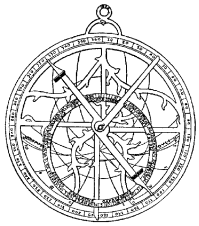


Construction de l'astrolabe

Les tracés des différentes parties sont donnés ici pour un astrolabe construit pour la latitude de Lyon. On y donne les formules qui permettent de calculer leurs positions et grandeurs ainsi que les tableaux des des éléments à tracer. Les valeurs correspondent à un astrolabe de rayon équatorial unité. Les colonnes en grisé sont celles d'un astrolabe de rayon équatorial de 50 mm (= 50,0). Les données sont en millimètres. Le point origine est le pôle Nord.

Caractéristiques de l'astrolabe

Lieu	latitude		grandissement
Observatoire de Lyon	45°46'	45,766667	50,0

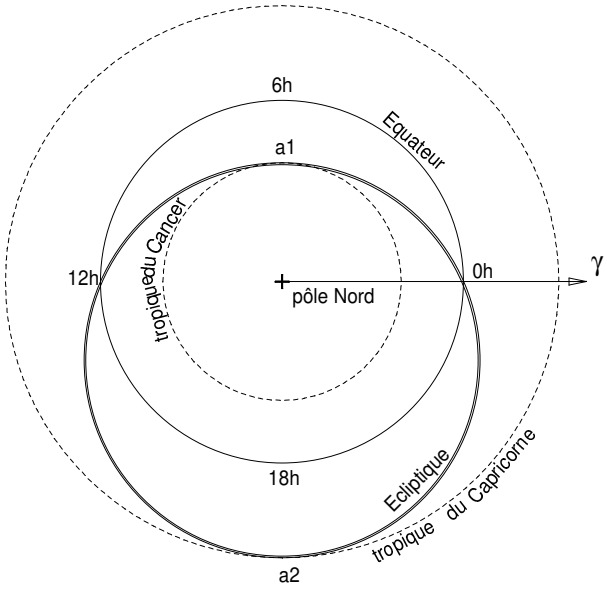
I – Araignée

Rayons des cercles de même déclinaison

Tracés sur l'araignée, ils sont centrés sur le pôle Nord.

Leurs rayons valent $R = \tan\frac{90° - \delta}{2}$

Déc.	R_{eq} = 1	R1×	Déc.	R_{eq} = 1	R_{eq}×
90,0	0,0000	0,00	0,00 (*)	1,0000	50,00
80,0	0,0875	4,37	-10,00	1,1918	59,59
70,0	0,1763	8,82	-20,00	1,4281	71,41
60,0	0,2679	13,40	-30,00	1,7321	86,60
50,0	0,3640	18,20	-40,00	2,1445	107,23
40,0	0,4663	23,32	23,45 (**)	0,6619	33,09
30,0	0,5774	30,31	-23,45 (**)	1,5238	76,19
20,0	0,7002	35,01	45,00	0,4142	20,71
10,0	0,8391	41,96	-45,00	2,4142	120,71



(*) – Cercle Equateur
(**) – Cercles des Tropiques

Position du cercle écliptique

Tracé sur l'araignée, il est tangent aux deux cercles des tropiques, tangent extérieur au tropique du cancer (e1) et intérieur au tropique du capricorne (e2). Son centre est dans la direction 18 heures, à équidistance des points de tangence (figure 1).

=23°27'	23,45	
Position	R_{eq} = 1	R_{eq}×gamma
Oa_1(Trop. Cancer)	-0,6563	-32,81
Oa_2 (Trop. Capricorne)	1,5238	76,19
rayon du cercle écliptique	1,0900	54,50
position du centre du cercle	0,4338	21,69

II –Tympan

Cercles d'égales hauteurs

Les centres de ces cercles sont situés sur la ligne ns, projection du méridien du lieu et de la ligne Nord-Sud.

