante aura une anomalie moyenne de :

$$AM\_T = (jj\text{-}jjp\_T)\ 360/per\_T$$

Anomalie excentrique *u*
L'*anomalie moyenne* va nous permettre de calculer d'abord l'*anomalie excentrique u*, dont on déduira l'*anomalie vraie v*, angle du rayon vecteur de la planète par rapport au grand axe.

Intégration de l'équation de Kepler : $u - e \sin u = M$
Il faut résoudre l'équation de Kepler

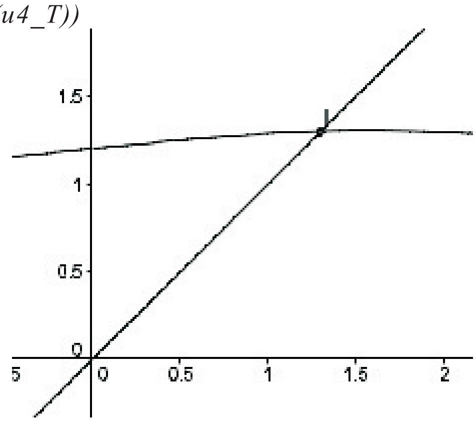
1 - Résolution analytique

La résolution se fait par itérations, et pour une convergence plus rapide, nous utiliserons la formule de J. Méeus
Le nombre d'itérations sera de quatre pour aboutir à l'anomalie excentrique *v*. On appliquera la formule des tangentes pour passer à l'*anomalie vraie*.

$$u_1 = u_0 + \frac{M + e_0 \sin u_0 - u_0}{1 - e \cos u_0}$$

u0_T=π / 180 AM_T
u1_T=u0_T + (u0_T + e_T sin(u0_T) - u0_T) / (1 - e_T cos(u0_T))
u2T=u1_T + (u0_T + e_T sin(u1_T) - u1_T) / (1 - e_T cos(u1_T))

...
u4_T=u3_T + (u0_T + e_T sin(u3_T) - u3_T) / (1 - e_T cos(u3_T))
u_T=u4_T + (u0_T + e_T sin(u4_T) - u4_T) / (1 - e_T cos(u4_T))



2 - Résolution géométrique

Mieux adaptée à Geogebra.
L'équation de Kepler $u - e \sin u = M$ est réécrite sous la forme

$$u = \mathrm{M} + \mathrm{e} \sin u$$

ou plus conventionnellement

$$x = M + e \sin x$$

A gauche on a la fonction $y = x$ qui va couper la fonction $y = M - e \sin x$ à droite.
On utilise la commande *Fonction* :

Créer le point d'intersection pour u_T :

uP_T = Intersection[Fonction[x, 0, 6.28319], Fonction[u0_MT+ e_MTsin(x), 0, 6.28319]
u_T = x(uP_T)

Cacher uP_T

Anomalie vraie *v*
L'*anomalie vraie* se calcule immédiatement par

$$\tan\frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tan\frac{u}{2}$$ ⇨ *v_T=2 atan(tan(u_T / 2) sqrt((1 + e_T) / (1 - e_T)) 180 ° / 3.14159*

Rayon vecteur de la Terre par rapport au Soleil :

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos v}$$ *ρ_T=a_T (1 - e_T²) / (1 + e_T cos(v_T))*

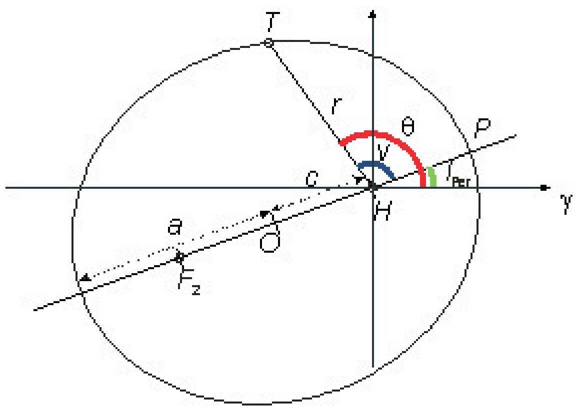
L'angle de ce rayon vecteur avec la direction du point vernal est

$_T$ = *v_T + Lper*$_T$

Il reste à placer le point Terre en tenant compte de l'angle du grand axe de la Terre par rapport au point vernal.
Coordonnées cartésienne pour pouvoir ultérieurement translater pour être en géocentrique :

x_T=ρ_T cos(θ_T)
y_T=ρ_T sin(θ_T)
T=(x_T,y_T)

Tracé de l'ellipse de la Terre



L'axe des abscisses, côté positif, donne la direction du point vernal ( ).
Il nous faut les deux foyers et le grand axe.
Le premier foyer est le point *H* (Soleil) soit (0,0) en héliocentrique.
Le second est à une distance *-2a_T e_T* tourné de *Lper_T*

