Article de fond

L'EXPERIENCE DE CAVENDISH

I - De l'observation astronomique à l'expérience de laboratoire

Marie-Laure Spagnol
Observatoire de Lyon

Résumé : Dans cette série d'articles nous allons retrouver le cheminement qui a conduit à la détermination de la constante de la gravitation universelle G.
Dans ce premier article, nous verrons comment les astronomes sont arrivés lentement à l'idée de l'existence d'une force d'attraction entre tous les corps. Dans les articles suivants, nous décrirons l'expérience de Cavendish et l'expérience de Boys qui toutes deux conduisirent aux premières déterminations de cette constante fondamentale. Nous relaterons aussi notre réalisation de cette expérience qui est d'une difficulté extrême.

Mots-clefs : GRAVITATION - EXPERIENCE - HISTOIRE

Introduction

Les constantes universelles régissent toute la physique. Leurs valeurs, exprimées dans les unités fondamentales, sont imposées aux physiciens par la nature. Elles sont capitales dans l'homo-généisation et dans la quantification des lois de la physique. La constante de gravitation universelle **G** fait partie de ces constantes fondamentales. Elle établit l'homogénéité dans la loi de I. Newton entre la force, les masses et les distances.
La gravitation est partout ; en tout point de la Terre nous ressentons ses effets et observons ses conséquences. C'est elle qui nous fait garder les pieds sur Terre. Elle est aussi responsable de la forme des trajectoires des astres célestes.

Aujourd'hui, cette force universelle nous paraît évidente. En réalité elle n'a été comprise quanti-tativement qu'à partir du XVII^{e} siècle par I.Newton qui bouscula ainsi la vision de l'univers de l'époque basée sur des explications philoso-phiques et des résolutions géométriques. Mais, comment la théorie de Newton et toutes ses conséquences, se sont-elles imposées face aux modèles implicites de l'antiquité ?

La physique est une science exacte fondée sur une confrontation des théories avec l'expérience. La loi de la gravitation de Newton décrit parfaitement des observations faites à l'époque mais son auteur ne chercha pas à la quantifier plus précisément.
Il faut attendre environ un siècle pour que Henry Cavendish détermine le paramètre reliant la force d'attraction au produit des masses divisé par leur distance au carré, c'est-à-dire la constante de la gravitation universelle G.
Cette mesure requiert un dispositif expérimental complexe qui sera amélioré par la suite mais le principe novateur restera.
On peut s'interroger sur les raisons de cette expérimentation tardive. La raison tient sans doute à l'extrême difficulté d'une telle mesure. La valeur précise est encore mal connue et sa détermination suscite encore l'intérêt des physiciens.

Ebauche d'une théorie par Aristote et ses successeurs.

Les premières interrogations sur l'origine des forces remontent à l'antiquité, lorsque les Grecs commencent les premières réflexions sur la chute des corps et sur les lois qui en découlent, régissant l'univers.
Les corps célestes sont classés en trois catégories : les *Luminaires*, comme la Lune ou le Soleil, les *Planètes* dont le mouvement est circulaire et les *Etoiles* qui sont fixes sur la sphère céleste.
Par simple observation du ciel, les astronomes constatent que les corps célestes ont un mouvement 'circulaire'.
Aristote (Stagire 384 avant J.-C. – Chalcis 322 avant J.-C.), dans une œuvre de plusieurs dizaines de volumes, aborde des domaines très variés de la science, comme la physique, la botanique, la médecine. Il va développer un modèle basé sur l'observation et le raisonnement intuitif.

La grande préoccupation de l'époque est la chute des corps. Aristote postule de manière subjective, que les corps les plus lourds sont ceux qui subissent la plus grande attraction de la part de la Terre.
Il base sa réflexion sur deux qualités absolues : le lourd et le léger. Il distingue les corps légers, comme le feu, auxquels sont associés un mouvement vers le haut et les corps lourds, comme la Terre, dont le mouvement est dirigé vers le bas. Pour lui, tout corps possède un mouvement qui lui est propre, exprimant sa tendance à rejoindre son milieu «naturel».

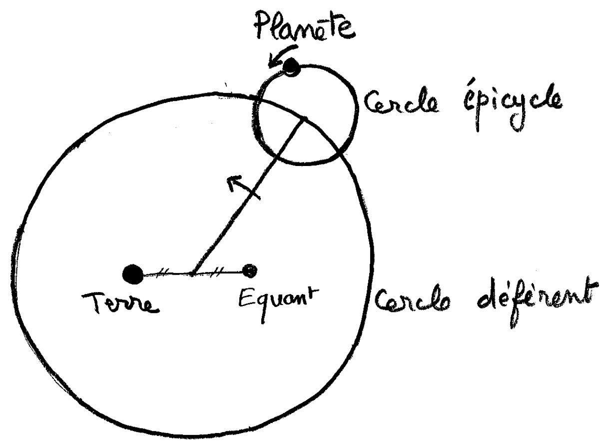
Selon cette théorie, le monde possède deux parties distinctes :

- Le monde *sublunaire* (ou terrestre), imparfait et changeant, composé des quatre éléments : la Terre, l'eau, l'air et le feu.
- Le *cosmos* : représentant le monde céleste, parfait et éternel, constitué de la Lune, du Soleil, des planètes et des étoiles.

Ces deux mondes se différencient par leurs degrés de perfection et permettent de décrire avec cohérence l'univers par rapport aux observations faites à l'époque.
L'univers est basé sur cette séparation absolue entre les deux mondes mais aussi sur deux autres principes fondamentaux :
- La Terre est immobile au centre de l'univers.
- Les seuls mouvements célestes possibles sont des mouvements uniformes.

