MARS 1757

MÉMOIRE

SUR

LES PASSAGES DE VÉNUS

DEVANT LE DISQUE DU SOLEIL,

EN 1761 ET 1769,

Dans lequel on exprime, d'une manière générale, l'effet de la Parallaxe dans les différens lieux de la Terre, pour l'entrée & pour la ſortie de Vénus, ſoit par le calcul, ſoit par des opérations graphiques; Avec des remarques ſur l'avantage qu'il y auroit à obſerver la ſortie, en 1761, vers l'extrémité de l'Afrique.

Par M. DE LA LANDE.

14 Mai 1760.

LORSQUE M. Halley remarqua, en 1716*, les avantages que cette fameuſe Obſervation devoit nous procurer pour la parallaxe du Soleil, il s'arrêta à un ſeul point de vûe; il ne conſidéra que la durée du paſſage qui auroit lieu pour différens pays de la Terre. Il aſſura que l'Amérique & les Indes donneroient, à cet égard, la plus grande différence poſſible.

* *Philoſ. tranſac. n.° 348.*

Je ne dois point diſſimuler que M. Halley ſe trompa dans ſon calcul, comme M. de l'Iſle l'a annoncé; cette erreur vient, en partie, de ce que les Tables de M. Halley lui donnoient alors une latitude trop petite, & en partie de ce que M. Halley ſuppoſa fauſſement le méridien ou cercle de déclinaiſon à l'occident du cercle de latitude, au lieu de le mettre à l'orient. En conſéquence de cette erreur, il retrancha l'angle de ces deux cercles, qui eſt de $6^d\ 10'$ environ, de l'inclinaiſon apparente de l'orbite de Vénus $8^d\ 28'$, au lieu qu'il auroit dû

les ajoûter, & il trouva $2^d\ 18'$ pour l'angle de l'orbite apparente avec l'équateur, tandis qu'il auroit dû avoir $14^d\ 38'$. C'eſt l'inclinaiſon que l'on trouve en effet, lorſqu'on rectifie la poſition du cercle de latitude. Mais ce n'eſt pas tout; le point de vûe ſous lequel M. Halley conſidéroit l'effet des parallaxes, n'eſt pas le ſeul & n'eſt pas le meilleur, ſur-tout en corrigeant les nombres de M. Halley; car la plus grande différence que l'on pouvoit obtenir ſur la durée de ce paſſage, n'étoit que d'environ 12 minutes, même en allant chercher cet avantage juſqu'aux Terres auſtrales, & l'on trouve 15 minutes ſur le moment de l'entrée & ſur celui de la ſortie, pris ſéparément, dans des climats plus acceſſibles & plus connus, comme M. de l'Iſle l'a remarqué. Il eſt vrai qu'il faut ſuppoſer la différence des méridiens entre les deux Obſervateurs parfaitement connue; mais avec beaucoup de temps & de ſoin l'on peut éviter une erreur de 10 ſecondes de temps, & il reſtera encore un fort grand avantage pour la méthode que je propoſe. Je ferai voir dans ce Mémoire que l'extrémité de l'Afrique eſt une des poſitions les plus favorables où l'on puiſſe actuellement ſe placer.

En annonçant ſes remarques ſur le paſſage de Vénus, qui arrivera en 1761, M. de l'Iſle a donné une Mappemonde, où ſont marqués, par une courbe, tous les lieux qui doivent apercevoir l'entrée de Vénus ou ſa ſortie, une, deux, trois minutes, &c. avant ou après l'entrée ou la ſortie vûe du centre de la Terre. Cette Carte, dont l'idée eſt très-bonne, montre d'un coup d'œil l'avantage que l'on trouve dans chaque pays pour déterminer la parallaxe du Soleil par l'entrée ou la ſortie de Vénus, & déſigne ceux qui doivent avoir l'excluſion. M. de l'Iſle n'a pas indiqué la route qu'il a ſuivie pour tracer toutes ces courbes, ou pluſtôt tous ces cercles. Je crois en pouvoir donner une, qui a toute la généralité & la ſimplicité poſſible, & ce ſera le premier objet de ce Mémoire.

Soit *E* le centre du Soleil, *KA* la corde que le centre de Vénus décrira ſur le diſque du Soleil dans l'eſpace de $6^h\ 18'$, c'eſt-à-dire depuis $2^h\ 21'$ juſqu'à $8^h\ 39'$ du matin; Fig. 1.

Fig. 1. EO la perpendiculaire qui exprime la plus courte distance de Vénus au centre du Soleil, qui sera de $9' \, 30''$, le diamètre du Soleil étant de $31' \, 37''2$, comme je l'ai supposé dans les calculs de la Connoissance des Temps, l'angle EAO sera de $38^d \, 12'$, & la demi-corde AO de $12' \, 35''$: ainsi Vénus, pour parcourir 1 seconde sur le disque du Soleil, emploiera 15 secondes de temps, ou plus exactement 15,065.

Le rapport des distances de Vénus & du Soleil par rapport à la Terre étant celui de 1,0155 à 0,2887, si l'on nomme π la parallaxe du Soleil, celle de Vénus surpassera celle du Soleil de $2,51 \, \pi$. Si l'on fait varier OA d'une petite quantité comme AB, la distance de Vénus, lorsqu'elle arrivera en B par rapport au centre du Soleil E, croîtra d'une portion BM; on en aura assez exactement la valeur en supposant que AMB est un petit triangle rectiligne rectangle dans lequel $BM = AB \text{ cos. } B$, mais $AB = \frac{t}{15}$. Si l'on nomme t le nombre de secondes de temps qu'il faut à Vénus pour venir de A en B, on aura $BM = \frac{t \text{ cos. } B}{15}$, & le sinus du petit angle AEB, qui est la petite variation de l'angle OEA, sera $\frac{t \text{ sin. } B}{15 \, BE}$.

Suivant la méthode des projections usitée depuis long-temps parmi les Astronomes, concevons tous les rayons qui partent du centre du Soleil, & qui viennent environner la circonférence de la Terre. Ces rayons forment un cone dont le sommet est au centre du Soleil, dont la base est la Terre, dont l'angle total est de $20''$ si la parallaxe du Soleil est de $10''$.

