

# Calculs par interpolation ou ajustement dans le éphémérides astronomiques

Les données des éphémérides sont tabulées généralement avec un pas temporel régulier  $\Delta t$ .

Il arrive très souvent, d'avoir à préciser l'instant d'un phénomène entre deux dates tabulées ou d'avoir à trouver la valeur d'une variable entre deux valeurs.

Les opérations les plus courantes sont de calculer:

- la valeur d'une variable à un instant intermédiaire
- l'instant où une variable vaut zéro
- l'instant où deux variables sont égales et leur valeur à cet instant
- un extremum : instant où une variable est minimale ou maximale, et la valeur à cet instant

Si l'on a un pas d'échantillonnage suffisamment petit, on s'aperçoit que les variations entre deux instants sont souvent quasi linéaire. Sauf pour la recherche d'un extremum, c'est l'hypothèse qui sera utilisée.

## Interpolation : valeur d'une variable à un instant intermédiaire

Les formules sont simples à retrouver :

Soit  $v$  une variable prenant à  $t_1$  la valeur  $v_1$  et à la valeur  $v_2$  à  $t_2$ .

On cherche la valeur  $v$  à  $t$  ( $t_1 < t < t_2$ ) et  $\Delta t = t_2 - t_1$ .

Equation de la droite passant par  $v_1$  et  $v_2$

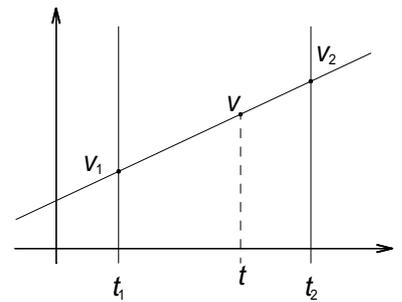
$$\frac{v - v_1}{t - t_1} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

a) trouver la valeur de  $v$  à  $t$ ,  $t$  situé entre  $t_1$  et  $t_2$

$$v = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} (t - t_1) + v_1$$

b) trouver l'instant  $t$  où la variable a la valeur  $v$  comprise entre  $v_1$  et  $v_2$

$$t = \frac{\Delta t}{v_2 - v_1} (v - v_1) + t_1$$



## Instant où deux variables sont égales et valeur des variables

Dans les éphémérides, on repère les instants où les variables sont les plus proches  $t_a$  et  $t_b$

Les variables valent alors  $y_a, z_a$  et  $y_b, z_b$

On recherchera donc l'instant  $t_c$  d'égalité de  $y$  et  $z$  à l'intersection de deux droites.

- Equations des deux droites

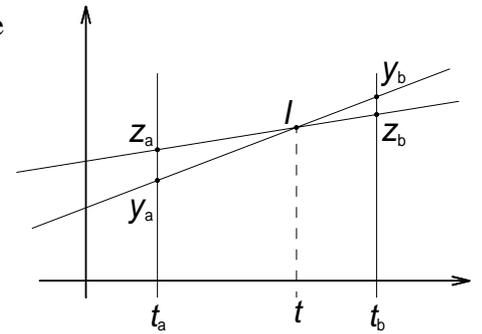
$$\frac{y - y_a}{t - t_a} = \frac{y_b - y_a}{t_b - t_a} \quad \text{et} \quad \frac{z - z_a}{t - t_a} = \frac{z_b - z_a}{t_b - t_a}$$

- Abscisse de l'intersection

$$t = (t_b - t_a) \frac{z_a - y_a}{y_b - y_a - z_b + z_a} + t_a$$

- Ordonnée à l'intersection

$$y_c = z_c = y_a + \frac{t_c - t_a}{t_b - t_a} \cdot (y_b - y_a) = z_a + \frac{t_c - t_a}{t_b - t_a} \cdot (z_b - z_a)$$



Un cas simplifié est celui de la recherche du passage à zéro d'une variable :

$$\frac{y - y_a}{t_c - t_a} = \frac{y_b - y_a}{t_b - t_a}, \quad \text{avec } y = 0$$

$$t_c = t_a - y_a \frac{t_b - t_a}{y_b - y_a} = t_a - y_a \frac{\Delta t}{y_b - y_a}$$

## Recherche d'un extremum

On repère les trois instants encadrant l'extremum ( $t_1, t_2, t_3$ ) où la variable  $x$  prend les valeurs ( $x_1, x_2, x_3$ ),  $x_2$  étant la plus grande ou plus petite des valeurs). On suppose que  $x$  suit alors une variation parabolique.

