

Projection de la sphère céleste sur un plan

1) Principe des projections.

Pour pouvoir représenter la sphère céleste sur un plan, il existe de nombreuses manières de la projeter. Les plus simples sont la projection orthoscopique et la projection stéréoscopique.

- **Projection orthographique.**

On projette orthogonalement sur le plan de l'équateur les points de la sphère céleste (figure 1). Cette projection déforme les constellations lorsque l'on s'approche de l'équateur et ne conserve aucune des caractéristiques de la surface : angles entre directions ou distances angulaires. Elle n'est seulement intéressante que pour les étoiles circumpolaires.

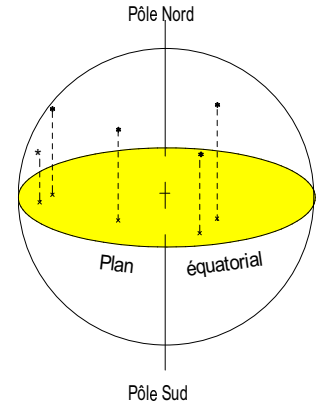


Figure 1

- **Projection stéréographique.**

On choisit un plan π de projection, passant par le centre de la sphère. L'axe de la sphère perpendiculaire au plan π définit deux pôles. L'un d'eux, (C) est choisi comme centre de projection (figure 2). La projection d'un point de la sphère (M) est l'intersection du plan de projection π avec la droite passant par (C) et le point (M).

Ce système de projection a deux propriétés remarquables :

¥ **tout cercle de la sphère se projette suivant un cercle,**

¥ **deux courbes formant un angle α sur la sphère ont des projections formant le même angle α sur le plan π en particulier leurs tangentes au point commun (projection dite *conforme*) (figure 3).**

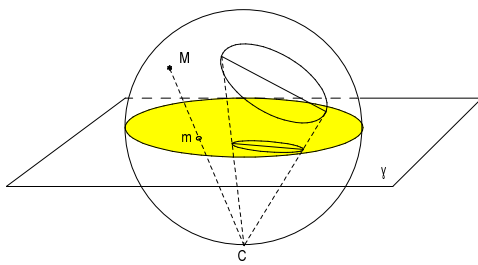


figure 2

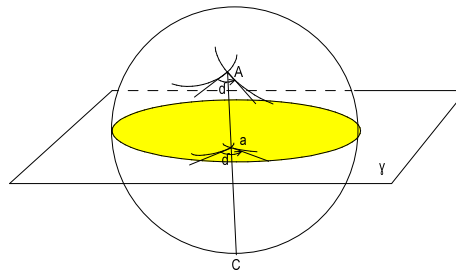


figure 3

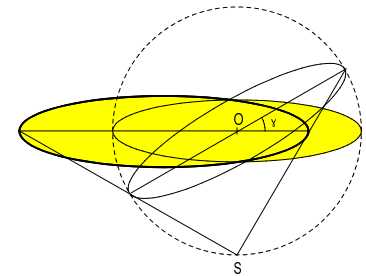


figure 4

Tout grand cercle d'inclinaison θ se projette suivant un cercle de rayon $1/\cos \theta$ (figure 4).

2) Projection et tracé de la sphère céleste.

Le plan de projection est le plan de l'équateur. Pour projeter la partie Nord du ciel, on choisit le pôle Sud (P) comme centre de projection stéréographique ; la projection du point Sud est alors rejetée à l'infini. Inversement pour la partie Sud, on prend le pôle Nord (P) comme centre de projection (figure 5).

- **Projection du Pôle Nord :** il est en O, centre de la carte qui est aussi la projection orthogonale du centre de projection sur le plan.

- **Projection du cercle équateur :** il est lui-même sa projection.

- **Projection des cercles de mêmes ascensions droites α :** ils se projettent suivant des demi-droites partant de O.

- **Projection des cercles de mêmes déclinaisons δ :** ce sont des petits cercles parallèles à l'équateur, qui se projettent suivant des cercles centrés sur O. Le rayon Oe de ce cercle est la projection de l'arc PE correspondant à l'angle polaire POE égal à $(90^\circ - \delta)$, complément de la déclinaison.

L'angle PP'E vaut donc $\theta = (90^\circ - \delta)/2$ et le rayon du cercle :

$$Oe = R \cdot \tan \frac{90 - \delta}{2}$$

avec R rayon de la sphère céleste que l'on prend habituellement égal à 1.