Fig. 2. Soit AB le diamètre de la Terre, S le centre du Soleil, ASB le cone formé au centre du Soleil, CS la distance de la Terre au Soleil, CD la distance de Vénus à la Terre. Si l'on conçoit le cone coupé parallèlement à sa base à la distance CD, c'est-à-dire, dans la région de Vénus, la section sera un autre cercle dont le diamètre est EF; le demi-diamètre FD sera vû sous un angle FCD égal à la différence des angles AFC & FSC, dont l'un est la parallaxe de Vénus, l'autre

la parallaxe du Soleil; c'est ce cercle qu'on appelle la *projection*. Fig. 2.
Suivant les différens lieux que l'Observateur occupera sur la surface de la Terre, il verra le centre du Soleil répondre aux différens points du cercle de projection; & comme l'orbite de Vénus est indépendante de cette projection, les différens pays de la Terre verront aussi le centre du Soleil à différentes distances de l'orbite de Vénus.

Si du centre E du Soleil on décrit un petit cercle $TCHDT$ Fig. 1.
dont le demi-diamètre soit égal à la différence des parallaxes de Vénus & du Soleil, il représentera la projection de la Terre dans l'orbe de Vénus. Si l'on prend TX égal à $14^d \, 39'$, la ligne XPE sera la projection de l'axe de la Terre, & prenant PE égale au cosinus de la déclinaison du Soleil, $22^d \, 42'$ le point P sera la projection du pole de la Terre. Le dernier pays de la terre qui verra Vénus sur le Soleil sera celui dont la projection est au point H, en sorte que LN soit égale à EH, c'est-à-dire, qu'il faut que $\frac{t \text{ cos. } B}{15}$ soit égale à $2,51 \, \pi$, d'où l'on tire $t = 47,96 \, \pi$. C'est l'expression du temps après lequel Vénus cessera de paroître sur le Soleil pour tous les pays de la terre, le double de cette quantité $95,93 \, \pi$, donnera en secondes de temps la plus grande différence qu'il puisse y avoir entre l'observation d'une de ces phases dans les pays les plus éloignés; si l'on suppose $\pi = 10''$, cette différence sera de 16 minutes.

Ainsi 8′ avant & 8′ après l'entrée ou la sortie, véritables ou vûes du centre de la Terre, il y aura des pays qui verront le centre de Vénus sur le bord même du Soleil. Par exemple, le pays dont la projection est en H, verra le centre du Soleil en H, & le bord en L, comme nous l'avons dit ci-devant; il verra aussi Vénus en L. Ainsi la distance LH étant la même que le rayon NE du Soleil, il verra Vénus sur le bord même du Soleil.

On peut chercher de même la position d'un observateur sur la Terre pour tous les momens intermédiaires, tels que 1′, 2′, 3′, &c. avant ou après l'instant de la phase, vûe du centre

Fig. 2. de la Terre. Soit Vénus en B au moment pour lequel on veut calculer, si du point B comme centre, & d'un rayon égal à celui du Soleil, on décrit un arc CD, il marquera sur la projection tous les points de la Terre, qui dans ce moment verront Vénus sortir de dessus le Soleil, & tous ceux par conséquent où doit passer sur la Carte géographique le cercle que l'on veut y tracer.

Pour connoître les longitudes & les latitudes de tous ces points, commençons par le point C, qui marque le premier de tous les pays, qui verra au lever du Soleil à l'instant donné la sortie de Vénus. Dans le triangle rectiligne CEF on connoît EC, rayon de la projection, ou différence des parallaxes,

$$= 2{,}51\ \pi,\quad EF = BM = \frac{t\ \text{cof.}\ B}{15} = 0{,}0524\ t,$$ on

trouvera CEF, qui retranché de l'angle PEB, donnera l'angle PEC; alors on considérera le triangle sphérique PEC, dans lequel on connoît deux côtés & l'angle compris, savoir, PE, qui est égal au complément de la déclinaison du Soleil, ou $67^d\ 18'$, EC, qui est de 90^d, & l'angle PEC que nous venons de trouver, on calculera donc le côté PC, dont la différence à 90^d est la latitude du lieu que l'on cherche, & l'angle CPE qui est l'angle horaire du lieu cherché.

Cet angle horaire doit toûjours se compter d'un midi à l'autre jusqu'à 24 heures, par ce moyen on aura une règle générale qui est d'en ôter l'angle horaire pour Paris, & d'ajoûter 20^d au reste pour avoir la longitude du lieu C comptée du premier Méridien. On observera que pour avoir l'angle horaire du lieu C compté d'un midi à l'autre, ainsi que nous venons de le dire, il faut prendre le complément à 360^d de l'angle CPE, que l'on aura trouvé par le calcul, toutes les fois que le Méridien PC sera à droite, c'est-à-dire, à l'occident du Méridien universel PEV, qui passe toûjours par le Soleil.

On aura par une opération toute semblable la longitude du lieu D, qui verra la sortie de Vénus dans le même moment, mais le Soleil se couchant par rapport à ce pays-là.

Pour avoir la longitude du point F, qui tient le milieu

entre les deux autres, il faut chercher quel est l'arc dont EF Fig. 2.
ou BM est la projection, le sinus de cet arc est en général $0{,}02085\ \frac{t}{\pi}$ suivant les élémens que nous avons donnés plus haut, ainsi dans les triangles PEF on connoît également deux côtés, & l'angle compris PEF au moyen des angles BEY & PEY, on trouvera PF, distance du lieu cherché au pole boréal de la Terre, & l'angle P d'où l'on tirera la longitude du lieu F.

Ces trois points suffisent, comme nous le dirons bien-tôt, pour tracer toute la courbe sur une Mappemonde ordinaire, parce que la courbe y devient un cercle; mais si on la vouloit tracer sur d'autres Cartes, où la projection stéréographique ne seroit point observée, il faudroit encore calculer quelques autres points de cette courbe, tels que G. Pour cela on donnera différentes valeurs à EG; à chaque valeur de EG que l'on aura supposée, on résoudra le triangle GEB rectiligne, dont les trois côtés seront connus, pour avoir l'angle GEB, qui, retranché de l'angle PEB, donnera l'angle PEG; alors dans le triangle sphérique PEG on aura, comme ci-devant, deux côtés & l'angle compris, d'où l'on conclura PG & l'angle GPE: on aura donc la longitude & la latitude du point G. C'est ainsi que l'on trouveroit autant de points G qu'on voudroit en chercher, en supposant différentes valeurs à EG, les côtés BG & EB restant toûjours les mêmes pour une même courbe, $CGFD$, savoir BG égale au demi-diamètre du Soleil, & EB plus grande que ce demi-diamètre de la quantité BM égale à $\frac{t\ \text{cof.}\ B}{15}$, comme nous l'avons dit plus haut; mais sans résoudre tous ces triangles, on peut tracer ce cercle sur un globe aussi-tôt qu'on connoît le point H qui en est le pole, & l'angle CEH qui en est la demi-largeur en degrés, on n'a pour lors qu'un triangle rectiligne & un triangle sphérique pour chaque cercle.

