

Le tracé de l'équation du temps sur une méridienne

Un cadran méridien ou plus simplement *méridienne* est un cadran solaire qui permet de repérer le midi solaire et plus particulièrement le midi solaire moyen s'il possède le tracé de l'équation du temps.

On trouve deux sortes de méridienne :

1 - tracé sur un mur vertical, l'heure du midi étant donné par l'extrémité d'un style,

2 - les méridienne horizontales, la position du Soleil étant donné par un trou dans un mur (églises, Observatoire de Paris).

Nous allons voir le calcul du tracé d'une méridienne verticale.



Cas d'un mur non déclinant

Un mur vertical est dit déclinant sur la perpendiculaire à ce mur n'est pas parallèle à la direction Nord-Sud.

Un mur non déclinant possède un style CS de longueur l orienté suivant l'axe du monde. La verticale de la Méridienne est tracée : CM' .

Pour un jour donnée, la déclinaison du Soleil est δ , l'équation du temps vaut E , et si l'ombre du style est en M' au midi vrai, elle sera en M au moment du midi moyen avec

$$E = T_{Moyen} - T_{Vrai} = -T_{Vrai}$$

Pour tracer le point M , on connaît les coordonnées horaires du Soleil au moment du midi moyen : $H = T_{Vrai} = -E$ et la déclinaison δ donnée par les éphémérides.

Un changement de coordonnées va nous donner l'azimut a et la hauteur h correspondants.

Un peu de géométrie et trigonométrie nous donnera la position du point M .

Coordonnées locales du Soleil au midi moyen :

$$\begin{aligned} \sin h &= \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos H \\ \cos h \cdot \sin a &= \cos \delta \cdot \sin H \\ \cos h \cdot \cos a &= -\cos \varphi \cdot \sin \delta + \sin \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos H \end{aligned}$$

où $H = -E$: équation du temps pour le jour considéré.

Il reste à calculer les valeurs de : $x = H'H = M'M$ et $y = HM = H'M'$

SH' la projection du style SC sur le plan horizontal vaut :

$$SH' = SC \cdot \cos \varphi = l \cdot \cos \varphi$$

Dans le triangle SHH' , l'angle en S est l'opposé de l'azimut (les azimuts se comptent dans le sens inverse)

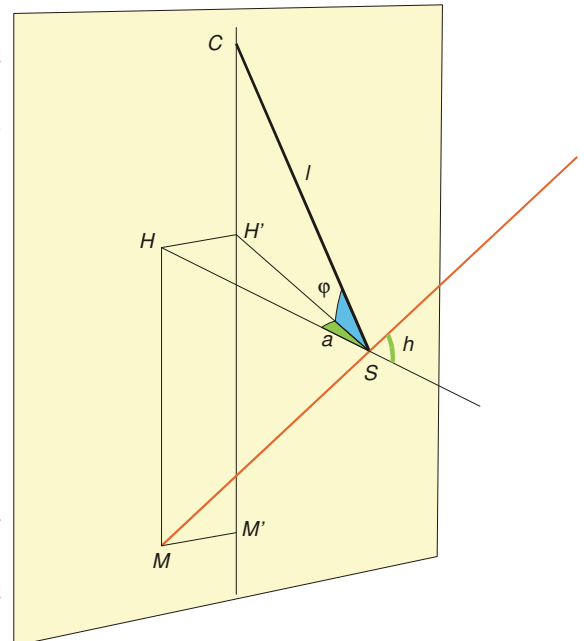
$$\tan a = -\frac{H'H}{SH'} = -\frac{H'H}{SC \cdot \cos \varphi}$$

$$x = l \cdot \cos \varphi \cdot \tan a$$

Dans le triangle SHM , l'angle en S vaut h

$$y = HM = -SH \cdot \tan h = -\frac{SH'}{\cos a} \tan h = -l \frac{\cos \varphi \cdot \tan h}{\cos a}$$

$$x = l \cdot \cos \varphi \cdot \tan a \quad ; \quad y = -l \frac{\cos \varphi \cdot \tan h}{\cos a}$$



Mur déclinant

Dans le cas d'un mur vertical, l'angle de déclinaison du mur est θ . Pour positionner les points de midi moyen, il faut calculer pour une date, à partir de la déclinaison du Soleil et de la valeur de E de l'équation du temps, les coordonnées locales du soleil au midi moyen (a, h).

On va pouvoir exprimer les coordonnées de M ($H'H$ et HM) et le placer sur le mur.

Dans le triangle HSH' , nous avons

$$\hat{H} = \beta = \pi - a - \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{\pi}{2} - a + \theta$$

$$\frac{H'H}{\sin a} = \frac{H'S}{\sin \beta} = \frac{l \cdot \cos \varphi}{\sin \beta}$$

$$x = H'H = \frac{l \cdot \cos \varphi \cdot \sin a}{\sin \beta} = l \frac{\cos \varphi \cdot \sin a}{\cos(a + \theta)}$$

Et dans le triangle HSM

$$y = HM = -SH \cdot \tan h$$

et dans SHH'

$$\frac{SH}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)} = \frac{SH'}{\sin \beta} = \frac{l \cdot \cos \varphi}{\cos(a - \theta)}$$

$$y = HM = -l \frac{\cos \varphi \cdot \tan h \cdot \cos \theta}{\cos(a - \theta)}$$

Coordonnées du point M midi solaire moyen au cours de l'année

$$x = l \frac{\cos \varphi \cdot \sin a}{\cos(a + \theta)} \quad ; \quad y = -l \frac{\cos \varphi \cdot \tan h \cdot \cos \theta}{\cos(a - \theta)}$$

Remarques

1- Si l'on ne trace sur le mur qu'une méridienne, un style horizontal suffit pour voir l'ombre de son extrémité passer sur le tracé de l'équation du temps. Si la longueur de la tige est l , il suffit de remplacer dans les formules $l \cos \varphi$ par l .

2 - Souvent pour une méridienne, l'extrémité de la tige porte un petit disque percé en son centre. C'est alors la tache lumineuse qui sert à repérer la trajectoire du Soleil, comme dans les grandes méridiennes des églises.

Application :

voir le fichier trace_meridienne.xls
feuille 1 mur non déclinant
feuille 2 mur déclinant

