

# Tout est relatif



$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$V = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}$$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{a} T_{\mu\nu}$$

G. Adam 

Version 1.0 Janvier 2010

1

# Newton & Galilée

G. Adam 

# Le référentiel

- ☀ **Toute observation du monde est faite par un observateur ...**
- ☀ **... qui les rapporte à lui :**
  - › Il est à un certain endroit, à un certain instant
  - › Il est dans une certaine position
  - › Il regarde dans une certaine direction
  - › Il se déplace d'une certaine façon
- ☀ **Ceci définit son référentiel**
  - › Au collège, au lycée, on le matérialise par le **trièdre de référence**

G. Adam CBA by 50

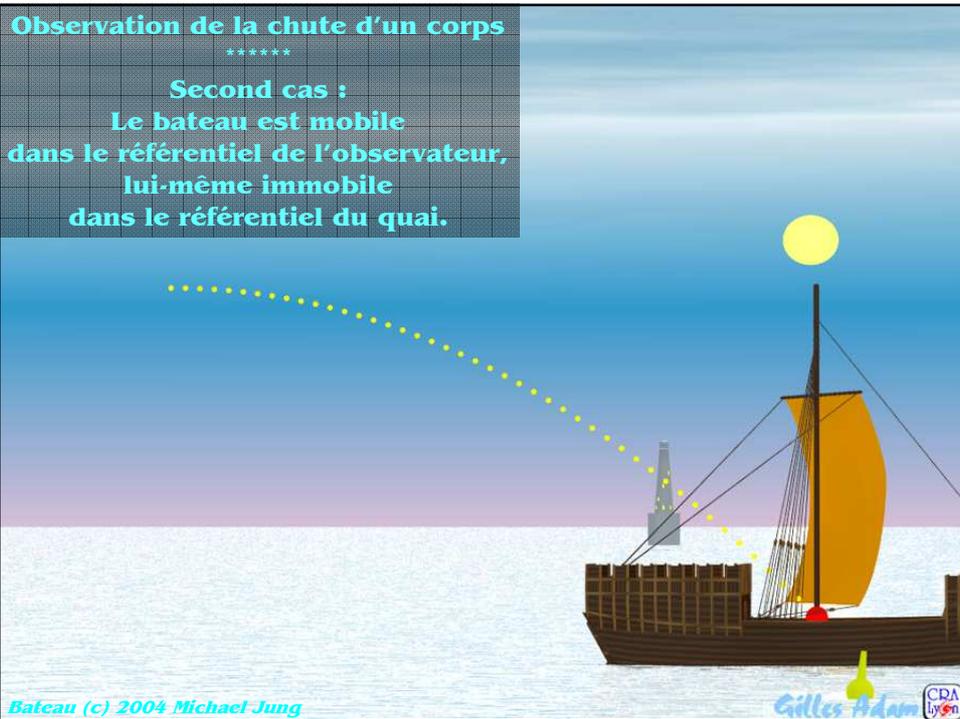
## Observation de la chute d'un corps

\*\*\*\*\*

### Premier cas :

Le bateau est immobile dans le référentiel de l'observateur, lui-même immobile dans le référentiel du quai.





## La relativité Galiléenne

- ★ Des référentiels en **mouvement rectiligne et uniforme** les uns par rapport aux autres sont **indiscernables** pour l'étude des lois de la mécanique

- › On les dit **galiléens**, ou **inertiels**
- › Il existe un **invariant** quand on passe d'un tel référentiel à un autre, c'est la distance :

$$d = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

G. Adam 

- ★ Il existe un **référentiel universel**, dans lequel on mesure des **vitesse absolues**

- › Les référentiels galiléens sont ceux qui sont en translation rectiligne et uniforme par rapport à celui-ci

- ★ Le **temps**, la **dimension**, la **masse**, sont des caractéristiques absolues

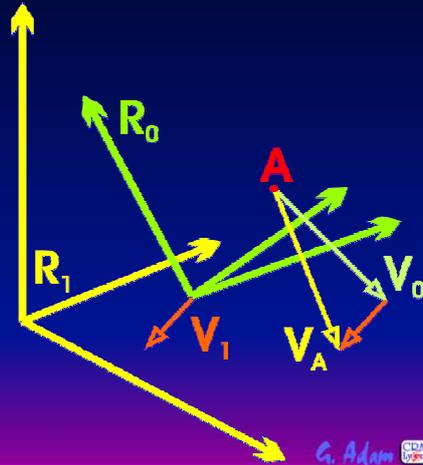
- › Elles sont mesurées à partir de n'importe quel référentiel galiléen

G. Adam 

## La composition des vitesses pour Galilée et Newton

- ★ Si un objet A se déplace avec la vitesse  $v_0$  dans un référentiel  $R_0$
- ★ ... le référentiel  $R_0$  se déplaçant avec une vitesse  $v_1$  dans un référentiel  $R_1$
- ★ Alors A se déplace dans  $R_1$  avec la vitesse :