Exemple.

On demande quels sont les lieux de la Terre où l'on verra

Fig. 2. la ſortie de Vénus en 1761, 6 minutes $\frac{1}{2}$ ou 390 ſecondes de temps après la ſortie vûe du centre de la Terre; ſi la parallaxe du Soleil eſt ſuppoſée de 10 ſecondes, alors $\frac{t}{\pi} = 39$: en ſorte que la demi-largeur CH du cercle que nous aurons à décrire ſera $35^d\ 36'$; car puiſque EF eſt ſenſiblement le coſinus de CH, parce que CE ne differe que très-peu du ſinus droit de l'arc CH, le logarithme de $0{,}02085\ \frac{t}{\pi}$ ſera 9,91012, qui eſt auſſi celui du coſinus de $35^d\ 36'$. L'angle OEA étant de $51^d\ 48'$, la petite variation AEB ſera de 58', & l'angle $OEB\ 52^d\ 46'$: ſi OER eſt de $14^d\ 40'$, on a $38^d\ 6'$ pour l'angle REB, & $141^d\ 54'$ pour l'angle PEH, qui eſt ſon ſupplément. Ainſi dans le triangle ſphérique PEH, je connois $PE\ 67^d\ 18'$, $EH = 90^d$, & l'angle compris PEH de $141^d\ 54'$. Puiſque EH eſt ſur la Terre la projection de 90 degrés, la perpendiculaire ZH eſt de $36^d\ 10'$, c'eſt-à-dire égale à l'angle E: le ſegment EZ eſt égal à EH. On dira donc le rayon eſt au coſinus de ZH comme le coſinus de PZ eſt au coſinus de PH, qui ſera de $43^d\ 27'$. Ainſi la latitude du lieu cherché eſt de $46^d\ 33'$ méridionale.

On fera auſſi cette proportion, le rayon eſt au ſinus de PZ comme la cotangente de ZH eſt à la cotangente de l'angle P, qu'on aura de $63^d\ 48'$; & comme cet angle horaire doit être compté depuis midi, on prendra $296^d\ 12'$; on en ôtera $31^d\ 45'$, angle horaire pour Paris à $8^h\ 43'$ du matin, & ajoûtant 20 degrés au reſte, on aura $5^d\ 27'$ pour la longitude du lieu cherché, qui eſt le pole du cercle que l'on doit décrire à l'ouverture de $35^d\ 36'$. Ce cercle paſſe vers la côte occidentale de l'Afrique, depuis le cap de Bonne-eſpérance juſqu'au cap Negro; côte malheureuſement inconnue, ſur laquelle les Européens n'ont abſolument aucune habitation.

Au lieu de réſoudre le triangle oblique PEH, on peut choiſir le triangle rectangle PHX, dont on connoît PH égale à la déclinaiſon du Soleil, & XH, meſure de l'angle PEH, on cherchera l'hypothénuſe PH & l'angle XPH, auquel on ajoûtera 180 degrés, parce qu'il eſt à l'occident & compté depuis minuit, on trouvera le même réſultat que par la méthode précédente. Fig. 2.

MÉTHODE pour trouver graphiquement & ſans Calcul l'effet des Parallaxes dans tous les pays de la Terre.

On peut, avec un ſimple globe terreſtre, tracer tous les cercles dont nous avons parlé, ſur une Carte quelconque ſans aucun calcul, & en quelques heures de temps connoître les différentes circonſtances d'un paſſage de Vénus pour tous les lieux de la Terre à quelques ſecondes près. Je vais en donner un exemple pour le paſſage de 1769, puiſqu'il deviendroit ſuperflu pour celui de 1761. Les élémens du paſſage de 1769, ſuivant les calculs particuliers que j'en ai faits, & dont je donnerai les fondemens dans une autre occaſion, ſont à peu près tels que je vais les rapporter. Le moment de la conjonction arrivera le 3 Juin à $10^h\ 10'$ du ſoir, à $2^f\ 13^d\ 27'\ 10''$ de longitude.

L'entrée du premier bord de Vénus ſur le Soleil ſe fera le 3 Juin 1769 à $7^h\ 21'$ du ſoir, temps vrai à Paris; la ſortie du dernier bord à $13^h\ 44'$, ou le 14 à $1^h\ 44'$ du matin; enfin la plus proche diſtance des centres ſera de $10'\ 7''$, dont Vénus ſera vers le nord; ſoit EMS l'orbite de Vénus en 1769 (*fig. 3*), le point E déſignant l'entrée, & le point S la ſortie, la différence des parallaxes $22''\ 6$, l'angle du méridien & du cercle de déclinaiſon $7^d\ 3'$, l'inclinaiſon apparente de l'orbite de Vénus ſur l'écliptique $8^d\ 29'$, & par conſéquent l'arc $TX = 15^d\ 32'$ qui eſt l'angle de l'orbite avec l'Équateur. L'angle ECM étant de $51^d\ 34'$ on aura HX ou PCE de $36^d\ 2'$, & PCS de $67^d\ 6'$, ayant pris un globe terreſtre on élevera le pole au deſſus de l'horizon de $22^d\ 27'$, qui eſt la déclinaiſon du Soleil pour ce jour-là; on éloignera Paris du méridien, vers l'orient, de la quantité qui répond à $7^h\ 21'$, puiſque c'eſt à cette heure-là que l'entrée doit arriver, alors tous les pays qui ſeront ſur l'horizon, du côté de l'orient, ſont ceux où l'on verra