Aristote pense que le fait de ne pas ressentir les effets engendrés par le mouvement de la Terre, démontre qu'elle est immobile dans l'univers et que les astres se déplacent sur des sphères célestes tournantes centrées sur la Terre. Plus tard, l'église, grande puissance politique et culturelle, adopte la théorie d'Aristote. Contredire cette vision du monde, revient à combattre l'Eglise. C'est pourquoi la théorie d'Aristote fut si longtemps conservée.
Certes, un astronome grec, Aristarque de Samos, eut l'idée, contradictoire par rapport à la théorie d'Aristote, que le soleil était au centre de l'univers et par conséquent que la Terre tournait autour de lui une fois par an. Il inventa même une méthode lui permettant de calculer les distances relatives de la Terre à la Lune et de la Terre au Soleil. Mais il fut conduit à conclure que le Soleil était plus gros que le Péloponnèse et pour cette raison il fut bannit.

Par la suite, l'alexandrin Claude Ptolémée (100-170), encore un astronome grec, va s'appuyer sur la vision aristotélicienne de l'univers géocentrique pour obtenir la position des astres (comprenez des planètes). Il propose dans son «Almageste», une quantification précise des mouvements avec un système mathématique cohérent qui restera incontesté pendant près de quatorze siècles. Dans sa description de l'univers, les astres décrivent des grands cercles, les cercles *Déférents,* et afin de reproduire plus précisément le mouvement des planètes, il ajoute des combinaisons de petits cercles, les épicycles.
Ce système lui permet de prévoir des phénomènes comme les éclipses de Lune et de Soleil.
Ce système sera amélioré mais aussi compliqué par augmentation du nombre d'épicycles afin d'être en accord avec les observations.



A.C. Ptolémée constate que la vitesse d'une planète n'est pas uniforme sur son orbite, il va donc placer les centres des cercles *Déférents*, à mi-chemin entre la Terre et un point particulier, le point d'*Equant*. Par conséquent le centre de l'orbite des planètes n'est plus rigoureusement la Terre. Ceci représente, de fait, une première contradiction par rapport au strict principe géocentrique de l'univers. Ce système permet néanmoins de construire des tables astronomiques précises pour la navigation et l'élaboration du calendrier.
La période du moyen âge, qui suivit, ne fit guère progresser la mécanique et la vision d'Aristote fut conservée.

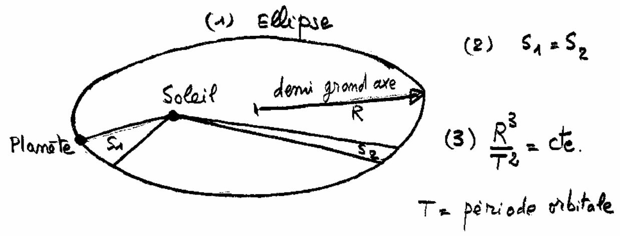
Les prémisses d'une nouvelle vision de l'univers

Il faut attendre Nicolas Copernic (1473 – 1543), un chanoine astronome polonais, pour révolutionner cette vision du monde.
Il s'intéresse au calendrier, mais aussi au problème du point d'*Equant*. Il est le premier à étudier le système héliocentrique qui simplifie les calculs. Mais pour expliquer l'alternance du jour et de la nuit il faut faire intervenir la rotation de la Terre sur elle-même. La Terre ne serait donc ni immobile, ni au centre du monde. Contrairement à ce que l'on pense, il ne démontre pas l'héliocentrisme, son argumentation est simplement basée sur le fait que ce modèle est plus simple et plus logique.
Malgré toutes ces avancées, Copernic avait encore une grande question :
Si la Terre tourne sur elle-même et se déplace à travers l'espace, pourquoi est-ce que nous ne ressentons rien ? Pour répondre à cette question, il faudra attendre les grandes découvertes de Galilée. On comprend mieux pourquoi Galilée a introduit le principe affirmant que « *le mouvement est comme rien* ».
Copernic écrit un ouvrage «De Revolutionibus Urbium Coelestium» où il expose ses hypothèses d'un univers héliocentrique. Ce livre passe inaperçu, aux yeux de l'église mais aussi de la communauté scientifique, jusqu'à ce que certains savants voulant développer ses idées, le fasse connaître.

Parmi eux, Tycho Brahé (1546-1601), un grand observateur et constructeur d'instruments de grandes précisions, observe une conjonction entre Saturne et Jupiter. Il constate que les tables astronomiques de N. Copernic, fondées sur le modèle héliocentrique, prédisent le phénomène avec plus de précision que celles de Ptolémée. Avec l'aide de Kepler, il crée des tables astronomiques basées sur l'observation.
Il remet en cause les théories d'Aristote en observant une comète en 1577, où il constate que les sphères célestes n'existent pas car la comète n'appartient pas au monde sublunaire et son orbite coupe celles des autres planètes. Il met

donc en défaut la théorie d'Aristote basée sur deux mondes distincts.

Képler (1546-1601) est un mathématicien doté d'un grand intérêt pour l'astronomie. Il impose un nouveau système héliocentrique où il introduit des polygones fondamentaux inscrits dans les sphères : il géométrise l'espace.
Il découvre, à partir des observations de Tycho Brahé, que les orbites des planètes ne sont pas des sphères mais des ellipses dont le soleil occupe l'un des foyers.
Il énonce ses trois lois célèbres :
1) Chaque planète décrit, dans le sens direct, une ellipse dont le soleil occupe l'un des foyers.
2) La ligne qui joint le Soleil à la planète balaie des surfaces égales en des temps égaux.
3) Le carré de la période de révolution divisé par le cube de la distance au Soleil est une constante. Elle est la même pour toutes les planètes : T^2/R^3=constante.



Ces lois ne s'appliquent pas uniquement aux planètes en mouvement autour du Soleil mais aussi à la Lune qui tourne autour de la Terre (mais la constante de la troisième loi est alors différente).
Dans ces lois, Kepler met en relation les paramètres de position et de vitesse. En réalité, il anticipe sur la notion de la gravitation sans l'établir car il lui manque des principes fondamentaux de la mécanique. Il est convaincu qu'une force d'attraction s'exerce entre deux corps, mais il ne sait pas l'expliquer car à cette époque la seule force attractive à distance connue est la force magnétique.
Mais, malgré ces avancées scientifiques qui confirment les observations, le système de Ptolémée reste en vigueur, car il est conforme à la doctrine de l'Eglise.