Les coefficients de la parabole peuvent se calculer de façon matricielle mais avec un pas d'échantillonnage régulier, en faisant le changement de variable de :

$$T = \frac{t - t_2}{t_2 - t_1} = \frac{t - t_2}{\Delta t}$$

qui prend les valeurs [-1; 0; 1] la résolution est simple.

De l'équation de la parabole passant par les trois points

$$x = aT^2 + bT + c$$

on obtient le système d'équations :

$$\begin{aligned} x_1 &= a - b + c \\ x_2 &= c \\ x_3 &= a + b + c \end{aligned}$$

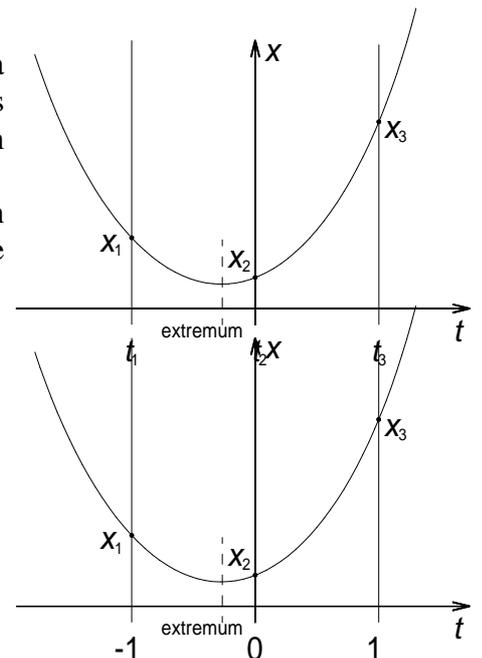
La résolution de ce système donne :

$$a = \frac{x_3 + x_1}{2} - x_2 \quad ; \quad b = \frac{x_3 - x_1}{2} \quad ; \quad c = x_2$$

Position de l'extremum :

$$T_{\text{ext}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2} \frac{x_3 - x_1}{x_3 + x_1 - 2x_2}$$

Et l'instant cherché vaut :  $t_{\text{ext}} = T_{\text{ext}} \cdot \Delta t + t_2$  et la valeur  $x_{\text{ext}} = x_2 - \frac{1}{8} \cdot \frac{(x_3 - x_1)^2}{x_3 + x_1 - 2x_2}$



# *Tableur Excel*

## *Fonctions utiles avec les éphémérides astronomiques du serveur de l'IMCCE*

Dans les fonctions, le séparateur des arguments est “;”.

<b>ACOS</b> (nombre)	Renvoie l'arccosinus d'un nombre. L'arccosinus, ou inverse du cosinus, est l'angle dont le cosinus est l'argument nombre. L'angle renvoyé, exprimé en radians, est compris entre 0 (zéro) et pi.
<b>COS</b> (nombre)	Renvoie le cosinus de l'angle spécifié.
<b>ASIN</b> (nombre)	Renvoie l'arcsinus ou le sinus inverse d'un nombre. L'arcsinus est l'angle dont le sinus est l'argument nombre. L'angle renvoyé, exprimé en radians, est compris entre -pi/2 et pi/2.
<b>SIN</b> (nombre)	Renvoie le sinus d'un nombre.
<b>ATAN</b> (nombre)	Renvoie l'angle dont la tangente valant “nombre”.
<b>TAN</b> (nombre)	Renvoie la tangente de l'angle donné.
<b>ATAN2</b> (no_x;no_y)	Renvoie l'arctangente ou la tangente inverse des coordonnées x et y spécifiées. L'arctangente est l'angle formé par l'axe des abscisses (x) et une droite passant par l'origine (0, 0) et un point dont les coordonnées sont (no_x, no_y). Cet angle, exprimé en radians, est compris entre -pi et pi, -pi non compris.
<b>DEGRES</b> (angle)	Convertit les radians en degrés.
<b>RADIANS</b> (angle)	Convertit des degrés en radians.
<b>CNUM</b> (texte)	Convertit en nombre une chaîne de caractères représentant un nombre.
<b>STXT</b> (texte;no_départ;no_car)	Renvoie un nombre donné de caractères extraits d'une chaîne de texte à partir de la position que vous avez spécifiée, en fonction du nombre de caractères spécifiés.
<b>TEXTE</b> (valeur;format_texte)	Convertit une valeur en texte selon un format de nombre spécifique.
<b>MOD</b> (nombre;diviseur)	Renvoie le reste de la division de l'argument nombre par l'argument diviseur. Le résultat est du même signe que diviseur.
<b>RACINE</b> (nombre)	Donne la racine carrée d'un nombre.
<b>SI</b> (test_logique;valeur_si_vrai;valeur_si_faux)	Renvoie une valeur si la condition que vous spécifiez est VRAI et une autre valeur si cette valeur est FAUX. Utilisez la fonction SI pour effectuer un test conditionnel sur des valeurs et des formules.
<b>TEMPS</b> (heure;minute;seconde)	Renvoie le nombre décimal d'une heure précise. Si le format de cellule était Standard avant que la fonction ne soit entrée, le résultat est mis en forme en tant que date. Le nombre décimal renvoyé par la fonction TEMPS est une valeur comprise entre 0 (zéro) et 0,99999999, qui représente l'heure, de 0:00:00 (12:00:00 AM) à 23:59:59 (11:59:59 PM).
<b>TEMPSVAL</b> (heure_texte)	Renvoie le nombre décimal de l'heure représentée par une chaîne de texte. Ce nombre décimal est une valeur comprise entre 0 (zéro) et 0,99999999, qui représente l'heure, de 0:00:00 (12:00:00 AM) à 23:59:59 (11:59:59 PM).