On calcule pour différentes hauteurs h :

– les déclinaisons des deux points B1 et B2 situés dans le méridien respectivement côté nord et côté sud

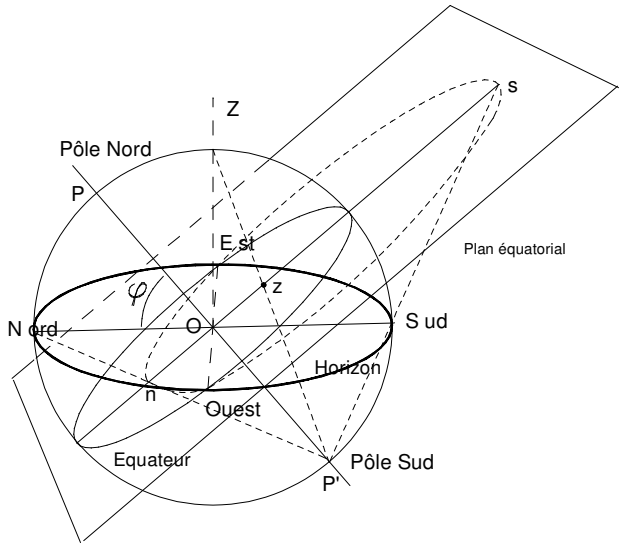


figure 2

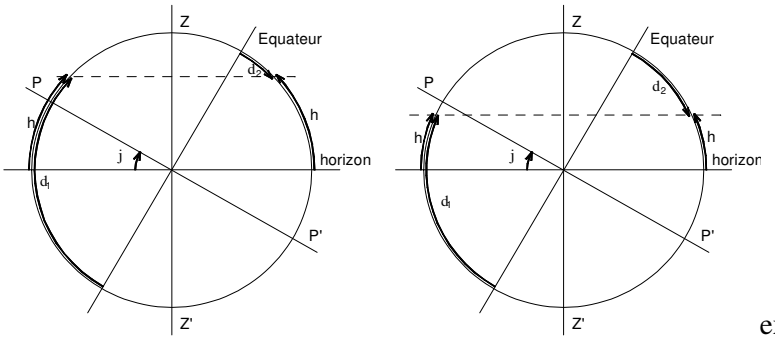


figure 3

	h >	h <
$_1$	-h + 90° +	h + (90° -)
$_2$	h - (90° -)	h - (90° -)

Ce qui s'écrit plus simplement si l'on exprime $_1$ et $_2$ en fonction des valeurs absolues de (- *h*) et (+ *h*)

$_1$	90° - | - *h*|
$_2$	-90° + | + *h*|

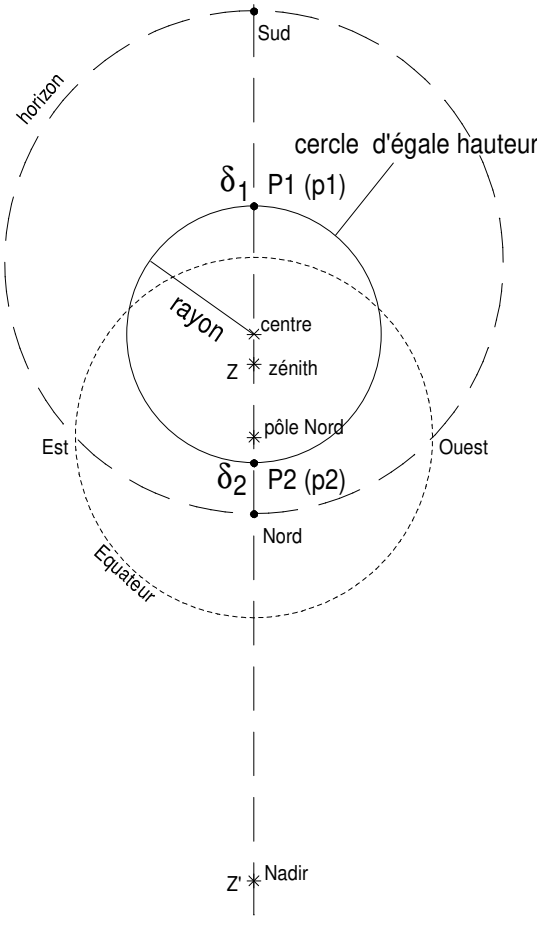


figure 4

– puis les positions des points b_1 et b_2 projections de ces deux points sur le plan de l'équateur,

$$Ob_1 = \tan\frac{90° - \delta_1}{2} \qquad Ob_2 = \tan\frac{90° - \delta_2}{2}$$

On en déduit ensuite :

– le rayon du cercle de hauteur R = (Ob_2 - Ob_1) / 2

– puis la position de son centre Oc = (Ob_2 + Ob_1) / 2

Les positions et les rayons sont donnés pour un grandissement de 1 et un grandissement = 50,0 (grisé)