F2_T=Rotation((-2a_T e_T,0),Lper_T,(0,0))

Ellipse :

el_T = Ellipse[H, F2_T, a_T]

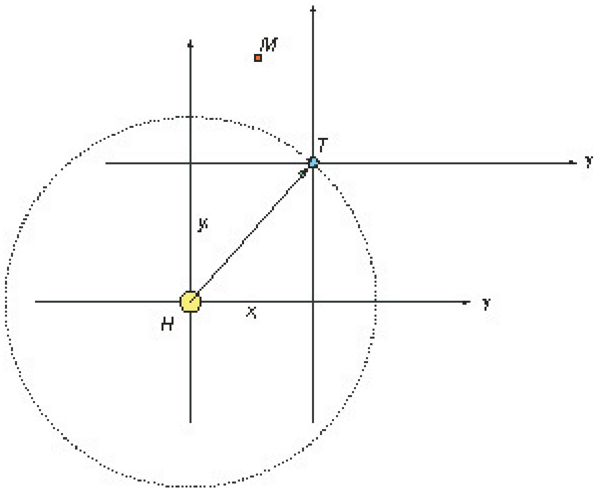
- Tracé de la ligne des apsides ou grand axe

La commande *IT=Intersection[Droite[F2_T,H],el_T]* crée les deux points IT_1 et IT_2
Segment des apsides : *aps_T=segment[IT_1,IT_2]*

Orbite de Mars

A partir des lignes de saisies de l'orbite de la Terre construire l'orbite de Mars en changeant les '*T*' par des '*M*'.

Géocentrisme



Pour amener en géocentrique, la Terre à l'origine, il faut :
- une translation au point T (x_T, y_T) d'un vecteur -x_T, -y_T
- appliquer aux deux autres points du Soleil et et de Mars la même translation

On crée un bouton logique **fgeo** pour basculer d'un système à l'autre.
Il permettra aussi de n'afficher que ce qui se rapporte à l'héliocentrisme ou géocentrisme.

On crée un point Terre fictif qui aura comme coordonnées
- si le Soleil est au centre les valeurs actuelles x_T et y_T
- si la Terre au centre 0 et 0

Ces coordonnées seront retranchées aux coordonnées des trois planètes suivant l'option choisie, héliocentrisme ou géocentrisme

x_G=si[*fgeo,ρ_T cos(θ_T),0*]

et y_G=si[*fgeo,ρ_T sin(θ_T),0*]

Les points *H*, *T* et *M* auront leurs coordonnées décalées de ces valeurs :

Soleil *H=(-x_G, -y_G)*

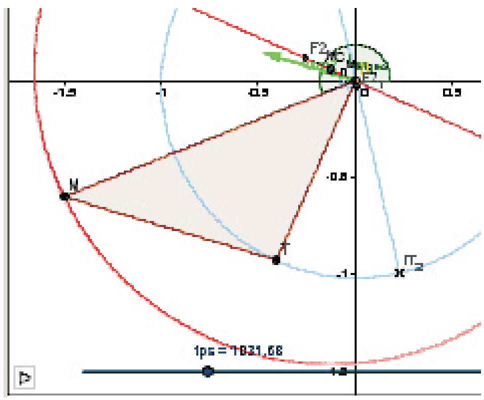
Terre *T=(x_G,y_G)*

En vision géocentrique, il faut faire disparaître tous les tracés héliocentriques (ellipses, lignes des apsides... des orbites) qui ne sont qu'héliocentrique.
Pour ces variables, on mettra la condition d'affichage **!fgeo**

Activation de la trace

Géogébra ne permet pas, par un bouton logique d'activer ou désactiver la fonction "Trace" d'un objet. Il faut rentrer dans l'onglet **Basique** de la fenêtre **Propriétés** et la cocher pour chacun. Il faut faire une astuce. Nous allons créer pour chaque point dont on voudra une trace ou pas, un double de ce point.
Il aura les propriétés suivantes :
- c'est le même point : *M' = M* par exemple
- dimension minimales et couleur à choisir
- activation "Trace" permanente
- étiquette non affichée
- affichage par bouton Trace (variable logique Bouton *ftrace* à créer).

Positions remarquables



Géogébra va nous permette lors de la variation du temps de repérer les positions remarquables : conjonctions, oppositions, quadrature.