Fig. 3. *l'entrée de Vénus au coucher du Soleil;* & tous les pays qui seront sur l'horizon, du côté de l'occident, sont ceux qui la verront au lever du Soleil. Ainsi on tracera deux lignes sur la Map-
Fig. 6. pemonde, dont l'une FGB traversant l'Afrique, l'Allemagne, la Russie & le Japon entrera dans la mer du sud; la seconde BAD passera sur tous les points de la Terre diamétralement opposés aux précédens; celle-ci traverse toute la mer pacifique & va passer au dessous du détroit de Magellan. On prendra sur le globe, conservé dans la même situation & à l'orient du
Fig. 3. méridien vers le nord, un arc égal à HX, c'est-à-dire, de $37^d\,4'$, on verra que l'extrémité de cet arc tombe vers Munich à $28^d\frac{1}{3}$ de longitude avec $47^d\frac{1}{2}$ de latitude, & ce sera là le pole de tous les cercles que l'on aura à tracer; en effet les projections de tous ces cercles, dans la *figure 3*, devront être perpendiculaires à la ligne CHE, ainsi le point H sera leur pole, il n'y aura de différence que sur le mouvement de la Terre en $8'$ de temps qui ne peut aller à plus de 2^d autour de l'axe CP, & beaucoup moins par rapport à la ligne CH, la différence n'ira pas à un degré, quantité que l'on peut négliger lorsqu'il n'est question que de voir la situation des pays les plus avantageux pour l'observation; nous ne sommes pas assurés, à $4'$ près, de l'instant où l'entrée & la sortie devront paroître, ni par conséquent à 1^d près des lieux par où passent toutes les lignes dont il s'agit ici; car si l'on se trompe de $4'$ sur ce temps-là, il est évident que toutes les positions des lieux de la Terre auront changé de 1^d en longitude pendant cet espace de $4'$, il y aura 1^d d'erreur sur toutes ces lignes. Connoissant le pole de tous les cercles que nous voulons décrire pour l'entrée, il ne s'agit plus que d'en connoître le diamètre; pour cela on décrira un cercle $ABCD$, *fig. 4*, dont le diamètre soit égal à celui du globe terrestre dont on se sert. Comme la plus grande différence de temps est de $15'$, on divisera BD en quinze parties égales, par chaque point de division on tirera des lignes EF parallèles à AC, & elles intercepteront des arcs BE dont on prendra l'étendue avec un compas; on portera ces quantités sur le globe, & partant du

du point que nous avons trouvé devoir être le pole de l'entrée, Fig. 4.
on décrira les cercles dont on avoit besoin; au lieu des lignes parallèles à AC, on pourra, pour plus d'exactitude, décrire des arcs dont le rayon soit trente-sept fois plus grand que celui du globe. Supposons que l'on prenne la cinquième division au dessus du centre, on aura l'arc BE qui donne la demi-largeur sur le globe du cercle qui passe par tous les pays où l'on doit voir l'entrée $4'$ avant le centre de la Terre, c'est-à-dire, à $7^h\,17'$ comptées sur le méridien de Paris, on trouvera que cette ligne passe dans la Tartarie & le Mogol, traverse ensuite l'Amérique septentrionale, & vient couper le premier méridien à 11^d de latitude boréale. Il en est de même des autres cercles que nous avons tracés, & qui ont tous pour poles le point marqué $7^h\,14'$ qui tombe à Munich, & le point marqué dans l'autre hémisphère $7^h\,29'$, qui est à peu près antipode du premier.

On tournera le globe terrestre, dont le pole est élevé comme ci-devant, de $22^d\,27'$, jusqu'à ce que Paris soit éloigné du méridien de $13^h\,43'\frac{1}{2}$ en allant toûjours d'occident vers l'orient, on aura alors dans l'horizon du globe, du côté de l'orient, tous les pays qui verront la sortie de Vénus au coucher du Soleil, & du côté de l'occident tous ceux qui la verront au lever du Soleil, & l'on sera en état de tirer sur la Mappemonde les deux portions de cercles qui représentent tous ces Fig. 6.
pays. La première CI traverse le Groenland, la Louisiane, le Mexique & la mer pacifique, coupant l'Équateur à 26^d de longitude; l'autre EH traverse la Norvège, la mer noire, le golfe persique, & coupant l'Équateur à 82^d de longitude, descend dans la mer pacifique.

Le globe restant dans la même situation, on prendra un arc XA *(fig. 3)* vers l'occident, égal à $68^d\,8'$ le long de l'horizon; cet arc se terminera près de Mascate en Arabie au dessous du détroit d'Ormus, à $73^d\frac{1}{2}$ de longitude avec 20^d de latitude, c'est le dernier pays de la Terre où l'on verra la sortie de Vénus. Ce point A est donc le pole des cercles que l'on aura à décrire pour la fin du passage: on se servira de la perpendiculaire *CM (fig. 3)*; ainsi il faut examiner le lieu de la Terre, qui est tout à la fois le plus près de ces deux points, & dans lequel on verra l'entrée & la sortie; il est évident que c'est le point *G (fig. 6)* intersection des deux cercles d'illumination *FG* & *HG*: car dans l'espace *BEG*, où nous avons dit que l'on doit voir les deux phases, il n'y a aucun point qui soit plus voisin que *G* des points $7^h\ 14'$ & $13^h\ 51'$. Si vous preniez un plus petit cercle de sortie au dessous du point *G*, vous sortiriez du cercle de l'entrée *FG*; & si vous preniez un plus petit cercle d'entrée en vous rapprochant de $7^h\ 14'$, vous ne verriez plus la sortie. Fig. 6.

Ce point *G* est aussi celui où l'on verra Vénus entrer sur le Soleil le 3 Juin au soir, au moment du coucher du Soleil, & où l'on verra Vénus sortir le 4 au matin lorsque le Soleil se levera; il tombe à 45^d de longitude & 57^d de latitude vers Marienbourg en Livonie: mais il faut nécessairement s'élever un peu vers le nord au dessus de ce point-là, de peur que les petites erreurs des Tables ne fissent manquer l'observation, ou que les vapeurs de l'horizon ne la rendissent douteuse.

Pétersbourg est de toutes les capitales la plus voisine du point *G* vers le nord; ce ne seroit pas même assez que d'observer à Pétersbourg, car on n'y verroit que le contact extérieur, & c'est sur-tout le contact intérieur qu'il nous importe d'observer; il faudra s'élever un peu au nord de cette capitale, on y trouvera l'avantage de voir les deux phases, c'est-à-dire, l'entrée & la sortie, arriver à une plus grande distance de l'horizon.