Cercles de même azimut

Ces cercles doivent tous passer par z et z', projections du zénith et du nadir. Leurs centres sont donc situés sur la médiatrice du segment zz'.

$$Oz = \tan\frac{90° - \varphi}{2} = 0{,}406 \quad Oz' = \tan\frac{90° + \varphi}{2} = 2{,}461 \implies zz' = 2{,}867$$

Si on désigne par M le milieu de zz', on a :

$$OM = zz'/2 - Oz = 1{,}433 - 0{,}406$$

$$OM = 1{,}027$$

Dans un système d'axes orthonormés ayant pour centre O, pour axe des abscisses la direction Est-Ouest et pour axes des ordonnées la direction Nord-Sud, l'ordonnée de M sera *l'ordonnée des centres de tous les cercles de même azimut :*

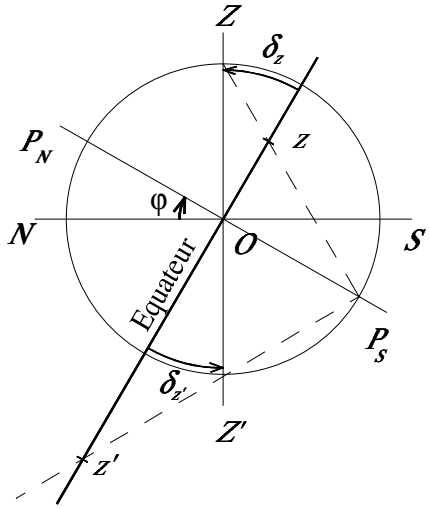


figure 5 – projections du Zénith et du Nadir.

$$\boxed{y = -1{,}027}$$

D'autre part le vertical d'azimut A forme un angle A avec le plan du méridien. Sa projection sur le plan de l'équateur coupe donc en z la ligne ns, qui représente la projection du méridien, et sa tangente en z doit faire un angle égal à A avec la ligne ns.

Sur la figure, on voit que le centre C du cercle de même azimut A est un des sommets du triangle CzM et on peut écrire :

$$\tan(180° - A) = -\tan A = \frac{Mz}{CM}$$

et on en déduit l'abscisse du centre C :