Galilée (Pise 1564 – Arceti 1642), est un physicien et un astronome Italien, que l'on reconnaît comme le père de la physique moderne. Il impose le rôle décisif de l'expérience et des mathématiques. Il enseigne l'astronomie *officielle*, conformément à la volonté de l'église, bien qu'il soit convaincu par la représentation de l'univers de Copernic et Képler. Il va chercher des arguments qui permettent de la démontrer et de la faire adopter.
Il utilise la lunette astronomique, qui lui permet de faire des grandes découvertes en ce qui concerne le monde céleste. En observant la Lune et Jupiter il découvre trois petites étoiles qui gravitent autour (les satellites de Jupiter). Il obtient ainsi la preuve que la Terre n'est pas au centre de tous les mouvements célestes et que sa nature n'est pas différente de celle de Jupiter. Il n'y a donc plus deux mondes distincts, c'est une contradiction au modèle d'Aristote.
Il étudie la chute des corps avec la célèbre expérience de la tour de Pise dont il déduit que le temps de chute est le même pour tous les corps quel que soit leur poids, leur taille et leur nature. C'est-à-dire que la vitesse de la chute libre est la même pour tous les corps. Il n'y a donc plus de léger ou de lourd, tous les corps possèdent un principe interne qui les dirige vers le bas et nous savons aujourd'hui qu'il s'agit de la gravité.
Par l'expérience, il découvre la notion de force et formule le principe d'inertie. Il a l'idée d'une force de frottement, en constatant que si l'on peut réduire les frottements, le corps conserve son mouvement. C'est ainsi qu'il fit la première formulation du principe d'inertie : Tout corps possède une certaine *inertie* qui l'oblige à conserver sa vitesse, à moins qu'une force extérieure, une force de frottement par exemple, ne l'oblige à arrêter le mouvement. C'est une loi capitale qui touche toute la physique et permet de faire des grandes avancées.
Il postule les mêmes lois sur la Terre et dans le ciel, ce qui révolutionne la physique et l'astronomie, mais ce qui lui valut les ennuis que l'on sait avec l'Eglise.

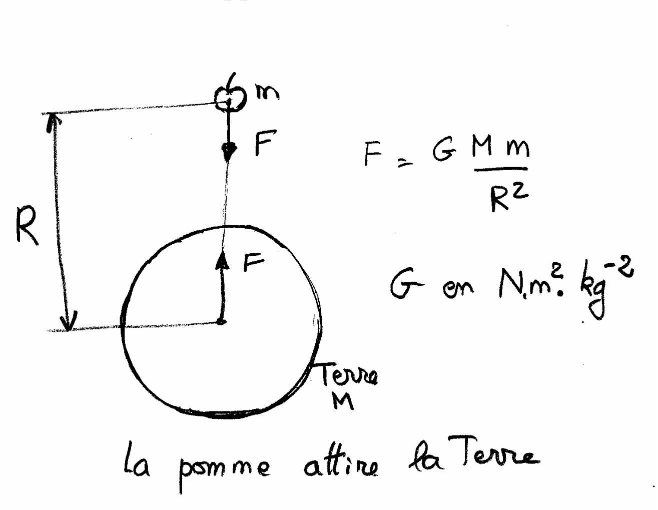
Pour avoir affirmé que la Terre n'est pas immobile, il fut jugé et assigné à résidence jusqu'à la fin de ces jours dans la banlieue de Florence.
Néanmoins, il réussit à faire imposer le système Copernicien et ses grandes découvertes permettent la compréhension de la gravitation.

Bouleversement de la mécanique par Newton

Dès la parution des écrits de Galilée «discours et démonstration mathématique concernant deux sciences nouvelles », René Descartes (1596 – 1650), lui reproche de ne pas avoir cherché les causes fondamentales des effets qu'il a observés mais qu'il a simplement pris des cas particuliers. Il défend un modèle plus unitaire, d'un monde entièrement mécanique et géométrique. Descartes explique le mouvement circulaire des planètes comme un équilibre entre une force attractive par le Soleil et une force répulsive, ce que l'on appelle aujourd'hui la force inertielle (ou centrifuge).
Depuis quelques années, une grande question anime le monde scientifique : Quelles est la force qui oblige les planètes à tourner autour du Soleil selon le mouvement décrit par les lois de Kepler ?

Isaac Newton mathématicien et physicien anglais (Woolsthorpe 1642 – Kensington 1727), bâtit toute une théorie qui répondra à cette question. Il est considéré comme l'un des plus grands scientifiques de l'histoire. C'est une rencontre avec Edmond Halley, astronome et mathématicien, qui l'encourage à reprendre ses recherches sur la gravitation universelle. Newton étudie la théorie cartésienne et parallèlement Robert Hooke travaille aussi sur le mouvement des planètes. Contrairement à ce que l'on peut penser, c'est Robert Hooke, qui, partant de l'idée d'une force répulsive, a l'idée d'une force attractive en $1/R^2$. Mais c'est Newton qui l'exploite et en tire toutes les conséquences. Après de nombreuses disputes entre les deux hommes, qui ne s'apprécient guère, Newton développe, non seulement le mouvement circulaire des planètes mais aussi sa théorie de la gravité universelle et de la mécanique.
Avant l'élaboration de sa théorie, il veut une confirmation expérimentale de la loi en $1/R^2$. C'est ce qu'il fait avec la célèbre et mythique anecdote de la pomme : obligé d'interrompre l'étude de sa théorie à cause de la peste de 1665 –1667, Newton rentre chez lui à Woolsthorpe. En voyant une pomme tomber dans son jardin, il se pose la question : *Pourquoi la pomme tombe sur la terre alors que la lune ne tombe pas* ? C'est la force d'inertie qui compense la chute (voir CC95 p. XVIII) et permet à la Lune de tomber vers la Terre sans jamais l'atteindre.
Newton publie en 1687 «Philosophia Naturalis Principia Mathématica » (principe mathématique de la philosophie naturelle). Ce livre marque un tournant dans l'histoire mais il est responsable d'incidents car Robert Hooke déclare que Newton lui a volé l'idée centrale : deux corps s'attirent avec une force inversement proportionnelle au carré de la distance.
Newton en déduit les lois régissant le mouvement des objets célestes.
1) Première loi ou loi d'inertie : Tout objet en état de mouvement rectiligne et soumis à aucune force extérieure, conserve son mouvement, dans un repère galiléen.
Cette loi est la re-formulation du premier principe énoncé par Galilée. Elle implique que les planètes n'ayant pas un mouvement rectiligne, sont soumises à une force.
2) La relation fondamentale de la dynamique : $\mathbf{F}=m\cdot\gamma$ (γ est le vecteur accélération). La résultante des forces qui s'exercent sur un corps est égale au produit de la masse m par l'accélération.