Pour mieux visualiser ces configurations, on crée un triangle

tconf=Polygone[H, M, T]

Les positions relatives sont repérées par l'angle *aconf* ou (*HTM*) la Terre étant au sommet.

aconf = Angle[H,T,M]

Lorsque le triangle est plat, on est en position de conjonction ou opposition.
Pour détecter et afficher les moments remarquables, on crée ensuite quatre drapeaux (flags) logiques pour trouver ces positions à moins de 1/2 degré :

Positions	Drapeaux (flags)	Conditions	Tests
conjonction	f_{conf}	aconf < 0.5° ou aconf > 359.5°	Si[aconf < 0.5 ° ∨ aconf > 359.5 °, true, false]
opposition	f_{opp}	aconf > 179.5° et aconf < 180.5°	Si[aconf>179.5 ∧aconf<180.5,true,false]
quadrature Ouest	f_{quado}	aconf > 89.5 et aconf < 80.5	Si[aconf> 79.5 ∧aconf< 90.5,true,false]
quadrature Est	f_{quadee}	aconf > 269.5 et aconf < 270.5	Si[aconf> 269.5 ∧aconf< 270.5,true,false]

Il restera à les faire afficher aux bons moments dans un texte.
Premier texte, la longitude de Mars *L_{Mgeo}* (héliocentrique ou géocentrique),

L_{Mgeo}=Angle[Vecteur[(0, 0), M]]

Texte 1 : *"longitude Mars : " + L_{Mgeo}*

Les positions :

Texte 2 *"[" + (Si[f_{conj}, "Conjonction", ""]) + (Si[f_{opp}, "Opposition", ""]) + (Si[f_{quado}, "Quadrature Ouest", ""]) + (Si[f_{quade}, "Quadrature Est", "--------------"]) + "]"*

Opposition

Position intéressante, la planète est au plus proche de la Terre donc la mieux visible. Elle se voit toute la nuit et son diamètre angulaire est le plus grand, par sa plus grande proximité.

Conjonction

La planète étant dans la direction du Soleil, c'est le moment où elle n'est pas visible car elle passe en journée et de plus se trouve au plus loin.

Quadrature

A la quadrature, la planète n'est visible qu'une partie de la nuit, soit le matin, soit le soir suivant que l'on est en quadrature Est ou Ouest.
La position de quadrature a un aspect historique. Elle permet de relier plus facilement la position d'une planète à la position du Soleil. C'est par cette position que Copernic pouvait évaluer dans son système héliocentrique la distance relative de la planète au Soleil par rapport à la distance de la Terre au Soleil.

Rétrogradation

Les rétrogradations, le grand problème du système géocentrique, n'étaient expliquée que par une combinaison artificielle de rotations arbitraires de cercles excentrés tournant sur d'autres cercle, la planète étant sur le dernier (épicycles, excentriques, déférents...).

Avec Géogébra, on va simuler la rétrogradation et la visualiser dans les deux systèmes du monde.
Création du vecteur direction de visée de Mars depuis la Terre et de longueur 0.5 :

vtm = VecteurUnitaire[Vecteur[T,M]] / 2.

On affichera l'angle de la direction de ce vecteur (sa longitude géocentrique)

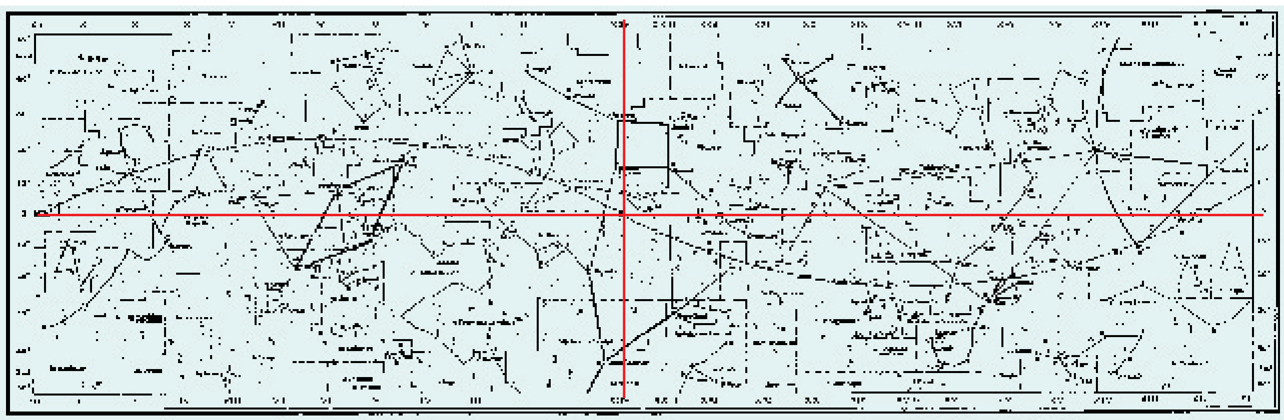
L_{Mgeo}=Angle[vtm]

Il suffit de d'observer les variations de cet angle pour suivre les rétrogradations, voir leur débuts et leur fins.