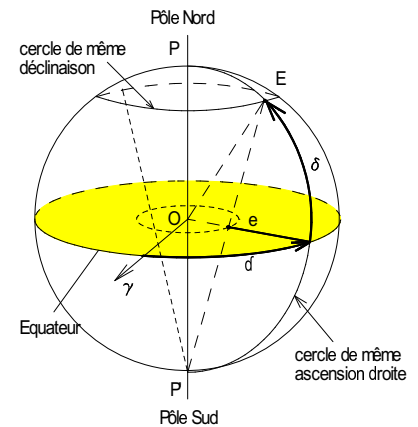


figure 5

L'inconvénient majeur de cette projection stéréographique est la déformation du ciel au-dessous de l'équateur. La projection se dilate très rapidement et déforme les constellations. Dans la construction d'une carte du ciel, on décide alors de fausser un peu la projection en attribuant aux cercles d'égale déclinaison des rayons proportionnels à leur distance polaire (complément de la déclinaison). Dans ce cas, le cercle écliptique et le cercle horizon se déforment et deviennent des courbes ovales. L'ellipse en est une bonne approximation.

• **Projection du cercle écliptique** (figure 6)

Pour l'écliptique quatre points sont aisément repérables :

- les deux points correspondant aux points γ et γ' situés sur l'équateur et d'ascensions droites respectives : 0h (point vernal) et 12h,
- les deux autres dans une direction orthogonale à $\gamma \gamma'$, l'un A_1 ($\alpha = 6h00$, $\delta = +23^\circ 27'$) et l'autre A_2 ($\alpha = 18h00$, $\delta = -23^\circ 27'$).

La distance de leurs projections a_1 et a_2 au centre O, sur le plan de l'équateur sont respectivement :

$$Oa_1 = R \cdot \tan 33^\circ 16' \quad \text{et} \quad Oa_2 = R \cdot \tan 56^\circ 43'$$

Une courbe, proche d'une ellipse peu aplatie, passant par ces quatre points constitue le cercle écliptique sur la carte du ciel.

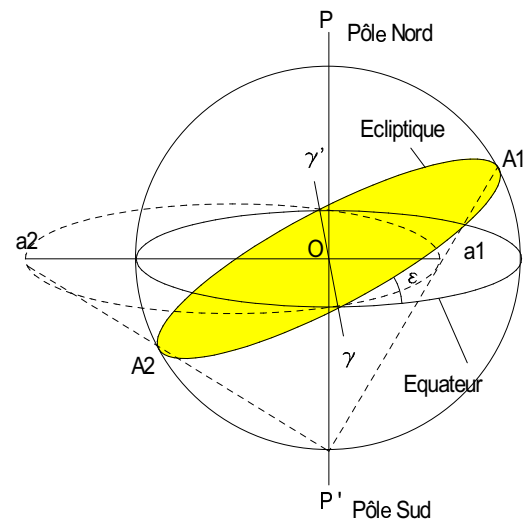


figure 6

3) Projection et tracé de la sphère locale.

Elle dépend de la latitude φ du lieu d'observation.

• **Projection du cercle horizon** (figure 7)

La ligne horizon ou cercle horizon est caractérisée par ses quatre points cardinaux.

Les points cardinaux Nord et Sud sont sur la ligne méridienne :

- le premier à un angle φ du pôle Nord
- le second à $(180^\circ - \varphi)$ du pôle Nord.

Leurs projections sur le plan de l'équateur sont situées à une distance du centre O, égales respectivement à :

$$On = \tan \frac{\varphi}{2} \quad \text{et} \quad Os = \tan \frac{180 - \varphi}{2}$$

Les points Est et Ouest sont aux intersections de l'équateur avec la ligne perpendiculaire au méridien et passant par le centre O de la carte.

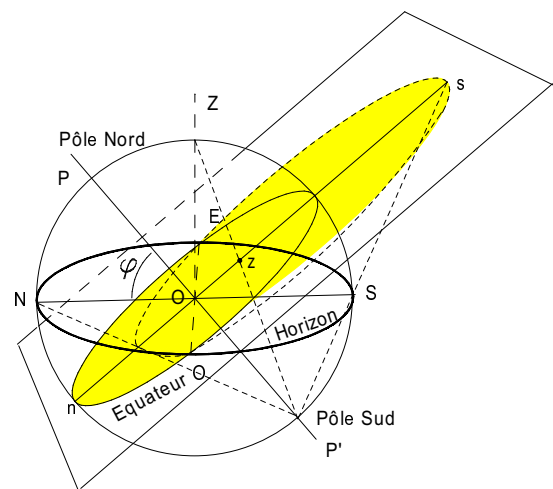


figure 7

Comme pour l'écliptique, la courbe passant par ces quatre points et qui constitue le cercle horizon, a une forme approximativement elliptique ; elle se déformera fortement si la latitude de construction s'approche de l'équateur.

• **Projection du zénith**

Le zénith a une déclinaison égale à φ . Sa projection sur le plan de l'équateur, se trouve sur la ligne ns à une distance du centre O égale à :

$$Oz = R \cdot \tan \frac{90 - \varphi}{2}$$