$$\vec{v}_A = \vec{v}_0 + \vec{v}_1$$



2

## La vitesse de la lumière

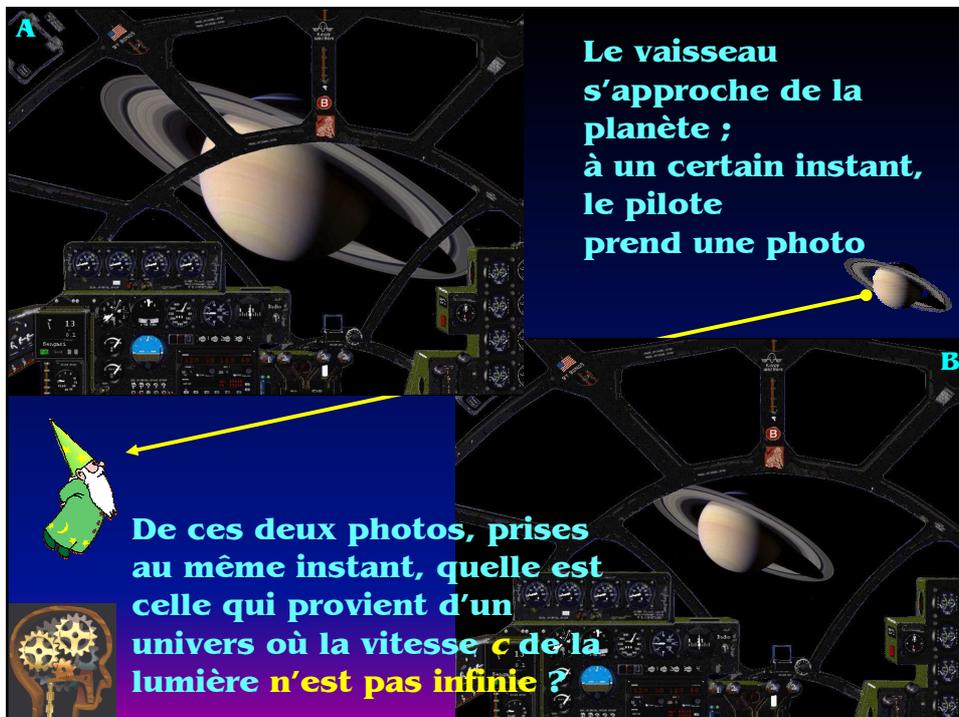
G. Adam

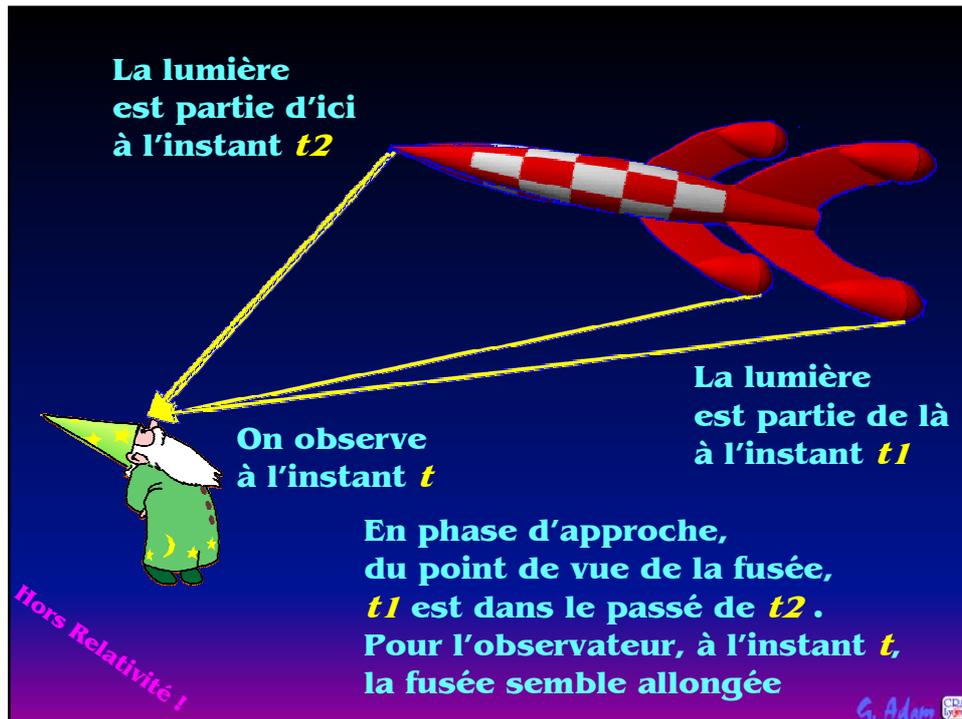
## Infinie, ou finie ?

### ★ Une observation ...

- › S'appuie sur les rayons lumineux issus des diverses parties de l'objet observé ...
- › ... qui nous parviennent à un même instant (référentiel observateur)...
- › ... mais ne sont pas nécessairement émis au même moment (référentiel objet)
- › Si la vitesse de la lumière est finie, un effet de délai intervient !

G. Adam



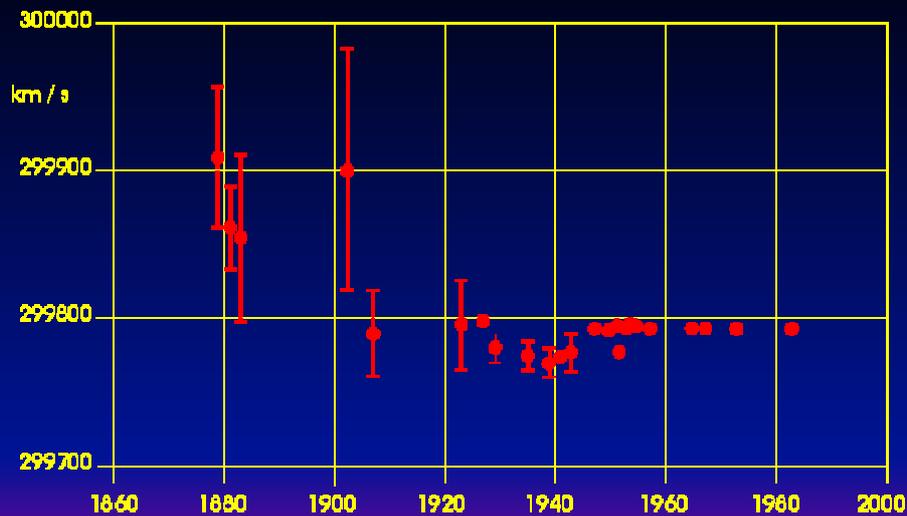


## Quelle valeur pour $c$ ?

- ★ 1667 Galilée : « >10 fois la v. du son »
- ★ 1675 Roemer : ~ 200 000 km/s
- ★ 1728 Bradley : 301 000 km/s
- ★ 1849 Fizeau : 313 300 km/s
- ★ 1862 Foucault : 299 796 km/s
- ★ 1974 Blaney et al. :  
299 792 459 +/- 0,6 m/s
- ★ 1983 B.I.P.M. : 299 792 458 m/s

G. Adam

## Mesures de $c$ , vitesse de la lumière dans le vide



G. Adam 

## Des nuages sur l'horizon ...

★ **La Physique de la fin du XIXe peut se montrer triomphante**

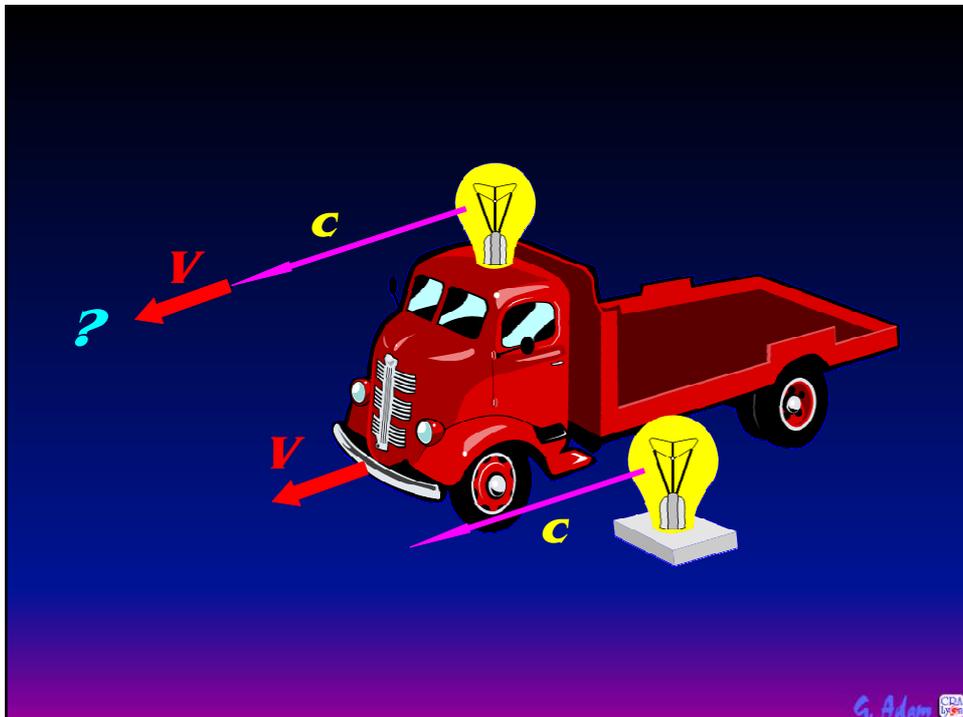
- › La **théorie de la gravitation** de Newton, soutenue par des progrès des outils mathématiques, semble résoudre tous les problèmes de la Mécanique Céleste
- › La **théorie électromagnétique** de Maxwell se révèle extrêmement puissante pour l'étude des phénomènes du même nom

G. Adam 

☀ **Mais sur cet horizon radieux  
se profilent de sombres nuées ...**

- › La planète Mercure suit une orbite inexplicable par la loi de Newton
- › La théorie E.M. est incapable de calculer l'énergie totale rayonnée par un vulgaire poêle !
- › Les équations de Maxwell ignorent la physique galiléenne : il semble qu'on ne puisse pas ajouter une vitesse à celle des ondes E.M.