$$x = MC = -\frac{Mz}{\tan A}$$

$$\boxed{x = \frac{1{,}433}{\tan A}}$$

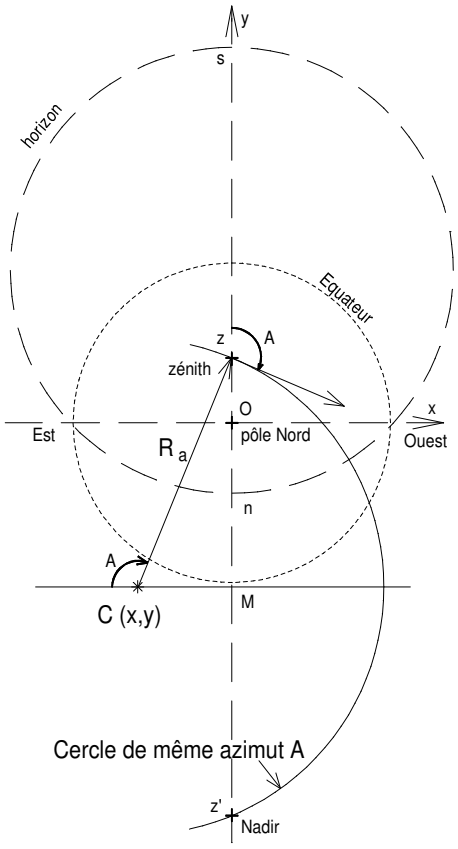


figure 5

Construction des cercles d'égales hauteurs

	Point Sud			Point Nord			Cercle $R_{eq} = 1$		Cercle $R_{eq} = 50{,}0$ mm	
h (°)	$_2$ (°)	Ob_2	$.Ob_2$	$_1$ (°)	Ob_1	$.Ob_1$	centre	rayon	centre	rayon
0(*)	-44,23	2,37	118,46	44,23	-0,422	-21,10	0,974	1,396	48,68	69,78
10	-34,23	1,89	94,50	54,23	-0,323	-16,13	0,784	1,106	39,18	55,32
20	-24,23	1,55	77,34	64,23	-0,229	-11,44	0,659	0,888	32,95	44,39
30	-14,23	1,29	64,27	74,23	-0,138	-6,92	0,573	0,712	28,67	35,59
40	-4,23	1,08	53,84	84,23	-0,050	-2,52	0,513	0,564	25,66	28,18
50	5,77	0,90	45,20	94,23	0,037	1,85	0,471	0,434	23,53	21,68
60	15,77	0,76	37,84	104,23	0,125	6,24	0,441	0,316	22,04	15,80
70	25,77	0,63	31,39	114,23	0,215	10,73	0,421	0,207	21,06	10,33
80	35,77	0,51	25,60	124,23	0,308	15,40	0,410	0,102	20,50	5,10
90	45,77	0,41	20,32	134,23	0,406	20,32	0,406	-0,000	20,32	-0,00
-6	-50,23	2,77	138,25	38,23	-0,485	-24,26	1,140	1,625	56,99	8,53
-12	-56,23	3,29	164,74	32,23	-0,552	-27,58	1,372	1,923	68,58	95,24
-18	-62,23	4,05	202,29	26,23	-0,622	-31,10	1,712	2,334	85,60	122,53

(*) – Horizon.

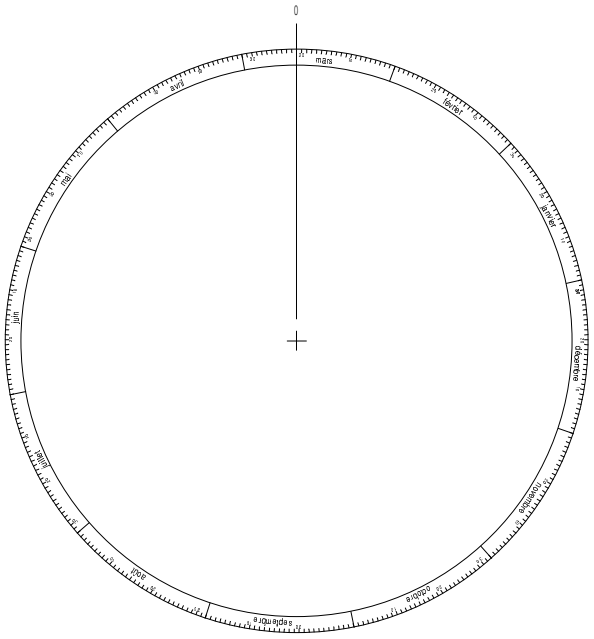
Construction des cercles d'égales hauteurs

	Rayon équatorial = 1,0			Rayon équatorial = 50,0		
azimut	Ya	Xa	Ra	Y	X	R
0	1,586	infini	infini	79,28	infini	infini
10	-1,027	8,130	8,255	-51,36	406,50	412,77
20	1,586	3,939	4,191	79,28	196,93	209,57
30	1,586	2,483	2,867	79,28	124,15	143,35
40	1,586	1,708	2,230	79,28	85,42	111,51
50	1,586	1,203	1,871	79,28	60,14	93,57
60	1,586	0,828	1,655	79,28	41,38	82,76
70	1,586	0,522	1,526	79,28	26,09	76,28
80	1,586	0,253	1,456	79,28	12,64	72,78
90	1,586	0,000	1,434	79,28	0,00	71,68
100	1,586	-0,253	1,456	79,28	-12,64	72,78
110	1,586	-0,522	1,526	79,28	-26,09	76,28
120	1,586	-0,828	1,655	79,28	-41,38	82,76
130	1,586	-1,203	1,871	79,28	-60,14	93,57
140	1,586	-1,708	2,230	79,28	-85,42	111,51
150	1,586	-2,483	2,867	79,28	-124,15	143,35
160	1,586	-3,939	4,191	79,28	-196,93	209,57
170	1,586	-8,130	8,255	79,28	-406,50	412,77
180	1,586	infini	infini	79,28	infini	infini

Cercle annuel des jours et mois

L'araignée porte sur sa périphérie une graduation des jours et des mois qui permet de positionner le Soleil sur l'écliptique. On trace les repères des mois et des jours. Ces positions correspondent à l'ascension droite du Soleil. L'origine en est le point , position du Soleil le 21 mars, jour du printemps. Cette graduation n'est pas régulière, le déplacement angulaire de la Terre autour du Soleil n'étant pas uniforme à cause de l'ellipticité de l'orbite terrestre.

Le tableau ci-dessous donne tout au long de l'année, l'ascension droite du Soleil pour chaque jour.