Visualisation

Pour concrétiser cette course de Mars sur le fond du ciel, on va projeter le déplacement du point de la planète sur lune carte céleste et regarder son mouvement dans les deux systèmes héliocentrique et géocentrique.

Carte équatoriale du ciel

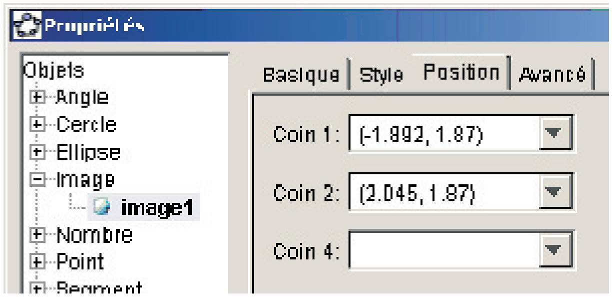


déclinais

ascensions droites ( )

Centre de la carte (0h ascension droite, 0° déclinaison)

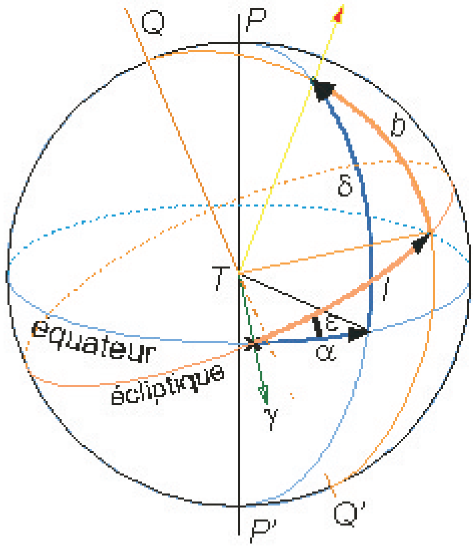
On introduit dans la fenêtre graphique une image (*skymap01t.gif*) carte du ciel que l'on placera avec les coordonnées de coin 1 et coin 2.



Le centre de la carte (0h ascension droite, 0° delta) est alors en (0, 2.5).

Et l'on a une échelle de 24h d'ascensions droites pour des abscisses allant de -1.8 à 1.8.

Changement de système de coordonnées



Le plan de la feuille graphique est le plan de l'écliptique par construction. Le repère associé est celui des coordonnées écliptiques. La carte du ciel est équatoriale et son système est celui des coordonnées équatoriales.

Repère I : la Terre, le plan de l'écliptique, le point , les pôles *P* et *P'*

Coordonnées écliptiques

Longitude écliptique : *l*

Latitude écliptique : *b*

Repère II : la Terre, le plan de l'équateur, le point , les pôles *Q* et *Q'*

Coordonnées équatoriales

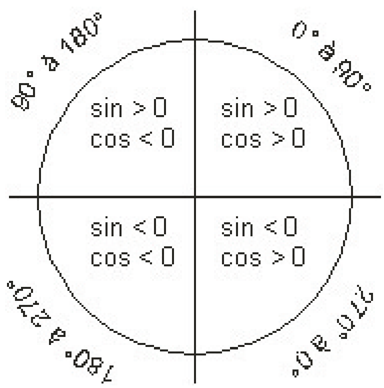
Ascension droite :

Déclinaison :

Formules de passage coordonnées écliptiques -> coordonnées équatoriales :

$$\sin\delta = \cos\varepsilon\cdot\sin b + \sin\varepsilon\cdot\cos b\cdot\sin l$$
$$\cos\delta\cdot\cos\alpha = \cos b\cdot\cos l$$
$$\cos\delta\cdot\sin\alpha = -\sin\varepsilon\cdot\sin b + \cos\varepsilon\cdot\cos b\cdot\cos l$$

Si est facile à calculer (première formule), Géogébra n'a pas de fonction tangente inverse qui permet de lever l'ambiguïté du quadrant pour .



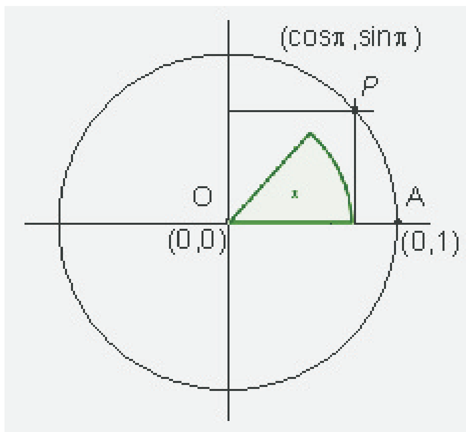
On calcule puis les sinus et cosinus de :sin et cos .