G. Adam 



G. Adam 

✦ **Ce qui n'empêchait pas Michelson de professer l'opinion que la science était à peu près arrivée au bout de ses découvertes !**

✦ «Les lois, les faits les plus fondamentaux de la réalité physique ont tous été découverts, et sont maintenant si fermement établis que le fait qu'ils soient jamais remplacés à la suite de nouvelles découvertes est extrêmement improbable ...

Nos découvertes futures sont à rechercher au niveau des sixièmes décimales ... »

G. Adam 

**3**

## **La relativité restreinte d'Einstein**

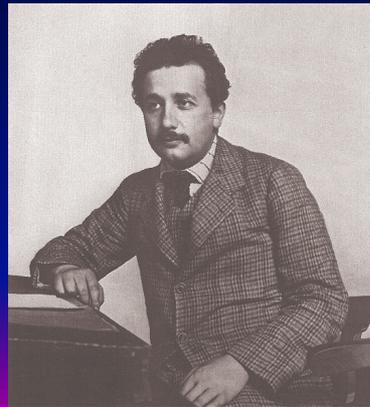
G. Adam 

☀ **Au début du XXe siècle,**  
l'électromagnétisme a donc un peu  
le bec dans l'eau ...

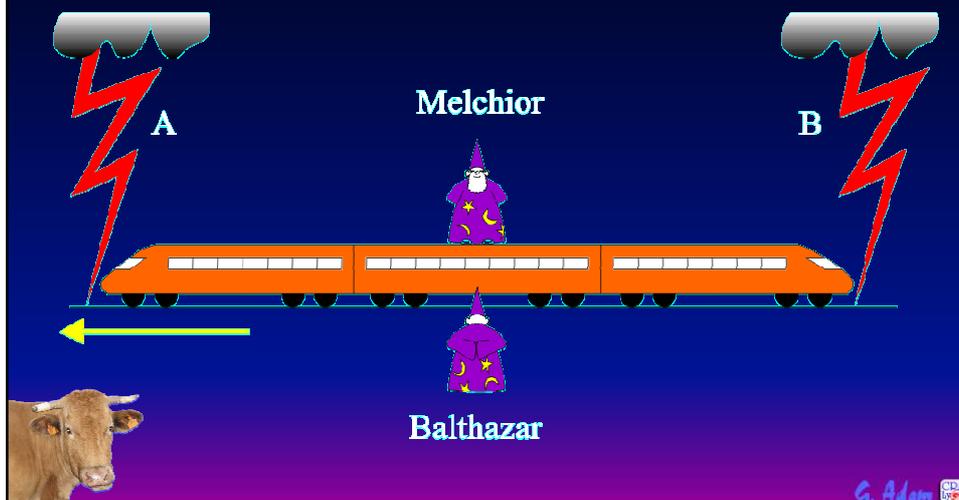
☀ **Mais un modeste employé**  
du Bureau des Brevets de Berne,  
un certain

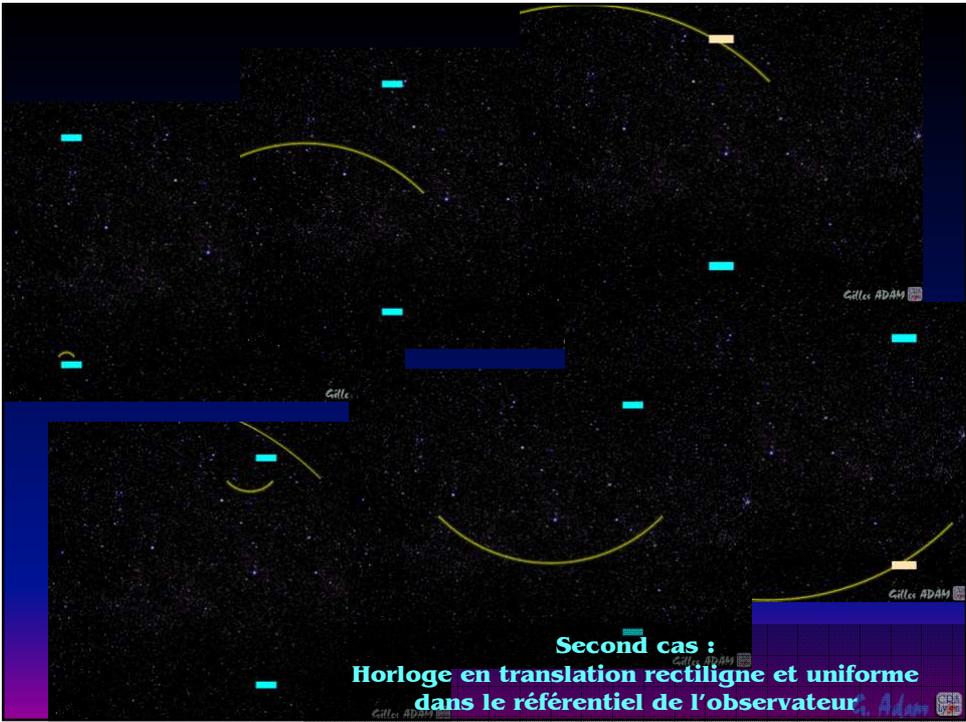
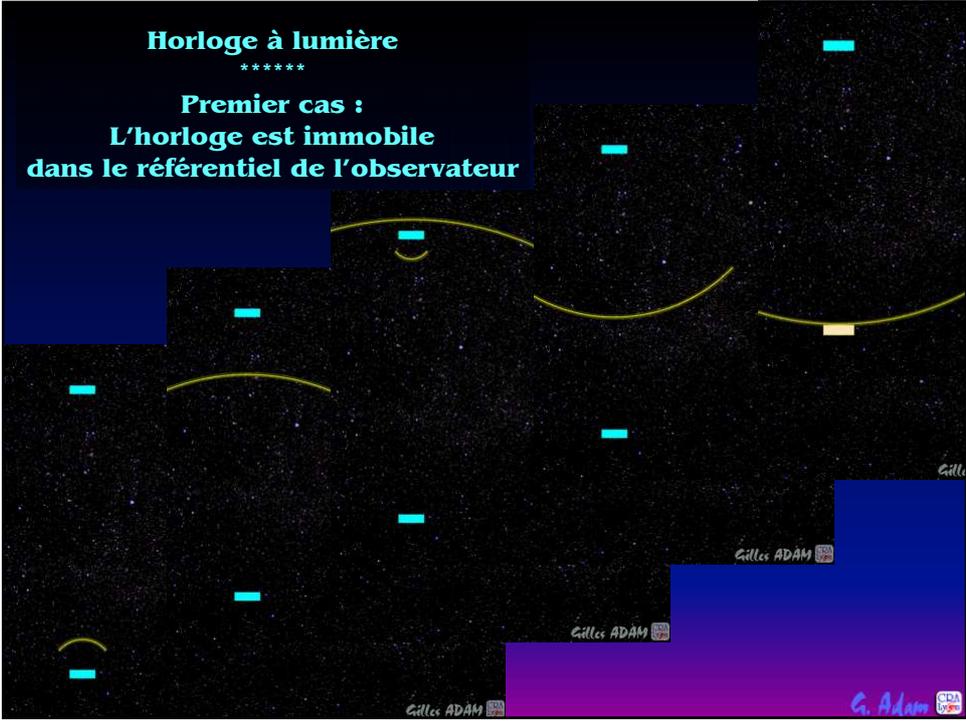
**Albert Einstein,**  
a bien réfléchi  
à ce problème ...