On peut trouver aisément par la méthode que je viens d'expliquer, & avec le même globe, combien dans un lieu donné il y aura de minutes & de secondes pour l'effet de la parallaxe; je puis même dire qu'on ne s'y trompera pas de deux ou trois secondes avec un petit globe de 6 pouces de diamètre. Pour trouver cette quantité à Pétersbourg, on prendra sur le globe avec un compas la distance entre le pole de Munich ou le point marqué $7^h\ 14'$ & la ville de Pétersbourg, on portera cette même ouverture de compas sur le cercle de la *figure 4*, qui a le même diamètre que le globe; en partant

Fig. 4. du point *B*, on trouvera le point *H* où se termine cette distance; si de ce point on abaisse une perpendiculaire sur le diamètre, cette perpendiculaire marquera $7^h\ 14'\ 15''$, c'est-à-dire, $15''$ seulement de plus que le pole même de la première entrée: lorsqu'on est près des poles d'entrée & de sortie, un espace de 30 degrés ou de 750 lieues, ne produit pas plus d'une minute de différence.

On prendra aussi la distance entre le pole de sortie marqué $13^h\ 51'$ en Arabie, & la ville de Pétersbourg, on portera cette distance sur le même cercle de *B* en *I (fig. 4)*; la perpendiculaire abaissée du point *I* sur le diamètre *BD* y marquera $13^h\ 49'$ sur la colonne de la sortie.

Ainsi la durée totale du passage à Pétersbourg sera de $6^h\ 34'\ 45''$, c'est-à-dire, plus grande de $11'$ que la durée vûe du centre de la Terre.

Si l'on fait une semblable opération dans l'hémisphère austral
Fig. 6. & occidental, on verra que le point *A* seroit le point où la durée du passage seroit la moindre; mais comme ce point tombe sur les terres australes inconnues, & qu'il y a peu de facilité à observer dans la mer du sud, comme nous le ferons voir ci-après, il faudra nous borner à choisir le point du continent de l'Amérique le plus voisin du point *A* dans l'espace *ACB*; ce point sera vis-à-vis de la Californie sur la côte du Mexique.

Si l'on fait pour Mexico, qui en est la capitale, une opération semblable à celle que nous avons détaillée pour Pétersbourg, on trouvera que l'entrée est à $7^h\ 21'\ 10''$, la sortie $13^h\ 37'\ 40''$; ainsi la durée du passage observé y sera de $6^h\ 16'\ 30''$, c'est-à-dire plus petite de $18'\ 15''$ que la durée à Pétersbourg. Supposant donc qu'on puisse avoir deux observations bien complètes de l'entrée & de la sortie, l'une au Mexique, l'autre au nord de Pétersbourg, on aura une différence encore plus grande que celle de 1761, & une occasion de déterminer encore mieux la parallaxe du Soleil, mais il faut convenir qu'il est en général bien difficile d'espérer quatre instans d'observation, chacun de la même exactitude. Cherchons donc à multiplier nos secours, & ne négligeons pas l'observation de 1761.

De la Projection stéréographique.

J'ai supposé dans tout ce qui précède qu'on se servoit d'une Mappemonde tracée sur la projection stéréographique, telle qu'on la voit *(fig. 6)*: les degrés de cette sorte de projection sont plus grands vers les bords que vers le centre. Le plan de projection est le premier méridien, l'œil étant supposé dans l'équateur à 90 degrés de longitude. Dans cette Carte, la projection d'un arc de 70 degrés est la tangente de 35 degrés, c'est-à-dire de la moitié de l'arc que l'on veut exprimer: cette proposition est facile à démontrer, elle est le fondement de la projection stéréographique.

Soit O la position de l'œil *(fig. 5)* qui voit le demi-cercle PEL, & qui le rapporte aux différens points du diamètre de projection PL; soit l'arc ED de 40 degrés, dont la projection est CF, l'angle O sera de 20 degrés, & par conséquent CF sera la tangente de 20 degrés pour le rayon CO, qui est le rayon de la projection.

On peut aussi démontrer fort aisément la belle propriété qu'a cette projection, de représenter toûjours, par des cercles, tous les cercles du globe, grands ou petits, quelle que soit leur position par rapport à l'œil & par rapport au plan de la projection.

Soit un arc DG dans une position quelconque, sur lequel nous concevrons un petit cercle de la sphère, qui soit la base d'un cone oblique scalene GOD à base circulaire. Je dis que la section de ce cone par FH sera toûjours un cercle; en effet, les triangles OFH, OGD sont semblables, car si l'on tire GK, on aura $OGK = OHP = ODG$, puisque $OK = OG$, mesure de l'angle ODG: ainsi les cones FOH, GOD sont aussi semblables; donc ils ont des bases semblables; donc FH est le diamètre de l'un aussi-bien que GD le diamètre de l'autre. On verroit, par des figures pareilles, que la grandeur de GD, ou sa situation même dans le demi-cercle supérieur POL, ne changent rien à la vérité de cette proposition.

Si l'on veut connoître les diamètres de tous les cercles qui

doivent servir de méridiens dans cette projection; soit, par exemple, la longitude $PK = 20$ degrés $= LM$, on aura le demi-cercle KDM, dont la projection est celle du méridien, qui est à 20 degrés de longitude en partant du point P. Ayant tiré les lignes OMN, ORK, on voit que $RN = RC + CN =$ tangente de $(45^d - \frac{1}{2}$ longitude$)$ + tangente $(45^d + \frac{1}{2}$ longitude$)$, il faut prendre la moitié de la somme de ces deux tangentes, lorsqu'on veut avoir le rayon du cercle dont il s'agit. Par exemple, le rayon du méridien qui a 80 degrés de longitude, sera la moitié de la somme des tangentes de 5 degrés & de 85 degrés: celui du méridien qui a 60 degrés de longitude, sera la demi-somme des tangentes de 15 & de 75 degrés, & ainsi du reste, ou, pour s'exprimer en général & plus simplement, *le rayon d'un méridien sera la demi-somme de la tangente & de la cotangente de la différence entre 45 degrés & la longitude donnée.*

Des Observations qu'il conviendroit de faire, en 1761, du côté du Cap de Bonne-espérance.

Après avoir indiqué la méthode qui conduit au calcul des parallaxes en différens lieux de la Terre, je passe aux résultats qui nous intéressent actuellement pour l'observation de 1761. On a déjà vû par la Carte de M. de l'Isle, que le voyage des Indes entrepris par M. le Gentil, & celui de Sibérie, pour lequel M. l'abbé Chappe se dispose, ne peuvent être que très-utiles; mais celui du cap de Bonne-espérance ou des environs me paroît sur-tout de la plus grande importance.