Positions du Soleil en ascension droite tout au long de l'année

(en degés décimaux)

	Janv.	Fév.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juil.	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
	min sec	min sec	min sec	min sec	min sec	min sec	min sec	min sec	min sec	min sec	min sec	min sec
1	281.503	314.507	341.786	10.276	38.256	68.756	100.037	131.027	160.026	187.013	216.023	247.037
2	282.522	315.525	342.764	11.271	39.003	69.779	101.028	132.038	161.016	188.002	217.003	248.034
3	283.540	316.539	343.781	12.016	40.003	71.013	102.019	133.005	162.004	189.034	218.028	249.283
4	284.765	317.509	344.755	13.011	41.005	72.040	103.008	134.012	162.783	189.775	219.014	250.285
5	285.780	318.517	345.519	14.007	42.009	73.027	104.038	135.015	163.769	190.768	220.005	251.289
6	287.001	319.521	346.531	14.755	43.016	74.016	105.025	136.017	164.755	191.762	221.040	252.504
7	288.012	320.522	347.541	15.753	44.025	75.005	106.010	137.016	165.531	192.509	222.037	253.512
8	289.022	321.520	348.258	16.752	44.787	76.038	107.036	137.762	166.515	193.506	223.038	254.523
9	290.279	322.515	349.266	17.502	45.759	77.030	108.269	138.757	167.290	194.506	224.000	255.786
10	291.284	323.507	350.271	18.503	46.776	78.024	109.291	139.790	168.272	195.257	225.008	256.759
11	292.287	324.537	351.026	19.505	47.753	79.268	110.270	140.780	169.254	196.261	226.019	258.026
12	293.537	325.522	352.029	20.259	48.774	80.264	111.289	141.767	170.027	197.266	227.034	259.002
13	294.535	326.504	353.031	21.263	49.757	81.260	112.265	142.501	171.008	198.024	228.011	260.022
14	295.530	327.525	353.782	22.270	50.783	82.257	113.280	143.525	171.780	199.033	229.033	261.251
15	296.773	328.501	354.782	23.027	51.770	83.254	114.251	144.506	172.760	200.003	230.266	262.272
16	297.763	329.516	355.781	24.037	52.759	84.252	115.262	145.525	173.532	200.767	231.253	263.504
17	298.751	330.527	356.529	25.006	53.751	85.500	116.270	146.251	174.512	201.783	232.285	264.527
18	300.026	331.286	357.526	26.018	54.787	86.540	117.277	147.266	175.533	202.761	233.279	265.760
19	301.008	332.250	358.522	26.782	55.783	87.539	118.281	148.278	176.263	203.782	234.276	266.785
20	302.028	333.253	359.268	27.755	56.781	88.537	119.283	149.039	177.284	204.514	235.276	267.769
21	303.003	334.253	0.263	28.773	57.782	89.535	120.282	150.006	178.014	205.540	236.280	269.004
22	304.266	335.251	1.258	29.541	58.785	90.534	121.279	151.013	179.036	206.527	237.537	270.030
23	305.276	336.287	2.002	30.520	59.790	91.532	122.273	152.018	180.017	207.517	238.506	271.265
24	306.283	337.029	3.038	31.501	60.755	92.779	123.265	152.770	180.790	208.510	239.520	272.291
25	307.287	338.019	4.031	32.526	61.764	93.776	124.255	153.771	181.772	209.256	240.537	273.525
26	308.287	339.006	4.774	33.510	62.775	94.773	125.283	154.771	182.504	210.255	241.766	274.510
27	309.283	340.032	5.768	34.289	63.788	95.769	126.268	155.518	183.529	211.257	242.789	275.535
28	310.527	341.014	6.761	35.277	64.761	96.764	127.291	156.514	184.513	212.262	243.774	276.769
29	311.517		7.504	36.268	65.778	97.759	128.271	157.509	185.290	213.270	244.761	277.751
30	312.503		8.539	37.261	66.755	99.002	129.289	158.252	186.276	214.281	246.002	279.025
31	313.528		9.282		67.775		130.264	159.286		215.255		280.006