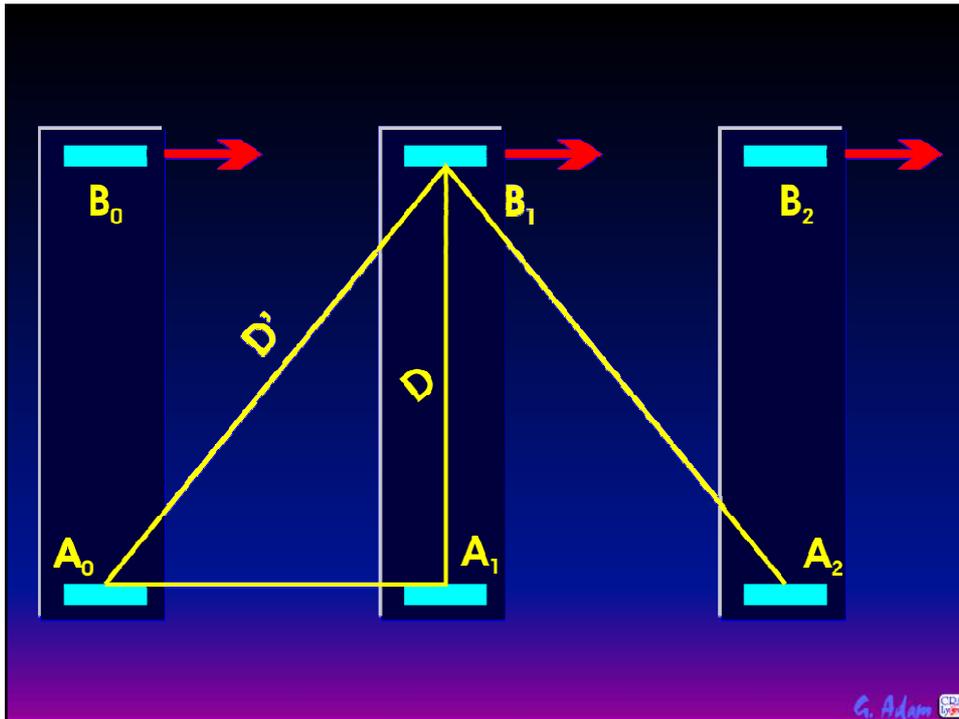
☀ ... et, justement,  
il a une idée ...



## La simultanéité : absolue, ou relative ?







$$\Delta t = \frac{2D}{c} \quad \Delta t' = \frac{2D'}{c} = ?$$

$$D' = \sqrt{D^2 + \left(\frac{v\Delta t'}{2}\right)^2}$$

$$\frac{c\Delta t'}{2} = \sqrt{D^2 + \left(\frac{v\Delta t'}{2}\right)^2}$$



$$\Delta t' = \frac{2}{c} \sqrt{D^2 + \left(\frac{v \Delta t'}{2}\right)^2}$$

$$(\Delta t')^2 (c^2 - v^2) = 4D^2$$

$$v < c \quad \Rightarrow \quad c^2 - v^2 > 0$$

$$\Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Delta t$$

$$\Delta t' = \gamma \Delta t > \Delta t$$



G. Adam 

## La physique de la Relativité Restreinte

- ★ Elle est la même (mécanique ET électromagnétisme) dans tout ensemble de référentiels en mouvement relatif rectiligne et uniforme
- ★ Les valeurs observées pour le **temps**, la **dimension**, la **masse**, dépendent de l'observateur
- ★ La vitesse de la lumière dans le vide est une constante universelle :  
 $c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$

G. Adam 

★ **La Relativité Restreinte impose de considérer le temps comme une quatrième coordonnée au même titre que les trois coordonnées spatiales**

- › On ne parle plus de points  $(x,y,z)$  à un instant  $t$ , mais d'événements  $(x,y,z,ct)$
- › L'élément invariant n'est plus la distance  $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ , mais l'intervalle :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

G. Adam 

## La composition des vitesses relativiste

- ★ Pour respecter l'invariance de  $c$ , il faut changer cette loi
- ★ On n'a plus  $V_A = v_0 + v_1$ , mais :

$$V_A = \frac{v_0 + v_1}{1 + \frac{v_0 v_1}{c^2}}$$

G. Adam 

★ Calculer  $V_A$  pour  $V_0 = V_1 = c / 2$

★ Calculer  $V_A$  pour  $V_1 = c$

★ Que devient la formule si  $c$  tend vers l'infini ?



G. Adam 

## Le facteur de Lorentz

★ Il exprime la correction relativiste qui s'applique lors d'un changement de référentiel inertiel

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

G. Adam 



## Quelques formules

- ☀ **Dilatation du temps**

$$\Delta t' = \gamma \Delta t$$

- ☀ **Contraction des longueurs**

$$L' = L / \gamma$$

- ☀ **Augmentation de la masse mesurée**

$$M' = \gamma M$$

- ☀ **Équivalence masse-énergie**

$$E = M c^2$$

G. Adam 

- ☀ **L'égalité**

$$E = m c^2$$

**est la base des applications  
de l'énergie nucléaire**

- ☀ **... et par exemple de la production  
énergétique des étoiles**

- › **Le Soleil transforme ainsi, chaque  
seconde, environ 4,4 MT de matière en  
énergie**