Si l'on étoit assuré d'avoir deux observations de l'entrée de Vénus sur le Soleil, une aux environs de Constantinople ou de l'isle de Chypre, & l'autre dans la mer du sud, un peu au dessous de l'Équateur, & vers 230^d de longitude, nous aurions pour l'entrée une différence d'environ $15'$ de temps, & nous ne saurions en espérer une plus grande: cela n'empêcheroit pas cependant qu'on ne dût tâcher de se procurer de deux façons ce résultat important; mais il est douteux que nous puiſſions avoir un Obſervateur, même de la part de l'Eſpagne, dans ces iſles deſertes; la pluſpart ne ſont connues que par les noms qu'ont donné les voyageurs quelquefois à ce qu'ils voyoient, & quelquefois à ce qu'ils croyoient voir; les iſles vûes par Quiros en 1605, celles que Ferdinand Gallego dit avoir aperçûes en enfilade depuis la terre de Feu juſqu'aux iſles de Quiros, les Marquiſes de Mendoça, celles qu'Alvarez Bendano de Neira découvrit en 1595, &c. n'ont jamais été reconnues depuis par perſonne, quoiqu'elles aient été cherchées ſouvent, celles que l'on connoît, ne ſont point habitées, ou ne le ſont que par des nations perfides & même antropophages; il me paroît d'ailleurs trop tard pour les préparatifs d'un auſſi long voyage. N'eſpérons donc point des obſervations qui tiennent à tant d'incertitudes, & pour leſquelles nous voyons tant d'obſtacles.

Mais s'il eſt difficile d'avoir pour l'entrée la plus grande différence poſſible, & même la moitié, nous en pouvons être dédommagés par la ſortie; toute la côte de Cafrerie, depuis le cap Négro juſqu'au cap de Bonne-eſpérance & l'iſle de Sainte-Hélène, ſont parmi tous les lieux acceſſibles ceux où la ſortie ſe verra le plus tard: nous ignorons ſi l'Angleterre n'enverra pas à l'iſle de Sainte-Hélène, mais nous aſſurerions la réuſſite de l'entrepriſe, indépendamment de toutes les autres Nations, en l'obſervant nous-mêmes en Afrique. Cette obſervation ſera face à toutes les autres; elle donnera 8 minutes de différence avec Londres, Paris & Conſtantinople, 9 minutes avec Berlin & Pondichéri, 10 minutes avec Péterſbourg, 11 minutes avec Archangel, 11 minutes ½ avec Tobolsk, 12 minutes avec Jéniſeik & Pékin, 13 minutes avec Jakoutsk, & 14 minutes ½ avec le Kamtſchatka, où l'obſervation pourroit bien être faite par des Aſtronomes Ruſſes. Ainſi l'on voit que l'obſervation d'Afrique ſera beaucoup plus utile que toutes les autres, car elle les rendra toutes concluantes; & ſans elle nous perdrons près des deux tiers de l'avantage, il ne reſtera plus que 3 minutes ½ entre Paris & Tobolsk, au lieu de 13 minutes que nous pouvons nous procurer; en ſorte que le voyage même

de Sibérie tire de celui de l'Afrique preſque toute ſon importance.

S'il y a quelque incertitude à redouter dans ce genre d'obſervations, il n'en eſt que plus néceſſaire de multiplier les Obſervateurs, afin d'avoir, par un grand nombre de comparaiſons, le même réſultat: ainſi la petite erreur dont la détermination de la parallaxe du Soleil, après l'obſervation dont il s'agit, pourra être encore ſuſceptible, ne peut être une raiſon de la négliger, mais doit au contraire redoubler encore nos précautions & nos préparatifs.

M. Halley a cru qu'on pouvoit obſerver, à une ſeconde près, le moment du contact de Vénus avec le bord du Soleil, je crois qu'il faut rabattre un peu de cette préciſion; mais on donneroit dans un excès contraire, ſi l'on penſoit qu'il y ait une demi-minute d'erreur à craindre dans cette obſervation. Le 6 Mai 1753, Mercure fut obſervé ſur le bord du Soleil; ſon attouchement intérieur fut obſervé, à quelques ſecondes près, au même inſtant par pluſieurs Aſtronomes.

A	$10^h\ 18'\ 39''$	Par le P. Merville & M. Libour, aux Jéſuites.
	10. 18. 41	Par moi, au château de Meudon.
	10. 18. 43	Par M. de l'Iſle, à l'hôtel de Clugny.
	10. 18. 44	Par M. Bouguer, à la Doctrine Chrétienne.
	10. 19. 3	Par M. de Thury, à l'Obſervatoire.

Lorſqu'on voit dans ces ſix obſervations qu'il y en a cinq dans un intervalle de 5", malgré la différence des lunettes, peut-on douter que ce ne ſoit là à peu-près la préciſion ſur laquelle il eſt permis de compter? Le mouvement de Vénus ſera en 1761 tout auſſi rapide que l'étoit celui de Mercure en 1753, ſon diamètre ſera cinq ou ſix fois plus grand, en ſorte qu'on a lieu de croire qu'il ſera encore plus aiſé de bien déterminer le contact des deux bords qu'il ne l'étoit dans l'obſervation de Mercure; on doit donc eſpérer une préciſion de 5" pour le moins; il eſt vrai que dans l'obſervation de 1743 on trouve de plus grandes différences, puiſque la ſortie des deux bords fut obſervée de la manière ſuivante.

A $1^h\ 10'\ 3''$	...	$1^h\ 11'\ 58''$	Par M. de la Caille.
1. 10. 17	...	1. 12. 18	M. Maraldi.
1. 9. $52\frac{1}{2}$	...	1. 12. $2\frac{1}{2}$	M. le Monnier.
1. 10. 32	...	1. 12. 2	M. Caſſini.

Mais les erreurs qui ſe ſont gliſſées dans celle-là ne doivent pas nous inſpirer plus de crainte que la préciſion de l'autre ne nous donne d'eſpérance: des précautions proportionnées à l'importance de la choſe, nous aſſurèront probablement du ſuccès; il faut ſur-tout des lunettes bien préparées & bien ſuſpendues, des yeux bien repoſés, une ſituation commode pour l'Obſervateur: ſans ces trois attentions, on ne peut attendre aucune exactitude.