Compléments pour le dos de l'astrolabe

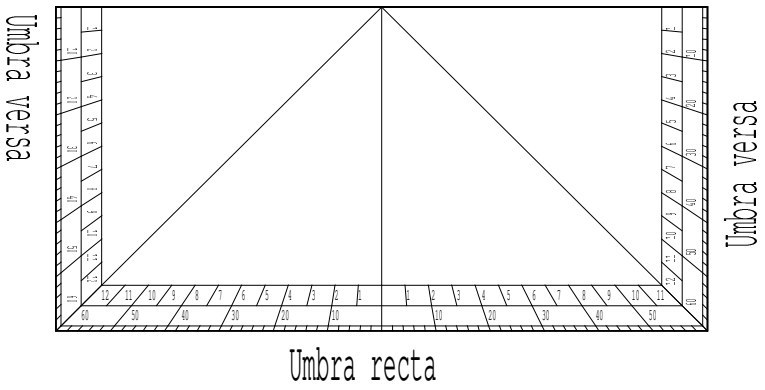
Abaques des lignes trigonométriques

Carré des ombres (partie inférieure)

Il comporte deux graduations verticales (*umbra versa*) et une double graduation horizontale (*umbra recta*), toutes avec 12 ou 60 graduations.

L'alidade étant pointée sur le Soleil ou un objet, on lit :

- pour une hauteur plus petite que 45°, la tangente de l'angle sur la graduation verticale (*umbra versa*) en 12ème ou 60ème suivant l'échelle,
- pour une hauteur supérieure à 45°, la cotangente de l'angle sur la graduation horizontale (*umbra recta*).



Abaque des sinus et cosinus

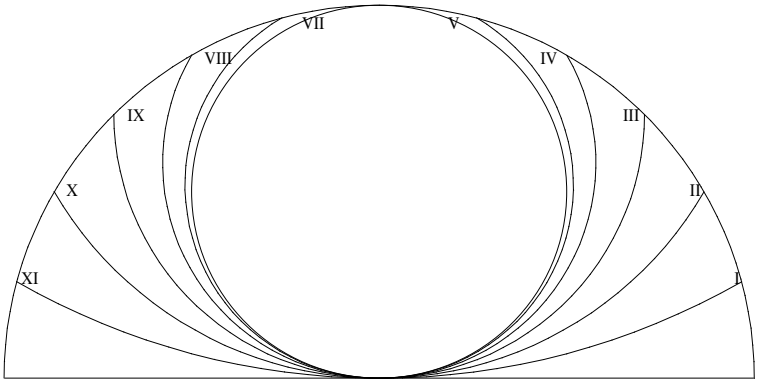
L'alidade pointant un angle entre 0 et 90° dans le quadrant supérieur gauche du dos, on lit la valeur du sinus et cosinus de cet angle (en 60ème) sur les intersections du biseau de l'alidade avec les deux demi-cercles marqués *arc des sinus* et *arc des cosinus*.

Lignes des heures inégales

Les heures inégales employées au Moyen Age en Occident et au Moyen-Orient, consistaient à faire débuter le jour au lever du Soleil, la fin à son coucher, et de diviser la durée du jour en 12 tranches égales de une heure, de même pour la nuit. Sauf aux équinoxes, la durée des heures de jour ne sont pas égales à la durée des heures de nuit.

Sur l'astrolabe, les heures inégales peuvent apparaître dans la partie inférieure de la mère, ou bien apparaître sous forme d'arcs de cercle au dos de l'astrolabe.

La démonstration du tracé et de la méthode se trouve dans *L'Astrolabe - Histoire, théorie et pratique*, Raymond d'Hollander Edité par Le Musée Paul Dupuy et l'Association Française de Topographie, pages 137-144..



Méthode :

Pour une latitude donnée et un jour donné, on calcul la hauteur du Soleil à midi en fonction de sa déclinaison du jour :

$$h_m = 90° - \varphi + \delta$$

On pointe l'alidade sur cette hauteur, et on repère l'intersection du cercle VI heures (petit cercle) avec l'alidade. On peut tracer un cercle correspondant à ce point centré sur l'astrolabe. Pour toute hauteur du Soleil, ce jour là, l'heure inégale est donné par l'intersection de l'alidade pointé sur le Soleil et le cercle du jour, en interpolant entre les cercles.

Pour cette utilisation, l'astrolabe est indépendant de la latitude qu'il faut connaître tout de même.

Exemple : si h_m vaut 60°, l'intersection graduation alidade cercle VI heures donne 51,6/60ème. Pour une hauteur du Soleil de 35°, ce point intersection donnera sur la même graduation de l'alidade pointée maintenant sur 35°, approximativement 2h40 (matin) ou 9h20 (soir), 6 heures correspondant à midi.