G. Adam 

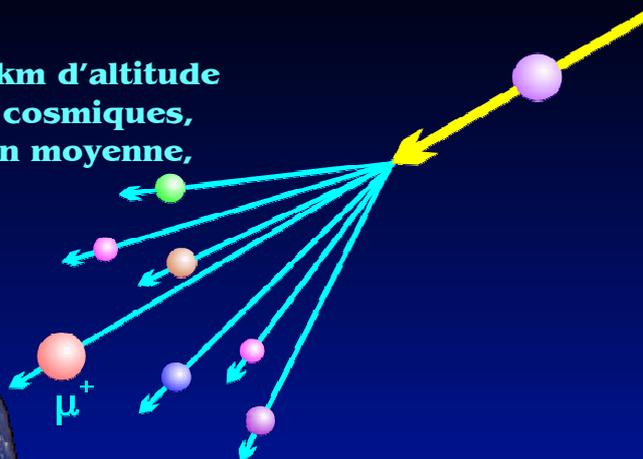
## Abandonner le sens commun

- ★ La constance de  $c$  pour tous les observateurs a plusieurs effets extrêmement troublants ...
- ★ ... et pourtant vérifiés par d'innombrables expériences !
- ★ Mais ces effets relativistes ne deviennent sensibles que pour de très grandes vitesses, de l'ordre de celle de la lumière

G. Adam 

## La double vie des muons

Créés vers 25 km d'altitude par les rayons cosmiques, ils ne vivent, en moyenne, que 2,196  $\mu\text{s}$



En moyenne, ils ne parcourent donc pas plus de 658 m avant de disparaître

G. Adam 

★ **Et pourtant certains atteignent la surface terrestre !**

★ **Leur vitesse est très élevée :  $0,997 c$**

› **D'où un effet relativiste important :**

‹ **Vue du sol, « l'horloge interne » du muon est fortement ralentie ( $1/13^e$ ), sa durée de vie moyenne dans le référentiel « Terre » est donc  $\times 13$ , tout comme la distance parcourue moyenne, qui monte à  $658 \times 13 = 8554 \text{ m}$**

› **Certains muons, « ceux qui vivent les plus vieux », ont ainsi le temps de se propager jusqu'au sol**

G. Adam 

## **Quel est le point de vue du muon ?**

★ **Dans le référentiel du muon joue la contraction apparente des longueurs**

› **Dans ce référentiel, les 25km jusqu'à la surface terrestre apparaissent comme réduits à 1,9km ( $1/13^e$  de 25km)**

› **Dans leur temps propre, certains muons ont donc le temps d'atteindre la surface terrestre**

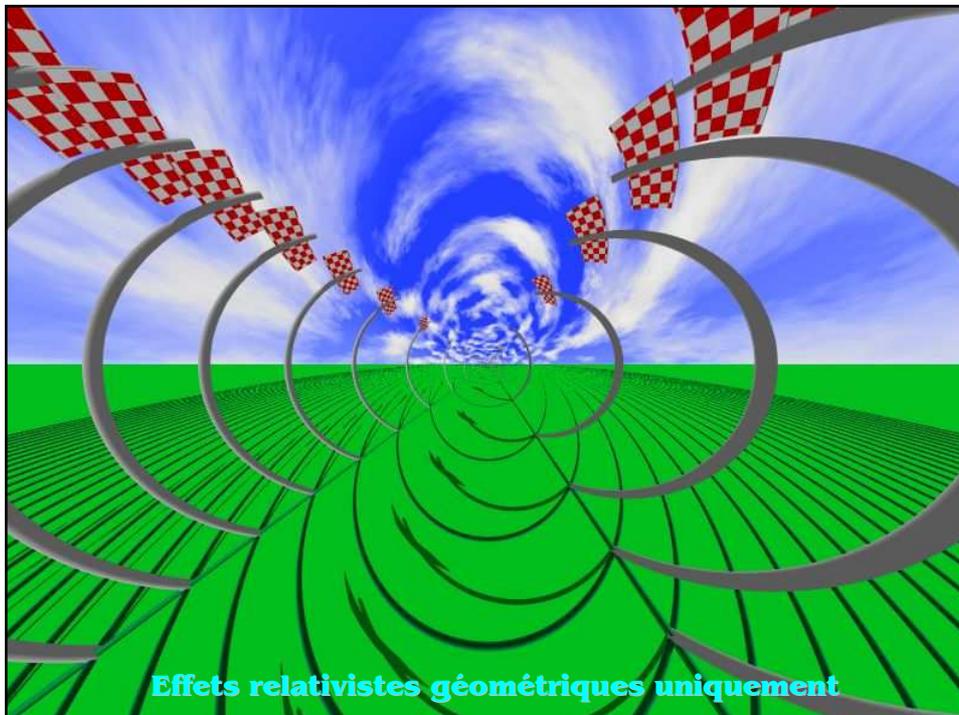
G. Adam 

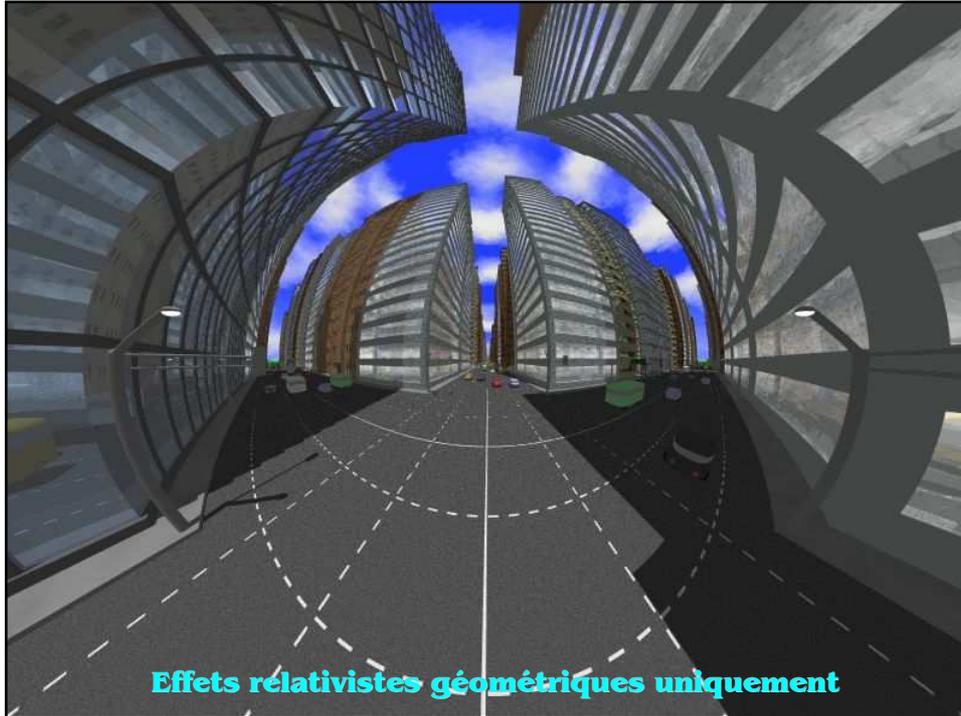
## Dans la vie de tous les jours

★ Si vous mesurez la longueur d'une voiture passant dans la rue, vous la trouvez inférieure à celle de la même voiture garée

- ◁ Attention : vous ne voyez pas (et ne pouvez ni filmer ni photographier) la différence : l'effet de délai annule l'effet visuel de la contraction
- ◁ N'est perceptible qu'un effet de rotation, imperceptible aux vitesses usuelles, illustré dans les films qui suivent ...