3) Loi de l'action et de la réaction : si un corps A exerce sur un corps B une force F alors B exerce sur A une force opposée –F.



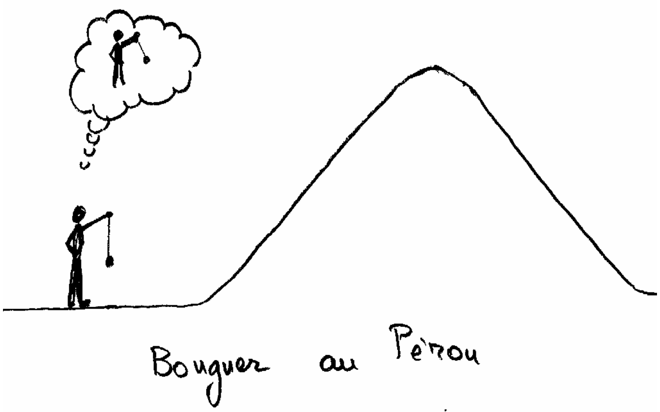
Quant à la force de gravitation, dont le postulat de départ est sa forme en $1/R^2$, elle est caractérisée d'universelle car elle devrait être valable pour deux corps quelconques de masse M et m placés à une distance R l'un de l'autre. Sa forme finale est : $F=G \cdot m \cdot M/R^2$, où G est la constante de gravitation universelle exprimée en $N.M^2.kg^{-2}$ pour rendre l'équation homogène du point de vue dimensionnel. A partir de cette force et avec les trois lois qu'il a énoncées, Newton peut retrouver les lois de Képler et décrire le mouvement des planètes. De nombreuses autres prédictions viendront progressivement conforter cette première théorie de la gravitation (mouvement de la Lune, explication des marées etc.…). C'est le résultat de mille années de recherches, de controverses, d'affrontements. Cependant, nul n'est encore capable de prédire l'intensité de cette force car la constante G n'est pas connue.

Confirmation par l'expérience

Newton montre mathématiquement et «logiquement» sa théorie de la gravitation universelle, mais il ne la valide pas concrètement par l'expérience. En effet, Newton n'a pas pour but de quantifier la loi mais plutôt de faire des grandes avancées physiques. Il a quand-même pensé à deux méthodes qui permettent de mesurer la constante de gravitation universelle G :

- Par l'observation des perturbations que font, sur la gravitation, certaines portions de la Terre comme les montagnes.
-Par la création de ce qu'on appelait à l'époque une planète artificielle. Il s'agissait en fait simplement de deux masses dont on se proposait de mesurer l'attraction réciproque.

Le géophysicien Pierre Bouguer (1698-1758), essaye la première méthode préconisée par Newton. Il essaye de mesurer la faible variation de la position d'un fil à plomb au voisinage de la masse d'un volcan des Andes. C'est ce qu'il fait au péril de sa vie lors de l'expédition racontée par F. Tristram (voir CC95, p20). Cette expérience est un échec car les déviations obtenues sont trop faibles. Il est intéressant de constater que son but était de déterminer la densité de la Terre.



Cette méthode est reprise par deux anglais Nevel Maskelyne et Charles Hutton en 1755. Ils font des expériences concluantes au pied d'une montagne en Ecosse. Ils déterminent aussi la densité de la Terre et la trouve égale à 4,5 à 5. La force d'attraction entre deux masses est très faible, il faut donc attendre l'arrivée de nouveaux moyens techniques sensibles pour pouvoir mesurer cette force de très faible intensité. La vérification expérimentale commence grâce au travail de John Michelle qui est repris par Henry Cavendish (1798). Ce dernier, veut lui aussi trouver la densité de la Terre, mais, de fait, il prouve, par une expérience de laboratoire, la théorie de la gravitation énoncée un siècle auparavant par Newton. Par la suite, Sir Charles Vernon Boys, confirmera les expériences de Cavendish en montrant que la miniaturisation du montage, loin de faire perdre de la précision, permet au contraire d'améliorer les résultats. C'est ce que nous relaterons dans les prochains articles.

Remerciements

Nous remercions B. Sandré et A. Petit qui nous ont communiqué de très précieux documents sur les expériences de Cavendish et de Boys. Je remercie également G. Paturel pour son aide dans la rédaction de cet article.

L'expérience de Cavendish

II- Les expériences de Henry Cavendish et de Sir Charles Vernon Boys.

Marie-Laurence Spagnol
Observatoire de Lyon

Résumé : Suite au premier article paru dans les cahiers Clairaut n°102, nous allons décrire l'expérience de Henry Cavendish, qui est la première vérification expérimentale de la théorie de la gravitation énoncée un siècle auparavant par Newton. Il détermine la valeur de la constante de la gravitation universelle G sans en avoir le but initial. Par la suite, C. V. Boys reprend cette expérience. Il montre l'intérêt de réduire les dimensions du système pour obtenir de meilleurs résultats et confirme ceux obtenus par H. Cavendish.