En fonction des signes des deux variables, on calculera l'angle en heures d'angles (24h = 360°) :

= *Angle[Vecteur[(0,0),(cosa,sina / cosa)]] 180 / / 15, 24]*

Calcul de l'ascension droite et de la déclinaison de Mars

Pour ne pas compliquer le programme, on suppose que Mars se déplace dans l'écliptique.
Prendre en compte l'inclinaison du plan de son orbite (i = 1°51') compliquerai beaucoup le calcul.



Dans Géogébra, la position de Mars est connue par sa longitude.
On a donc dans Géogébra la variable *L_{Mgeo}* qui est aussi la longitude héliocentrique quand on se met dans ce dernier système.

Il faut calculer la position équivalente en coordonnées équatoriales de la carte. On se sert des relations de changement de coordonnées (coordonnées écliptiques (*l*,*b*) vers les coordonnées équatoriales (,*d*)).

Comme on suppose Mars dans l'écliptique, sa latitude écliptique est nulle.
Les relations de passage se réduisent avec l'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur (23°27') à :

$$\sin\delta = \sin\varepsilon \cdot \sin l$$
$$\cos\delta \cdot \cos\alpha = \cos l$$
$$\cos\delta \cdot \sin\alpha = \cos\varepsilon \cdot \cos l$$

On calcule

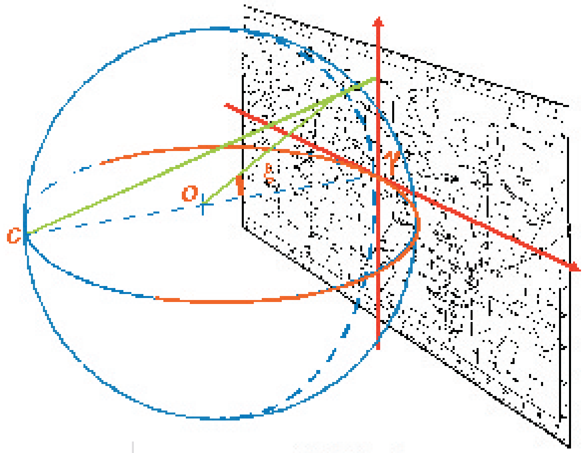
= *asin(sin( ) sin(L_{Mgeo})) 180 ° /*

Il suffit de créer l'angle (en heures d'angles) :

= *a = Reste[Angle[(1, 0), (0, 0), (cosa, sina)],2pi] 180/pi/15*

Syntaxe : sous Geogebra, les angles s'affichent en degrés (optionnel), mais sont mémorisés en radians. Pour avoir l'angle réellement en degrés puis en heures d'angle dans le calcul de l'abscisse il faut convertir la valeur stockée en mémoire en radians. D'où l'astuce du passage par la fonction mathématique *Reste* qui prend la vraie valeur de . Il reste à convertir en degré (180/pi) et diviser par 15. C'est tout simple !
Et le cacher.

Projections



Projection du ciel suivant la bande équatoriale

- déroulée dans le sens des ascensions droites
- projection stéréographique en déclinaison

On fera rouler la sphère sur la carte suivant les ascensions droites pour faire les projections en déclinaison.

Projection stéréographique classique :

Centre de projection : un pôle

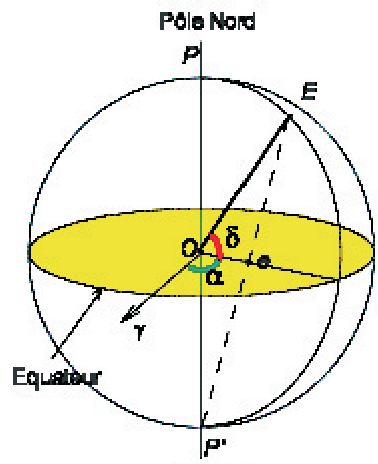
P ' pôle Sud pour une carte de l'hémisphère Nord et vice versa.

Plan de projection : l'équateur

Position du point *e* projection de *E* :

$$Oe = a$$

$$Oe = R \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\delta}{2}\right)$$



Rappel : la projection stéréographique conserve les angles.

Projection en ascension droite

Projection linéaire sur la carte
L'équateur est développé horizontalement.