G. Adam 





## La poutre et la grange

Melchior

20 m

0,7 c

Balthazar

25 m

Pour  $v = 0,7 c$ ,  
le facteur de Lorentz  $\gamma$  vaut 1,4

G. Adam 

☀ **Y aura-t-il un instant où, la poutre étant entièrement à l'intérieur de la grange, Melchior pourra brièvement fermer **simultanément** les deux portes ?**



G. Adam 

- ☀ **Pour Melchior, la poutre mesure  $25/1,4 = 18\text{m}$ , et la grange  $20\text{m}$** 
  - › Il pourra **fermer les deux portes simultanément** (avant de rouvrir très très vite la porte arrière, bien sûr !)
- ☀ **Pour Balthazar, la grange mesure  $20/1,4 = 14\text{m}$ , et la poutre  $25\text{m}$** 
  - › Il est **impossible** que sa poutre se trouve à un instant donné dans la grange avec les deux portes fermées !
- ☀ **Alors ..? Qui a raison ?**

G. Adam 

- ✦ Tous les deux ...
- ✦ Melchior parce qu'il pourra en effet fermer **simultanément** les portes
- ✦ Balthazar parce que ces deux événements lui apparaîtront comme **non-simultanés** :
  - › La porte du fond se fermera, puis se rouvrira, la poutre avançant toujours
  - › Plus tard, la porte de devant se fermera après le passage de l'extrémité arrière de la poutre

G. Adam 

- ✦ Un autre effet est **la variation apparente de la masse**
- ✦ Si vous observez un objet circulant à grande vitesse, et en déduisez sa masse, vous la trouvez supérieure à celle d'un objet identique immobile près de vous
- ✦ Quand la vitesse tend vers  **$c$** , la masse croît sans limite

G. Adam 

- ★ **C'est pourquoi il est impossible d'accélérer un objet matériel jusqu'à la vitesse de la lumière**
- ★ **... et qu'on ne voit absolument pas comment on pourrait réaliser des voyages aller-et-retour à l'échelle galactique**
- ★ **Mais pour des allers simples, certains effets relativistes jouent dans le bon sens ...**
  - › ... et d'autres non !

G. Adam 

## **Les voyages interstellaires**

- ★ **A priori, on peut tirer parti des effets relativistes et envisager des destinations très lointaines**
- ★ **Mais uniquement pour des allers simples !**
- ★ **Et des problèmes nouveaux, peut-être insolubles, apparaissent**
  - › **Bilan énergétique**
  - › **Sécurité**
  - › **Effets gravitationnels**

G. Adam 

## Les formules d'un voyage en accélération uniforme

- ★ Valables seulement pour des distances « pas trop grandes »
  - › Notre univers étant en expansion, la Relativité Générale est nécessaire pour des calculs au-delà de quelques millions d'années-lumière

★ On pose :

$$\varphi(t) = \sqrt{1 + \left(\frac{gt}{c}\right)^2}$$

G. Adam 

**Distance parcourue :**

$$x(t) = \frac{c^2}{g} \left( \varphi(t) - 1 \right)$$

**Vitesse atteinte :**

$$v(t) = \frac{gt}{\varphi(t)}$$

**Temps propre (dans le vaisseau) :**

$$\tau(t) = \frac{c}{g} \operatorname{Log}_e \left( \varphi(t) + \frac{gt}{c} \right)$$

G. Adam 

## Quelques repères pour $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

$t$	$\tau$	$x(t)$	$v(t)$	$\gamma$
1,19	1	0,56 A.-L.	0,77 c	1,58
3,75	2	2,90	0,97	3,99
83,7	5	82,7	0,999993	86,2
1840	8	1839	0,99999998	1895
113 243	12	113 242	0,999999999996	116 641

<http://math.ucr.edu/home/baez/physics/Relativity/SR/rocket.html>

G. Adam 

### ★ Quelle serait la distance parcourue pour :

- >  $t = 50 \text{ ans}$
- >  $g = 10 \text{ m/s}^2$
- >  $v_0 = 0$

### ★ On prendra :

- >  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
- > 1 année-lumière =  $10^{13} \text{ m}$
- > 1 année =  $31,6 \cdot 10^6 \text{ s}$



G. Adam 

## **La Relativité Restreinte réconcilie mécanique et électromagnétisme**

- ★ **Elle les prolonge sans les détruire**
  - › **Des problèmes sont apparus dans des conditions extrêmes ...**
  - › **... la R.R. résout ces problèmes ...**
  - › **... mais se comporte comme les théories classiques aux basses vitesses ...**

G. Adam 

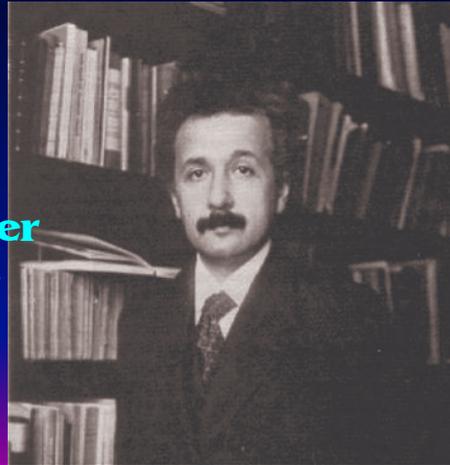
**4**

## **La relativité générale**

G. Adam 

★ **La Relativité Restreinte laissait Einstein, très soucieux d'universalité pour les lois de la Physique, insatisfait**

★ **Les systèmes non-galiléens (c.à.d. accélérés) semblaient échapper à cette universalité**



★ **Imaginons-nous dans un train qui roule très lentement dans la gare**

- › **Il parait impossible de décider si c'est notre train ou son voisin qui roule : les deux repères sont galiléens**
- › **Mais si notre train freine, nous savons immédiatement que c'est nous qui roulons : notre repère n'est plus galiléen**

★ **Le mouvement accéléré serait donc un mouvement absolu !**

★ **C'est invraisemblable aux yeux d'Einstein...**

## La Relativité Générale

- ★ Le principe en est énoncé par Einstein en 1908
- ★ Appuyée sur les travaux de Mach, Lorentz, Poincaré, ... la théorie est exposée en 1915
  - › La clé : un état d'accélération ne peut pas être détecté absolument, car il est indiscernable des effets statiques d'un champ de gravité
  - › La relativité peut ainsi être étendue à TOUS les référentiels