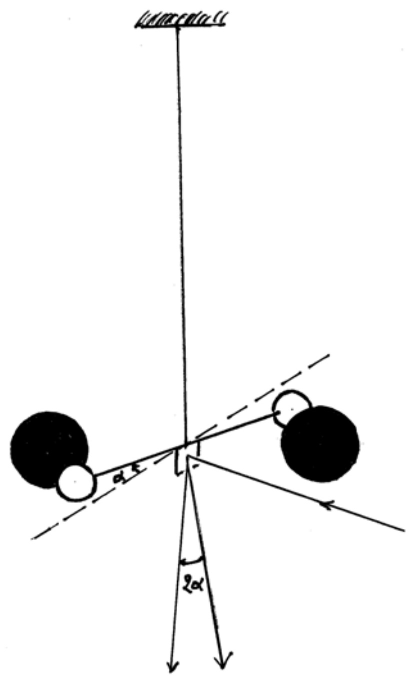
Mots-clefs : GRAVITATION – HISTOIRE - EXPERIENCE

Le principe de la balance de torsion

Les deux expériences que nous allons vous présenter, sont basées sur le principe de la balance de torsion.

Charles Augustin Coulomb (1736-1806) fut l'un des premiers à utiliser ce système. Pour démontrer que la force entre deux sphères chargées est en $1/R^2$, il utilise une balance qui établit l'équilibre entre la force électrique et la force de torsion. Pour les expériences de Cavendish (1798) et de Boys (1895), c'est l'attraction gravitationnelle qui est compensée par la force de torsion. Ce phénomène entraîne une torsion du fil qui maintient le système en équilibre.

Initialement, les grandes sphères sont dans une position stable. Lorsque l'on approche les grosses sphères des plus petites, la force d'attraction gravitationnelle entre les deux types de sphères va produire un couple tendant à faire tourner la tige. Les petites sphères s'approchent des plus grosses jusqu'à ce que la torsion du fil équilibre le couple gravitationnel.



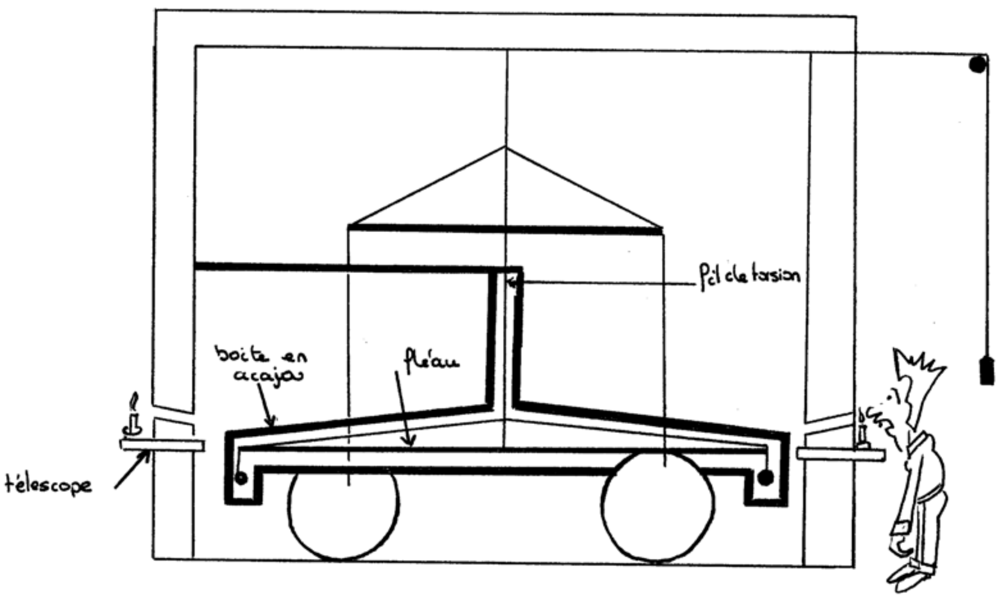
A la nouvelle position d'équilibre, il y a égalité entre le moment du couple de torsion et le moment provoqué par la force d'attraction. Cette condition va permettre d'obtenir une relation qui sera utilisée pour de la détermination de la valeur de G. Lors du changement de positions des grosses sphères, le fléau, va passer d'un état d'équilibre à un autre. Il y aura rotation du fléau. La mesure de l'angle de rotation permettra de remonter au couple de torsion. Cependant ce couple fait intervenir les caractéristiques mécaniques du fil de suspension. Pour déterminer ces caractéristiques, il suffira de mesurer la période d'oscillation de la balance. Ainsi, la mesure de la période d'oscillation et la mesure de l'angle de rotation du fléau permettent d'obtenir la force d'attraction.

Pour déterminer l'angle de rotation du fléau, Cavendish faisait une mesure du déplacement d'une des extrémités. Boys utilisait un petit miroir solidaire du fléau. La déviation d'un faisceau optique réfléchi par le miroir permettait de mesurer l'angle avec une grande précision car la déviation du faisceau est double de celle du miroir (méthode de Poggendorf). De plus, du fait de l'utilisation de deux sphères attractives, utilisées dans un sens et dans l'autre, un gain supplémentaire d'un facteur quatre en résultait.

La première mesure de la constante de la gravitation par Henry Cavendish

Contrairement à ce que l'on pourrait penser, Cavendish n'a pas pour but initial de déterminer la valeur de la constante de gravitation universelle. Il veut calculer la densité moyenne de la Terre, ce qui est à l'époque une des grandes préoccupations. Pour réaliser ces mesures, il va utiliser une balance de torsion.

John Michell développe un instrument de mesure capable de mettre en évidence l'attraction de petites quantités de matières. Son instrument n'est pas parfaitement opérationnel et malheureusement, il meurt avant de pourvoir achever son projet. A sa mort, l'appareil est remis au révérend Francis John Hyde Wollaston, professeur à Cambridge, qui n'apporte pas de modification au montage car il n'a pas les commodités pour réaliser les expériences. C'est ainsi que Cavendish récupère l'appareil et le perfectionne afin de réaliser ses expériences. La rigueur et la précision qu'il apporte à ce montage sont remarquables pour l'époque et vont lui permettre d'obtenir de très bons résultats.