0h	➔	0 sur la carte
12h	➔	1.80 sur la carte
12h ou -12h	➔	-1.80 sur la carte

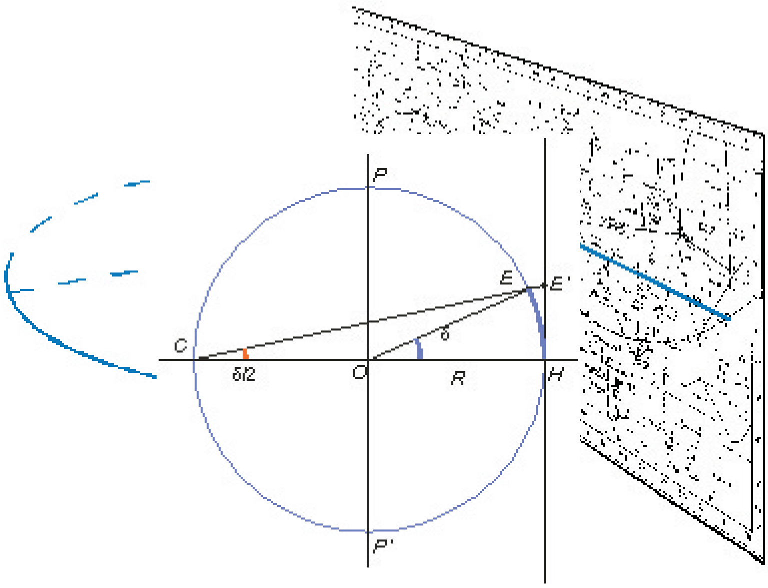
Relation entre et l'abscisse *x* sur la carte ?

Relation linéaire : *x = a* *+ b*

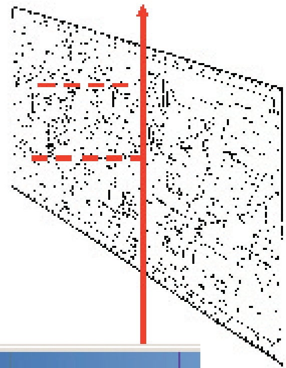
Pour = 0 *x* = 0 ➔ *b* = 0

Pour = 12 *x* = -1.8 ➔ *a* = 0.15

Projections ascensions droites : x = 0.15



Projection en déclinaison



Projection stéréographique sur la carte

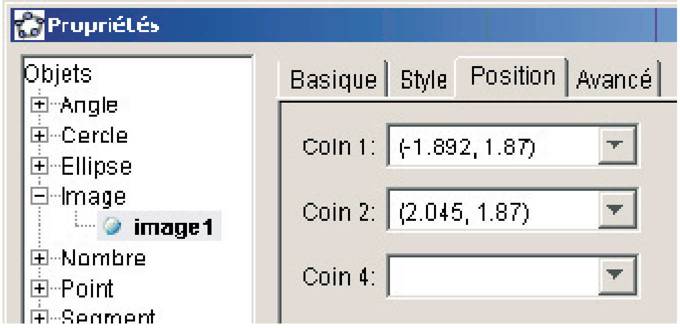
En déclinaison, l'échelle est en rapport avec la projection stéréographique centrée sur C (, 0°).

La formule de projection est :

$$HE' = 2R \cdot \tan\frac{\delta}{2}$$

Projection sur la carte

Avec la carte positionnée en :



Le centre (= 0, = 0) est sur la feuille Géogébra en (0 , 2.5)

Avec notre échelle quel est le rayon de notre sphère ?

Le tour de a sphère correspond à la largeur de la carte :

2 R = 2 x 1.8
$2R$ = 1.1459

Les formules de projections sont pour un point ( ) :

- en ascension droites ***x = 0.15*** en heures d'angle
- en déclinaison ***y = 2.5+1.1459 tan(/2)*** en degrés