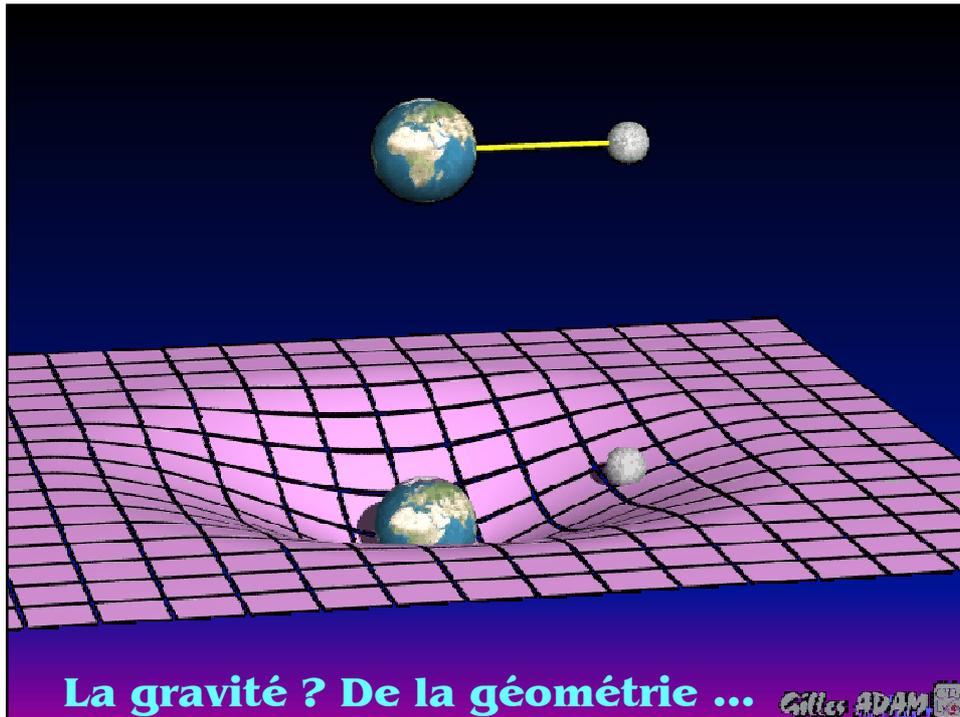
## Espace et matière sont inséparables

C'est ce que montre  
l' Equation d'Einstein :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{a} T_{\mu\nu}$$

Qui décrit la géométrie de l'univers,  
et son évolution, en fonction  
de son contenu de matière/énergie

G. Adam 



## Quelques effets décrits par la Relativité Générale

- ✦ La plupart ne se manifestent qu'au voisinage de très grandes masses ou/et sur de très grandes distances
- ✦ C'est-à-dire que c'est le domaine des astronomes
- ✦ Et en particulier des cosmologistes
- ✦ Mais pas seulement ...

G. Adam

★ **L'effet le plus connu est celui qui donne naissance aux mirages gravitationnels**

› **Son observation a constitué (1919), le premier test réussi par la R.G.**

★ **Quand on a demandé à Einstein ce qui se serait passé si le test avait été négatif, il a répondu :**

**J'aurais été désolé pour le Bon Dieu : la théorie est correcte.**

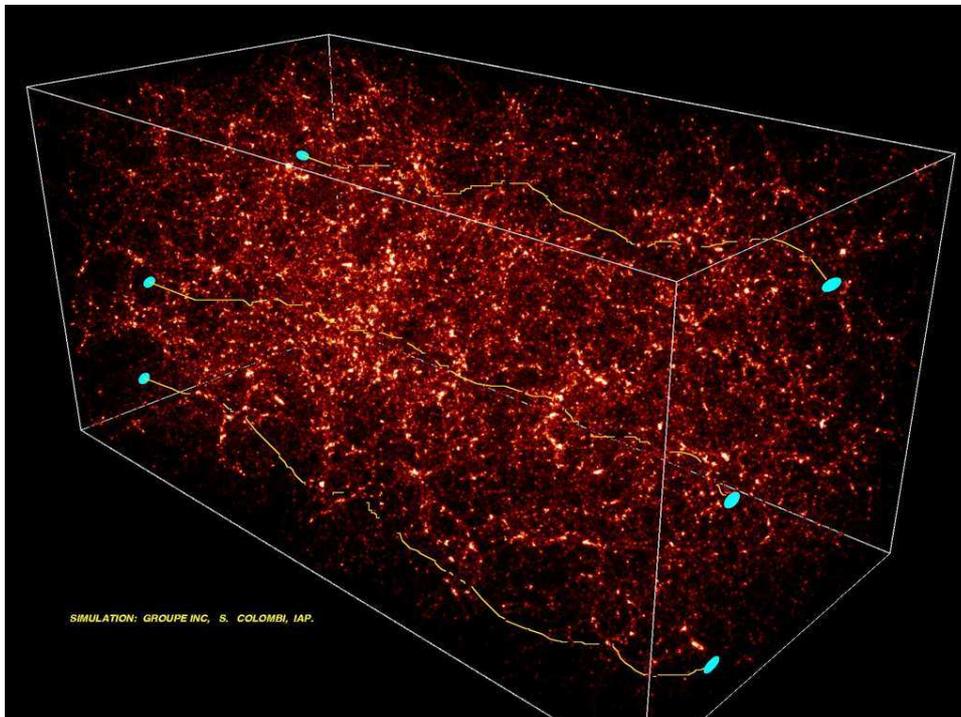
G. Adam 

**Le mirage gravitationnel**



G. Adam 

# Un monde de mirages ...



☀ **Il existe un effet de ralentissement apparent de l'écoulement du temps dans les champs gravitationnels**

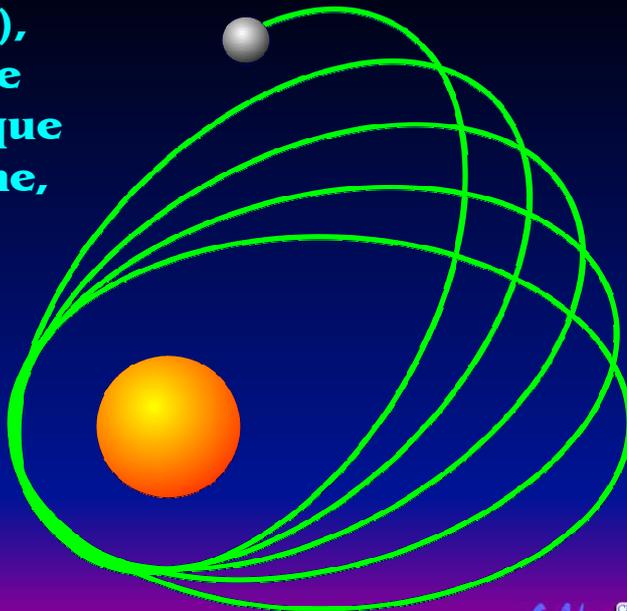
- › Testé de nombreuses fois
- › Pris en compte dans le GPS

☀ **Il existe aussi un effet de contraction apparente des longueurs dans un champ gravitationnel**

☀ **Ces deux effets n'en font qu'un : ils trahissent simplement la déformation de l'espace-temps**

G. Adam 

☀ **L'avance du périhélie de Mercure (43"/siècle), inexplicable en mécanique Newtonienne, est bien prédite par la R.G.**



G. Adam 

- ✦ **La R.G. prédit l'existence d'ondes gravitationnelles**
- ✦ **Certains phénomènes astronomiques semblent correspondre à cette prédiction**
- ✦ **Mais ces ondes restent aujourd'hui non détectées ...**

G. Adam 



## Cas extrême : le trou noir



- ✦ C'est un concept assez ancien :
- ✦ À masse constante,  
si le rayon d'une sphère diminue,  
la gravité à sa surface augmente
- ✦ Pour un rayon suffisamment petit,  
la vitesse de libération ( $v_L^2 = 2gM/r$ )  
à la surface atteint **c**
  - > L'objet « disparaît » à l'intérieur de cette  
surface de rayon  $R_S = 2gM/c^2$ 
    - < C'est le **rayon de Schwarzschild**
      - « Formule valable pour un trou noir sans rotation
  - > Cette surface est l'**horizon** du trou noir