Dispositif utilisé par H. Cavendish

Une des balances de torsion utilisée par Cavendish est constituée d'un fléau de bois long de 2 mètres, léger et renforcé par un fil d'argent formant un triangle. Le fléau est suspendu horizontalement en son milieu, par un fil de torsion de 1 mètre, en cuivre argenté, maintenu à l'extrémité d'un support horizontal solidement fixé au mur. A chaque extrémité du fléau est suspendue une petite sphère de plomb de 5 centimètres de diamètres et pesant 730 grammes. Le tout est confiné dans une boite en acajou pour protéger le dispositif des éventuelles perturbations venant de l'extérieur. Deux grandes sphères en plomb de 30 centimètres de diamètre et pesant 158 kilogrammes, sont suspendues à un système en bois et en cuivre. Elles sont positionnées à l'extérieur de la boite en acajou. Le système de suspension est relié à un dispositif constitué de poulies, que l'on peut actionner de l'extérieur, permettant la modification de la position des grandes sphères. On démontre ainsi, l'existence de la force de gravitation entre deux masses comme l'avait prédit Newton.

Les forces engendrées sont si faibles (de l'ordre du micro newton), que l'expérience doit être protégée des éléments extérieurs. Cavendish doit isoler au maximum le dispositif. En plus de la partie confinée dans le coffrage en acajou, le montage entier est enfermé dans une pièce. Pour effectuer les mesures, il lui faut un dispositif permettant l'observation et le relevé des mesures de l'extérieur sans influencer la manipulation. Pour cela, il installe deux télescopes dans des trous creusés dans le mur de chaque coté de la pièce, ainsi que des lampes. L'extrémité du fléau se déplace devant une petite échelle en ivoire graduée permettant, avec un vernier solidaire du fléau, d'obtenir l'angle de torsion avec une grande précision. La lecture des mesures se fait à l'aide des télescopes et des lampes.

Lors de ses expériences, il amène les grosses sphères au plus proche des petites, confinées dans le coffrage, afin qu'elles subissent l'attraction gravitationnelle. Il y a un changement de la position d'équilibre et les deux centres de masse sont séparés de 22,5 centimètres. Il réalise la même opération lorsque les positions des grosses sphères sont inversées. Il obtient l'angle de torsion et peut en déduire la valeur de G.

Il réalise deux séries de mesures avec deux fils de torsion de diamètres différents et garde les autres paramètres identiques. Le premier fil de torsion est en cuivre argenté, de 1 mètre de longueur et de $0{,}0341.10^{-3}$ mètre de diamètre. La période d'oscillation est de 15 minutes. En réalité, le fil est trop fin et donc pas assez rigide. Cela pose un problème car l'attraction des masses fait légèrement dévier les petites sphères vers le bord de la boite. De plus un fil trop souple rend l'appareil trop sensible aux perturbations. Il réalise quelques mesures avec ce fil de torsion, afin d'étalonner son expérience. Il fait une deuxième série de mesures avec un fil de torsion qui possède les mêmes caractéristiques que le premier mais de diamètre $0{,}05.10^{-3}$ mètre. La période d'oscillation est alors de 7 minutes.

Cette expérience met en jeu une force de très faible intensité et nécessite beaucoup de précision pour obtenir une mesure acceptable. Lors de ses expérimentations Cavendish doit faire face à des contraintes qui perturbent ses mesures. Il doit adapter son dispositif aux effets extérieurs, comme les courants d'air ou les vibrations du sol. De plus, il remarque que les oscillations continuent longtemps après l'expérience. Il étudie ce phénomène et constate que cela provient d'une différence de température entre les grandes sphères et le coffrage en acajou. Ce gradient de température entraîne des courants de convection. Il faut donc enfermer le système dans une enceinte ayant des dimensions les plus petites possible. Cela permet aussi de limiter les variations de température au cours de la journée. Il doit prendre en compte les caractéristiques du fil de torsion afin d'optimiser ses mesures. La période d'oscillation doit être longue pour obtenir une bonne mesure, mais cela implique une augmentation des perturbations sur le système. Pour pallier ce problème, il se contente de prendre les trois premiers extremums et d'en déduire la position d'équilibre.

Le résultat de ses travaux

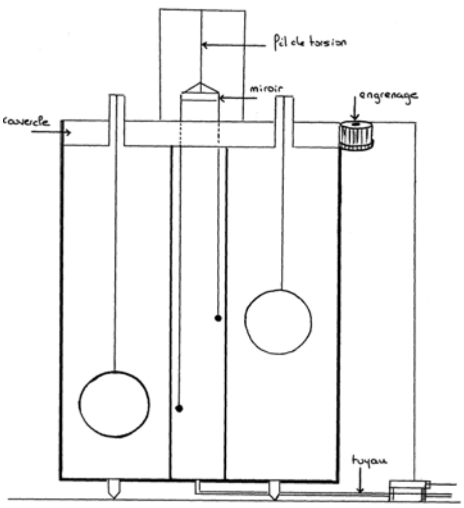
Par ce mode expérimental, il réussit à obtenir une valeur de la constante de la gravitation universelle $G = 6{,}754.10^{-11}$ $N.m^2.kg^{-2}$. Cette valeur est obtenue avec une grande précision par rapport aux autres expériences de l'époque. Elle est comparable à la valeur du système international actuel car elle n'en dévie que de 1,2%. La force d'attraction est de l'ordre de $1{,}54.10^{-7}$ N**.** La faible intensité de cette force, entraîne une très faible déviation du fléau. En utilisant la condition d'équilibre des moments**,** on obtient la valeur de l'angle de torsion de 0,247° avec le premier fil et avec le second fil, l'angle est de 0,05°. Ceci nous permet de juger de la difficulté de cette expérience, à travers ces mesures très faibles de grande précision.

Comme nous l'avons dit le but initial de Cavendish est de «peser la Terre», ce qu'il entreprend en comparant la force engendrée entre les deux masses, M et m, à l'attraction exercée par la Terre sur la même masse m, c'est à dire son poids mg. Cette comparaison lui permit d'exprimer la masse de la Terre sans avoir explicitement déterminé la valeur de **G**. Il trouve la masse de la Terre égale à $5{,}98.10^{27}$ grammes. Il calcule sa masse volumique, en utilisant le volume de la Terre de $1{,}09.\ 10^{27}$ centimètres cubes. Il en conclut que la densité de la Terre est de 5,48. Cette valeur est une véritable surprise, à l'époque, mais elle sera confirmée par les mesures modernes qui donnent la densité de la Terre à 5,54.