Visualisation sous Géogébra

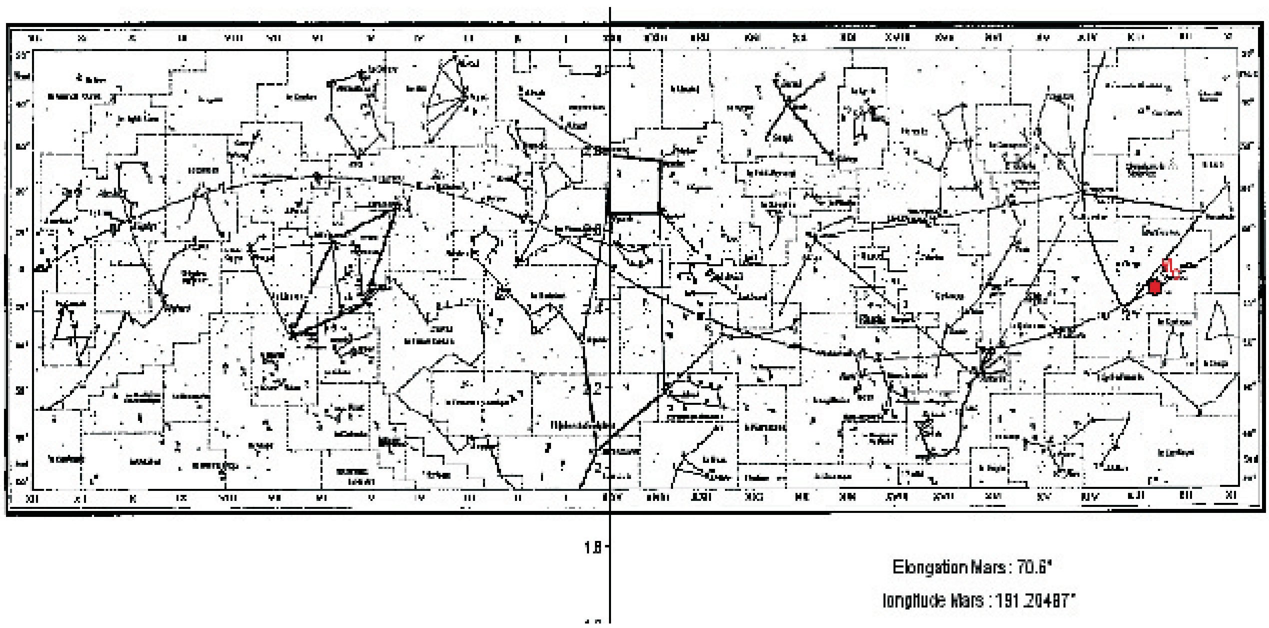
Coordonnées du point :

xcarte = -(Si[< 12, , - 24]) 0.15 en heures d'angle
ycarte = 2.5 + 1.459 tan(/ 2) en degrés

Qu'est-ce que le point va faire en faisant varier le temps ?

Le point va suivre l'écliptique de la carte.

- En système héliocentrique, il tourne toujours dans le même sens.
- En système géocentrique, on va assister aux rétrogradations.



Il sera possible avec les dates affichées de prévoir les prochaines rétrogradations, leurs débuts, les oppositions et leurs fins.

Affichage sur la carte du point Terre en héliocentrisme et point Soleil en géocentrisme

A partir des coordonnées écliptiques de la Terre

longitude : $L_{Thélio} = Angle[Vecteur[H, T]]$

et latitude nulle, on calcule ses coordonnées équatoriales

$$\delta_T = asin(sin(\varepsilon)\ sin(L_{Thélio}))\ 180\ °\ /\ pi$$
$$cost\ = cos(L_{Thélio})\ /\ cos(\delta_T)$$
$$sint\ = cos(\varepsilon)\ sin(L_{Thélio})\ /\ cos(\delta_T)$$

Il suffit de créer l'angle $_T$ (en heures d'angles) :

$$= Reste[Angle[(1, 0), (0, 0), (costa, sinta)], 2pi\ ]\ 180/pi/15$$

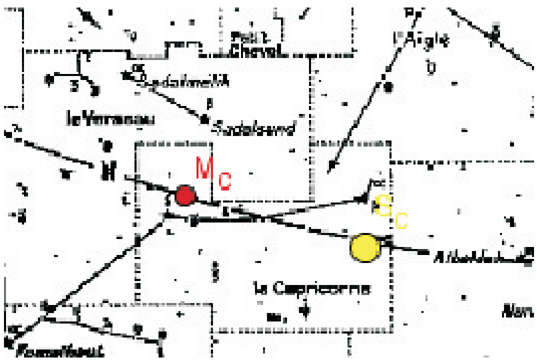
Point Terre de la carte à n'afficher qu'en héliocentrisme :

$$xtcarte = -(Si[\alpha_T < 12, \alpha_T, \alpha_T - 24])\ 0.15$$
$$ytcarte = 2.5 + 1.146\ tan(\delta_T\ /\ 2)$$

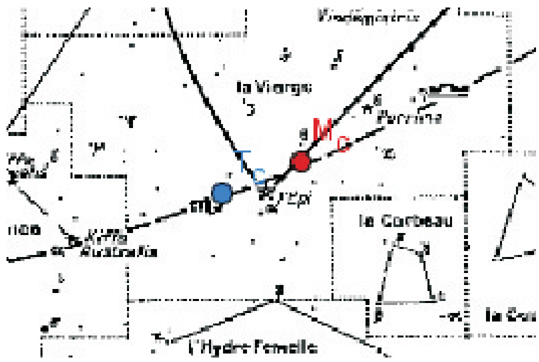
$T_C = (xtcarte, ytcarte)$ Condition d'affichage : $\neg fgeo$

On fait de même pour le Soleil avec la condition d'affichage *fgeo* et $L_{Sgéo} = Angle[Vecteur[T, H]]$ ou $L_{Sgéo} = L_{Thélio} - 180°$

Ecran Géogébra :



Géocenytique



Héliocentrique

Annexe I
Calcul jour julien - dates

Pour passer du jour julien à la date, on ne peut comme pour calculer le jour julien à partir de la date, utiliser une formule unique. Il faut calculer un ensemble de valeurs intermédiaires dont les formules de calculs sont dépendantes des valeurs des précédentes.
On peut consulter les sources de bases dans Jean Meeus *Astronomical Formulae for calculators.*

Fichier application Géogébra : jj-date.ggb

L'application présente ne peut remonter à des dates antérieures au 15 octobre 1582 (jj=2 299 161), date de la mise en application du Calendrier grégorien. Pour les dates plus anciennes, il faudra adapter les formules et les tests conditionnels de calculs.