## Extraction et conversion en valeurs numériques

On va créer pour chaque donnée, une colonne où l'on mettra la conversion en valeur numérique de celle-ci. Pour cette conversion quatre fonctions (CTXT, CNUM, STXT, DATE) et un test de condition (SI) sont utilisés. Le tableau ci-dessous donne les formules des cellules pour toutes les valeurs de sortie suivant les éphémérides demandées,  $An$  étant la cellule qui contient le texte source.

### Coordonnées équatoriales et horaires

#### Positions, nombres de caractères, fonctions et formules d'extraction des données

	position	nb car.	Formule
Date	1 à 12	12	=DATE(CTXT(STXT( $An$ ;8;4));CTXT(STXT( $An$ ;5;3));CTXT(STXT( $An$ ;2;2)))
Heure	14 à 24	11	=CNUM(STXT( $An$ ;14;2))+CNUM(STXT( $An$ ;17;2))/60+CNUM(STXT( $An$ ;20;5))/3600 (heure en fraction de jour)
Ascension droite Angle horaire Longitude écliptique	27 à 41	15	=CNUM(STXT( $An$ ;27;3))+CNUM(STXT( $An$ ;31;2))/60+CNUM(STXT( $An$ ;34;7))/3600
Déclinaison latitude écliptique	43 à 56	14	=(CNUM(STXT( $An$ ;44;2))+CNUM(STXT( $An$ ;47;2))/60+CNUM(STXT( $An$ ;50;7))/3600)*(SI(STXT( $An$ ;43;1)="-";-1;1))
Distance	59 à 71	13	=CNUM(STXT( $An$ ;59;14))
Magnitude visuelle	75 à 79	5	=CNUM(STXT( $An$ ;74;6))
Phase	82 à 87	6	=CNUM(STXT( $An$ ;82;6))
Elongation	91 à 96	6	=CNUM(STXT( $An$ ;91;6))

### Données pour les coordonnées rectangulaires

La date et l'heure sont formatées comme les dates des coordonnées équatoriales et écliptiques.

	position	nbre caract.	Formule
X coordonnée X en u.a.	27 à 43	17	=CNUM(STXT( $An$ ;27;17))
Y coordonnée Y en u.a.	45 à 61	17	=CNUM(STXT( $An$ ;45;17))
Z coordonnée Z en u.a.	63 à 79	17	=CNUM(STXT( $An$ ;63;17))
Distance au centre du repère en u.a.	82 à 97	17	=CNUM(STXT( $An$ ;82;17))
Phase d'éclairement	100 à 105	6	=CNUM(STXT( $An$ ;100;6))
Elongation : distance angulaire au Soleil	108 à 113	6	=CNUM(STXT( $An$ ;108;6))
Xp vitesse suivant X	117 à 132	16	=CNUM(STXT( $An$ ;117;16))
Yp vitesse suivant Y	135 à 150	16	=CNUM(STXT( $An$ ;135;16))
Zp vitesse suivant Z	153 à 168	16	=CNUM(STXT( $An$ ;153;16))
Vr vitesse radiale / au centre du repère	170 à 178	9	=CNUM(STXT( $An$ ;170;9))