G. Adam 

- ☀ **Tout objet, toute information, qui franchit l'horizon disparaît dans le TN**
- ☀ **Un TN s'évapore en émettant des photons, d'autant plus vite que sa masse est faible**
  - › Un trou noir doit avoir une masse inférieure à quelques millions de tonnes pour s'évaporer en un temps inférieur à l'âge de l'univers
- ☀ **En principe, on peut faire un trou noir avec n'importe quoi : un dé à coudre de sucre, ou cent million d'étoiles ...**
  - › Pratiquement, on s'attend à rencontrer des trous noirs de masses stellaires (stades terminaux de certaines étoiles) ou galactiques (formations/collisions de galaxies)

G. Adam 

- ☀ **Pour autant qu'on le sache, on ne peut pas pénétrer dans un trou noir, et on ne peut récupérer aucune information sur son intérieur**
- ☀ **Les distorsions de l'espace-temps sont extrêmes au voisinage de l'horizon**
  - › Le cosmonaute qui y tomberait ne remarquerait rien de particulier (~!~)
  - › Un observateur extérieur le verrait au contraire disparaître en mettant un temps infini à atteindre l'horizon

G. Adam 

## Observer un trou noir ?

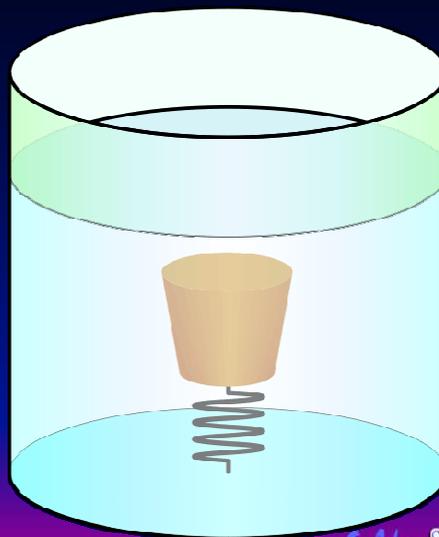
- ✦ Pour l'instant, on n'a que des signatures très convaincantes, mais pas d'observation directe
  - › Centre de notre Voie Lactée
  - › Noyaux actifs de galaxies
  - › Etoiles doubles particulières
- ✦ Mais la situation changera dans la décennie à venir
  - › L'interférométrie radio est à deux doigts de résoudre le TN de la Voie Lactée ...

G. Adam 

## Le bouchon dans le seau

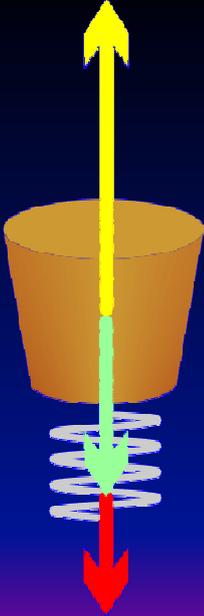
Vous sautez de la tour de la Part-Dieu en tenant un seau d'eau où un gros bouchon de liège est retenu au fond par un ressort

Pendant la durée de votre chute libre, **que fait le bouchon** par rapport à la surface de l'eau et au fond du seau ?



G. Adam 

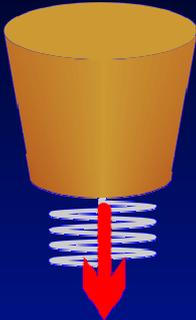
Au début, le bouchon est en équilibre sous l'effet de trois forces :



- Son poids ↓
- La **poussée d'Archimède**, poids de l'eau déplacée ↑
- La **tension du ressort** ↓

G. Adam 

Pendant la chute libre, la R.G. nous apprend que tout se passe comme si la gravité avait disparu



Poids et **poussée d'Archimède**, dont la résultante positive équilibrait la tension du ressort, disparaissent donc

Sous l'effet de la **tension du ressort**, le bouchon **s'enfonce** !

G. Adam 



**5**

## **Ce qu'il faut retenir**

G. Adam 

- ★ **La vitesse de la lumière est finie**
- ★ **Un objet lointain est observé dans le passé de l'observateur**
- ★ **La vitesse de la lumière dans le vide est une des constantes fondamentales de la physique :**

$$c = 299\,492\,758 \text{ m/s}$$

G. Adam 

- ✦ **La Relativité Restreinte (1905)**  
érige en principe la constatation  
expérimentale de l'invariance de **c**  
pour tous les observateurs
- ✦ **Le monde est décrit dans un  
espace-temps à quatre dimensions**
- ✦ **Elle amène à l'abandon de l'espace  
et du temps absolus**
  - › **Toute mesure (spatiale ou temporelle)  
est relative, et son résultat  
dépend de l'observateur**

G. Adam 

- ✦ **Matière et énergie deviennent  
interchangeables,  
selon la célèbre relation**  
$$E = M c^2$$
- ✦ **Ce qui explique l'efficacité  
des réactions thermonucléaires  
qui chauffent les étoiles**

G. Adam 

- ☀ **La Relativité Générale (1915)**  
étend aux systèmes accélérés  
le principe de relativité d'Einstein
- ☀ **Elle géométrise la gravitation**
- ☀ **Elle lie l'évolution de l'Univers**  
à son contenu de matière/énergie
- ☀ **La R.G. étend sans la détruire**  
la mécanique newtonienne

G. Adam 

### Pour en savoir un peu (ou beaucoup) plus ...



<http://www.lacosmo.com/>  
[www.aip.org/history/einstein/](http://www.aip.org/history/einstein/)  
[www.upscale.utoronto.ca/PVB/Relativity.html](http://www.upscale.utoronto.ca/PVB/Relativity.html)  
[www.anu.edu.au/Physics/Searle](http://www.anu.edu.au/Physics/Searle)  
<http://www.sciences.ch/htmlfr/cosmologie/cosmorelativisteres01.php>  
[http://www.physicsguy.com/ftl/html/FTL\\_intro.html](http://www.physicsguy.com/ftl/html/FTL_intro.html)  
<http://sciences.ows.ch/physique/RelativiteGenerale.pdf>  
<http://math.ucr.edu/home/baez/physics/Relativity/SR/rocket.html>  
[http://www.obs.univ-lyon1.fr/labo/perso/gilles.adam/sumer\\_bigbang/6/HTML/sumer\\_bb\\_6\\_public\\_fichiers/frame.htm](http://www.obs.univ-lyon1.fr/labo/perso/gilles.adam/sumer_bigbang/6/HTML/sumer_bb_6_public_fichiers/frame.htm)  
 ... etc etc etc ...



J.-P. Auffray, *L'espace-temps, Dominos*, Flammarion  
 A. Einstein, *Comment je vois le monde*, Champs, Flammarion  
 A. Einstein, *La relativité*, Petite Bibliothèque Payot  
 Collectif, *L'espace et le temps aujourd'hui*, Points Sciences, Seuil  
 ... etc etc etc ...

G. Adam 