L'Académie ne peut donc négliger une poſition auſſi déciſive que celle de l'Afrique; nous voyons depuis Saint-Paul-de-Loanda juſqu'à Saint-Philippe-de-Benguela une côte fréquentée par les Portugais, où nous n'avons jamais eu d'Obſervateur, & qui préſente à notre curioſité diverſes obſervations très-utiles. Ne perdons pas ſur-tout de vûe l'importance dont eſt pour nous la parallaxe du Soleil; c'eſt un des fondemens généraux de toute la Phyſique céleſte. Une des plus belles découvertes que la connoiſſance de l'attraction ait procurée aux Aſtronomes, eſt celle des denſités & des maſſes de toutes les planètes; mais ſi l'on trouve que la Terre eſt $\frac{1}{170000}$ du Soleil, on ſuppoſe eſſentiellement la parallaxe du Soleil de 10 ſecondes; & ſi elle ſe trouve plus petite, la fraction diminuera comme le quarré de la parallaxe, c'eſt-à-dire qu'en diminuant ſeulement de deux ſecondes la parallaxe, on augmentera de près de moitié la maſſe de la Terre. A quelles erreurs ne ſommes-nous donc pas expoſés en calculant les dérangemens des planètes & leurs attractions réciproques?

Ainſi la véritable étendue du ſyſtème ſolaire, la grandeur des orbites de toutes les planètes, la théorie des éclipſes, la connoiſſance des maſſes, des volumes, des denſités, des

diamètres, tout dépend de la parallaxe du Soleil, & par conſéquent de l'obſervation dont je parle.

L'occaſion que nous préſente ce célèbre phénomène, eſt un de ces momens précieux, dont l'avantage, ſi nous le laiſſons échapper, ne ſauroit être enſuite compenſé, ni par les efforts du génie, ni par la conſtance des travaux, ni par la magnificence des plus grands Rois; moment que le ſiècle paſſé nous envioit, & qui ſeroit dans l'avenir, j'oſe le dire, une injure à la mémoire de ceux qui l'auroient négligé.

Pla. II.

Fig. 4.

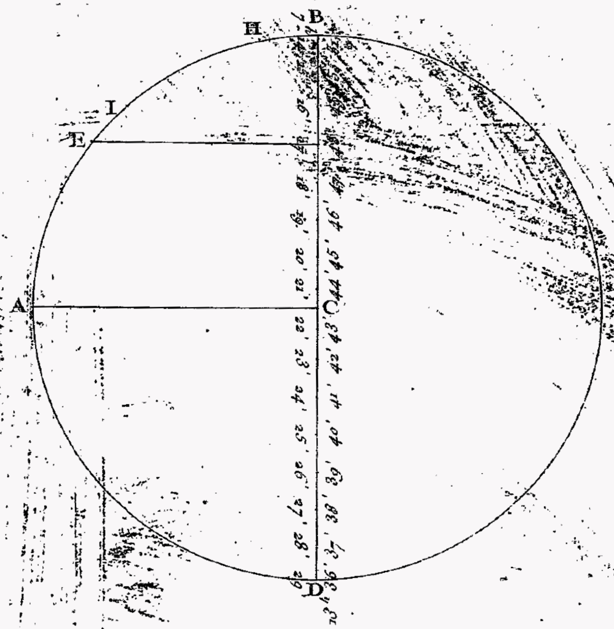
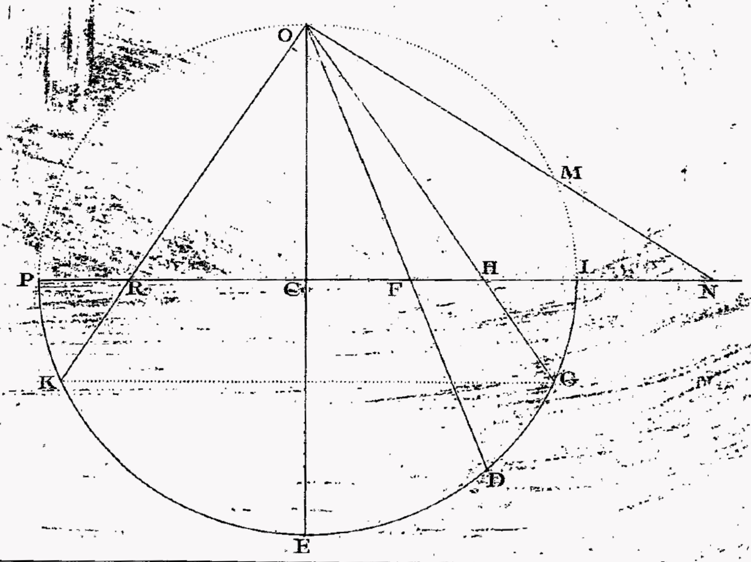
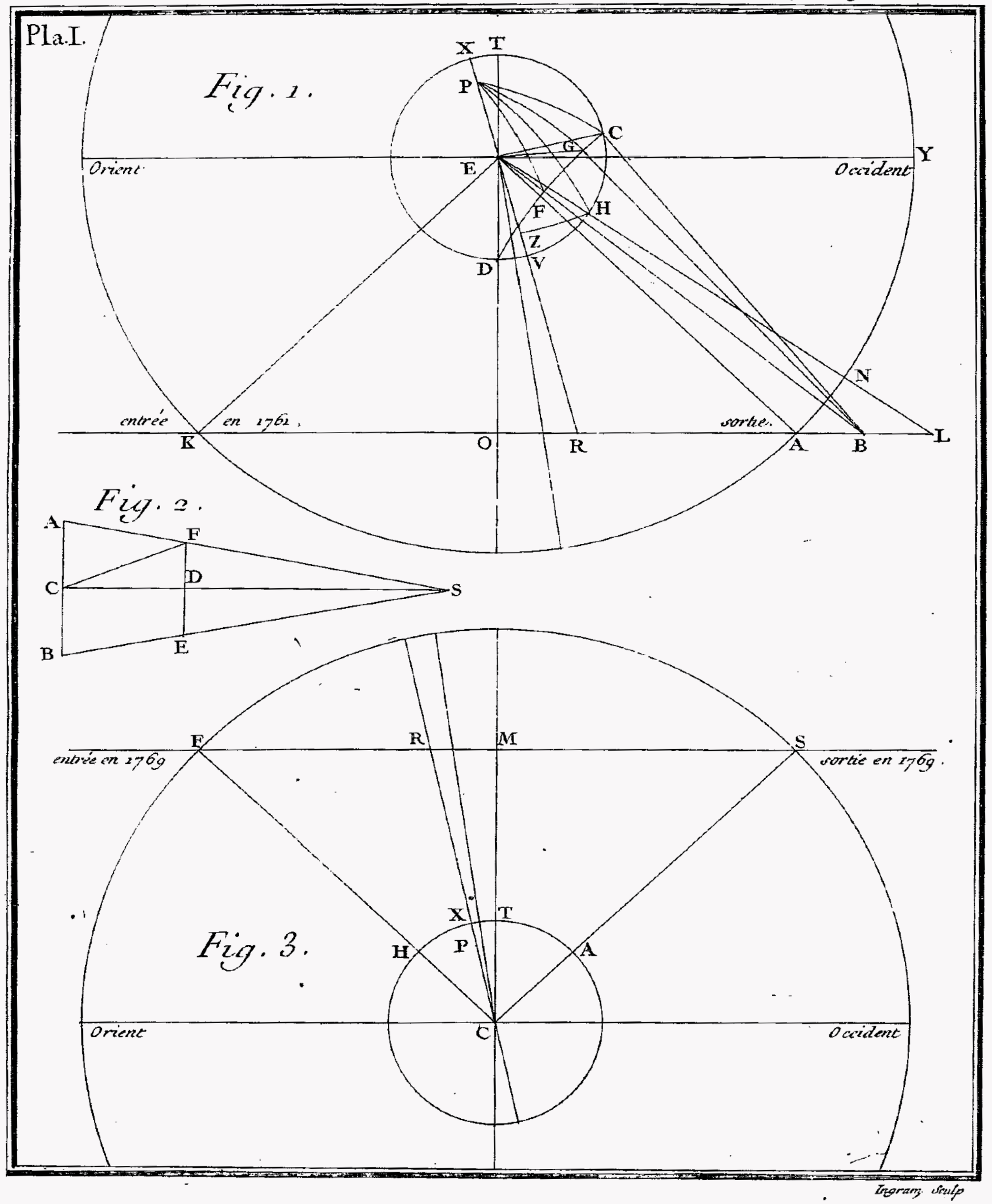