Les améliorations apportées par Sir Charles Vernon Boys

Contrairement à Cavendish, Boys ne désire pas mesurer la densité de la terre mais il considère comme capitale la détermination de la constante de gravitation universelle. Selon ses dires, «*Etant donné le caractère universel qui s'attache à la constante G, il me semble que c'est descendre du sublime au ridicule que d'annoncer les expériences dont je vais parler comme étant destinées à mesurer la masse de la Terre ou encore, avec moins de précision, le poids de la Terre.»*

Il base ses expériences sur le même principe que celui utilisé par Cavendish**.** Il étudie les caractéristiques du fil de torsion. Il remarque que plus la constante de torsion C est petite plus l'angle de torsion est grand. Or C varie avec le diamètre à la puissance quatre. Il en déduit l'avantage qu'il y a à réduire les dimensions du dispositif. En effet, l'utilisation de sphères plus petites, va lui permettre de faire une balance avec un fil de torsion de diamètre plus petit. Bien que cette modification entraîne une diminution de la force et par conséquent des couples que l'on cherche à mesurer, elle va permettre d'obtenir un angle de rotation plus grand et donc une mesure plus précise.

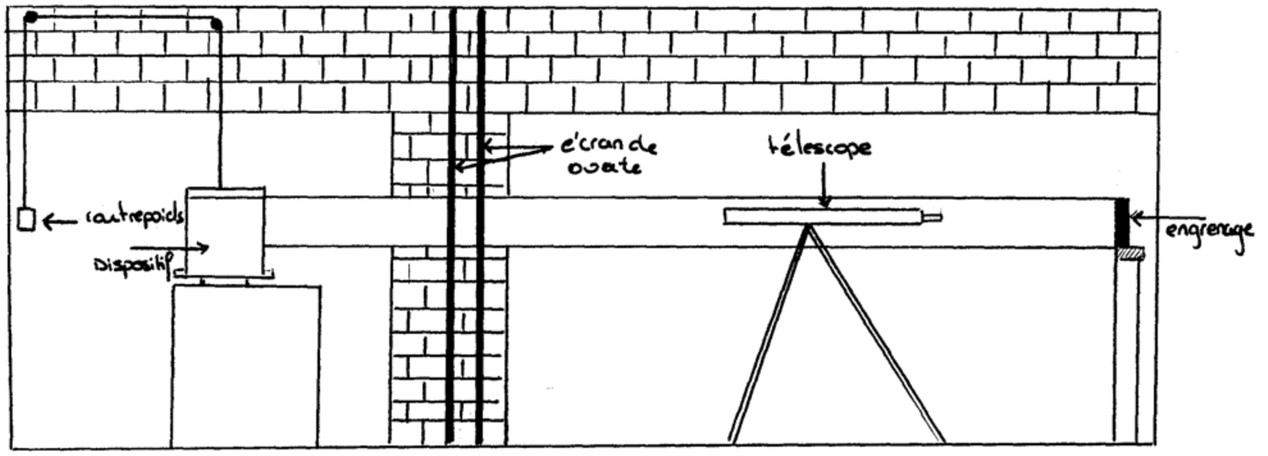


Dispositif utilisé par C. V. Boys

Il place son dispositif dans une caisse en laiton fermée par un couvercle. Un engrenage extérieur constitué d'un système de poulies avec des cordes permet de faire tourner, de l'extérieur, le couvercle qui supporte les grosses sphères. Dans un tube central, il place la balance de torsion. Le fléau est un miroir de 2,3 centimètres qui doit être léger et avoir une définition optique parfaite. Il le fixe sur un support en cuivre doré en forme de croix. A chaque extrémité s'accrochent les fils de suspension des petites sphères. Au départ les quatre masses sont dans le même plan. Il n'y a donc pas de couple de torsion agissant sur le fléau.

Ce fléau est suspendu à l'armature par un fil de quartz de 1 mètre et de 0,002 centimètre de diamètre. Il porte deux petites sphères en or de 2,7 grammes. Elles sont suspendues de chaque coté et positionnées de façon à ce que leur centre de masse corresponde à celui des grosses sphères. Boys fabrique lui même les deux types de sphères, pour qu'elles soient parfaites et homogènes. Les deux grosses sphères de 7,5 kilogrammes en plomb sont suspendues au couvercle par des fils de bronze phosphoreux. Boys ajoute un système de contrepoids pour alléger le couvercle et limiter les frottements lors de la rotation. Les sphères situées de chaque côté du fléau ne sont pas suspendues à la même hauteur pour réduire l'attraction parasite de la sphère opposée et ne pas engendrer d'erreurs supplémentaires.

Comme Cavendish, Boys constate de fortes perturbations causées par une variation de la température en différents points de l'appareil. Pour pallier cette difficulté, il isole le système dans une double caisse de bois. Elle possède des parois remplies de ouate et des fenêtres en mica qui permettent de faire les mesures sans produire un déplacement de l'image. De plus, il effectue ces manipulations dans un souterrain dépendant du Clarendon Laboratory à Oxford, où il isole le système du reste du souterrain par des écrans de feutre.



Laboratoire installé dans un souterrain

Boys procède à des mesures minutieuses de la distance entre les fils qui supportent les deux types de sphères, de la masse des grosses sphères, de l'angle de déviation du fléau et de la durée des oscillations pour différentes conditions initiales.

Pour ne pas perturber le système, toutes les manipulations s'effectuent de l'extérieur. Les observations sont réalisées avec deux télescopes, l'un utilisé pour la lecture des angles de déviation et l'autre pour lire la rotation du couvercle. Il installe une lampe qu'il peut déplacer derrière une échelle transparente afin de lire les mesures.

Pour être sûr de trouver la balance dans un état stationnaire et de permettre au système d'avoir une température uniforme, il attend trois jours avant de faire ses mesures. Il a pratiquement étudié tous les paramètres qui sont susceptibles d'augmenter les erreurs. Mais il y en a un qu'il ne peut pas maîtriser; ce sont les vibrations du sol. Pour pallier ce problème, il réalise les mesures la nuit et le dimanche. Il réalise les meilleures mesures pendant la grève des charbonnages, durant laquelle les trains sont arrêtés. Son dispositif est tellement sensible que lors d'une de ces mesures, il observe une grande variation sans pouvoir l'expliquer. Il apprend plus tard que cela est dû à un tremblement de terre dont l'épicentre est situé en Roumanie.