A partir du jour julien, on va calculer les variables dans l'ordre indiqué:

	variables	formules		variables	formules
1	z	$z = \mathrm{INT}(jj+0.5)$	5	c	$c = \mathrm{INT}\left(\frac{B-122.1}{36525}\right)$
2	alp	$alp = \mathrm{INT}\left(\frac{z-186721625}{3652525}\right)$	6	d	$d = \mathrm{INT}(365.25c)$
3	a	$a = z + 1 + alp - \mathrm{INT}\left(\frac{alp}{4}\right)$	7	e	$e = \mathrm{INT}(b-d)30.6001$
4	b	$b = a + 1524$	8	f	partie décimale de z

La fonction **INT**, classique en programmation informatique, se traduit sous Géogébra par la fonction **floor** (plancher).
Ces données permettent de trouver :

Données de sorties et leurs formules de calcul

Donnée	var. Géog.	conditions	formules
jour décimal	jdec		b - d - INT(30.6001 e) + f
jour entier	jr		floor(jdec)
mois	mr	si e < 13.5	e-1
		si e > 13.5	e - 13
année	yr	si m > 2.5	c - 4716
		si m < 2.5	c - 4715
heure	hr (hdec)		INT(f * 24)
minutes	mn		INT((f * 24 - h) * 60)

Jour de la semaine :
- calculer le jour julien pour la date à 0h.
  zjour = partie entière de *jj* +0.5 si hd > 12
  zjour = partie entière de *jj* - 0.5 si hd < 12
- on prend *zmod7* = *zjour* modulo 7

Correspondance dz-zmod7 avec le jour de la semaine

zmod7	0	1	2	3	4	5	6
jour	dimanche	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi

Variables d'entrée-sortie dans Géogébra

Objet libre

	Noms	Variables	Type	Cellules	Remarque
Entrée	Temps	tps	décimal	B2	curseur

Objets dépendants

	Noms	Variables	Type	Cellules	Remarque
Entrée	Jour julien	jj0	décimal	B1	curseur
Sortie	Année	yr	entier	B1	
	Mois	mr	entier	B3	
	Jour	dr	entier	B3	
	Heures	hr	entier	B4	
	Minutes	mn	entier	B5	
	Jour semaine	zmod7	entier	B6	

Annexe II

Formule d'itération de l'équation de Kepler

Le déplacement, en fonction du temps, d'une planète sur son orbite elliptique, connaissant ses éléments (demi-grand axe, excentricité, etc),oblige, pour garder une bonne précision de passer par l'équation de Kepler, équation que l'on sait résoudre par itération.

On peut consulter les Cahiers Clairaut ou Wikipédia
http://fr.wikipedia.org/wiki/Résolution_de_l'équation_de_Kepler

Mais pour des excentricités fortes, la convergence est très lente.
On pourra utiliser une seconde méthode données par Jean Meeus dans *Astronomical formulae for calculators*.

$$u_1 = u_0 + \frac{M + e_0 \sin u_0 - u_0}{1 - e \cos u_0}$$

Annexe III

Dates des prochains passages aux périhélies
de la Terre et Mars 2008-20020

Terre	Terre	Mars
03/01/2008 00:01	04/01/2015 06:35	21/04/2009 09:46
04/01/2009 15:20	02/01/2016 22:59	09/03/2011 14:05
03/01/2010 00:17	04/01/2017 14:10	24/01/2013 08:56
03/01/2011 18:32	03/01/2018 05:38	12/12/2014 08:26
05/01/2012 00:24	03/01/2019 05:26	29/10/2016 13:11
02/01/2013 04:44	05/01/2020 07:41	16/09/2018 12:52
04/01/2014 11:53	02/01/2021 13:54	03/08/2020 09:03

Références à d'autres documents
[1] De l'équation de l'ellipse
http://www-obs.univ-lyon1.fr/labo/fc/cdroms/docu_astro/mouvements/ellipses.pdf
[2] Jours julien, histoire et calculs
http://www-obs.univ-lyon1.fr/labo/fc/cdroms/docu_gen.htm#divers