Fig. 5.



Ingram Sculp.


Pl.a I.
Fig. 1.
X T
P
C
G
E
Y
Orient
Occident
F H
Z
V
D
N
entrée en 1761.
sortie.
K
O
R
A
B
L
Fig. 2.
A
F
D
C
S
B
E
entrée en 1769
F
R
M
S
sortie en 1769.
X T
P
H
A
Fig. 3.
Orient
C
Occident
Ingram Sculp

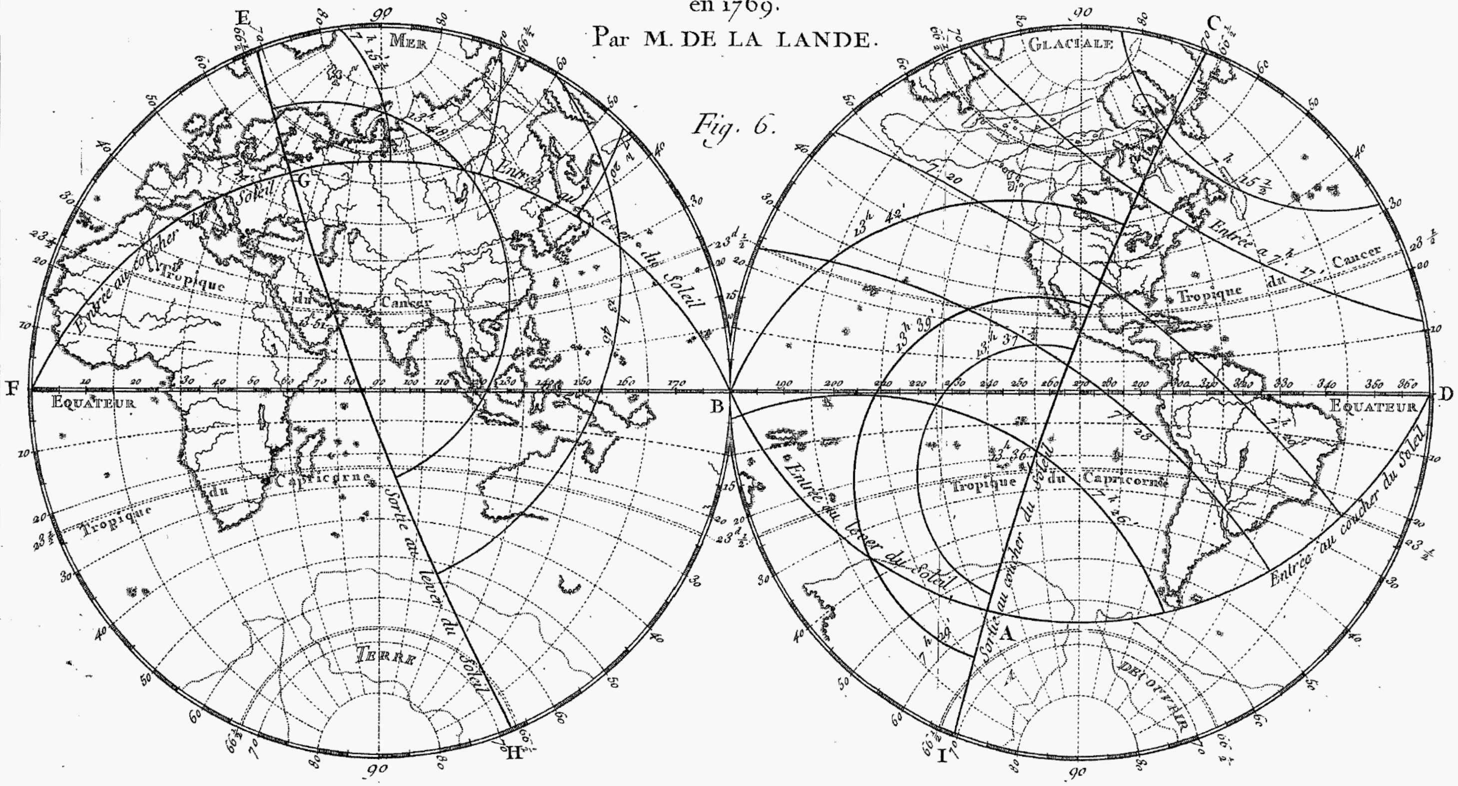
Pla. III

MAPPEMONDE

Dans laquelle est indiqué l'effet que produira la Parallaxe sur le temps de l'entrée et de la sortie de Venus en 1769.

Par M. DE LA LANDE.

Fig. 6.



Ingram Sculp.