Boys donne une valeur de la constante de gravitation universelle : G= $(6{,}663 \pm 0{,}007)\ .10^{-11}$ $N.m^2.kg^{-2}$. Il confirme ainsi la valeur déduite des mesures de Cavendish et montre par sa précision l'intérêt qu'il y a à diminuer les dimensions.

L'intérêt de la réduction des dimensions du dispositif

L'égalité entre les deux moments s'écrit (d étant la demie longueur du fléau et R la distance entre les sphères qui s'attirent):

$$C\alpha = 2GMmd/R^2.$$

De plus, on peut calculer la période d'oscillation à partir du moment d'inertie J et de la constante de torsion :

$$T^2=4\pi^2 J/C\ .$$

C'est à dire (si on assimile le moment d'inertie à celui des deux petites sphères.):

$$C= 8\pi^2 md^2 /T^2,$$

A partir de ces formules, on déduit que l'angle à mesurer est :

$$\alpha = GMT^2/(4\pi^2 d\, R^2)$$

On voit bien que plus la période sera grande plus l'angle α sera grand. Le fait de diminuer les dimensions va entraîner une diminution de la constante de torsion C, car elle est proportionnelle au diamètre à la puissance quatre. Par conséquent, il y a une augmentation de la période, ce qui permet d'obtenir un angle de déviation plus grand. Les mesures sont facilitées et on obtient des résultats plus précis.

En reprenant la valeur de G trouvée par Boys, on peut déterminer la valeur de la force entre les sphères attractives: $F=2{,}398.10^{-10}$ N. Les conditions d'équilibres étant les mêmes que celles définies pour la manipulation de Cavendish, Boys obtient un angle de torsion de 0,72°, alors qu'avec le dispositif de Cavendish, on aurait obtenu un angle de 0,009°. Il y a donc un grand intérêt à diminuer les dimensions.

Boys, valide les résultats de Cavendish, qui paraissaient surprenants à l'époque. Il détermine une valeur de la constante de la gravitation universelle avec une grande précision et conclut que la densité moyenne de la Terre est de 5,527.

Les mesures modernes

Depuis la première expérience réalisée par Cavendish, puis celle de Boys, la technique n'a jamais cessé d'être améliorée. En 1942, Heyl réalise la première mesure moderne. Il détermine la période du pendule pour deux positions différentes des masses attirantes. En 1969, une autre expérience est faite par R. D. Rose. Sur le même principe que celui de Cavendish. Un système permet à l'ensemble du montage de faire une rotation autour d'un axe vertical correspondant à l'axe de torsion. Les deux grosses masses tendent à faire bouger le pendule de torsion. Un mécanisme fait tourner l'appareil en sens inverse, de manière à annuler la déviation du pendule de torsion. Le fil de torsion est soumis à une accélération que l'on mesure pour déterminer la valeur de G. En 1986, on fixe la valeur officielle de la constante de gravitation universelle :

$$G=6{,}67259.10^{-11}\ m^3kg^{-1}s^{-2}.$$

Cette valeur est encore au cœur de discussions scientifiques, depuis que des scientifiques allemands ont annoncé avoir trouvé que la valeur de la constante de gravitation G était fausse de près de 0,6 %. Afin de vérifier ces propos, des scientifiques ont réactualisé l'expérience. Trois expériences ont été réalisées par différentes équipes de recherche, utilisant des méthodes modernes. Pour chaque expérience, ils obtiennent des valeurs de G très précises, qui sont en accord avec la valeur du système international et ne confirment pas les travaux allemands.

La loi de la gravitation universelle est validée pour des systèmes à grandes distances mais est-elle validée à des petites distances ?

Pour le vérifier, des mesures ont été réalisées à des distances différentes. Selon la théorie de Newton, la loi en $1/R^2$ est universelle, donc toujours valable pour deux objets éloignés d'une distance quelconque. Les valeurs de G obtenues présentent une légère variation par rapport à la valeur officielle du système international. Si on tient compte des incertitudes de ces valeurs, on ne peut pas conclure avec certitude que cette loi est valide pour des petites distances. Des mesures faites plus récemment, avec des technologies de pointe, laissent fortement à penser que cette valeur est constante pour toutes les valeurs de la distance entre deux objets.

La théorie de la gravitation universelle et la constante G font encore l'objet de recherche. Afin de bien se rendre compte de la difficulté de l'expérience justifiant la théorie de Newton, nous avons refait l'expérience telle que H. Cavendish en 1798 ou C. V. Boys en 1895 l'avaient réalisée. **Dans le prochain numéro nous commencerons la description de la réalisation de cette expérience**.

La constante G de la gravitation universelle varie-t-elle ?

L'idée de départ vient de l'hypothèse des grands nombres de P.Dirac.

Il remarque que pour des particules élémentaires de masse m et de charge e, le rapport entre une force électrique et une force gravitationnelle est égal à un nombre sans dimension de l'ordre de 10^{-40}. Il réussit à obtenir un nombre sans dimension aussi grand en combinant deux quantités physiques: τ, le temps de traversée d'une particule avec la vitesse de la lumière dans le vide c**,** et T**,** l'âge de l'univers**,** le plus grand temps possible.

Cette coïncidence numérique donne une expression reliant les constantes fondamentales : c, G ainsi que T, e et m. L'âge de l'univers varie au cours du temps. Par conséquent, au moins une de ces grandeurs devrait varier. Selon Dirac, La charge élémentaire e est bien définie, de même que la masse m. Il en déduit que c ou G sont susceptibles de varier au cours du temps. La valeur de c imposant trop de remises en cause, il pense donc que G n'est pas une constante. Elle serait alors inversement proportionnelle à l'âge de l'univers.

Cette idée de variation des constantes fondamentales a récemment été rediscutée après les mesures de John Webb sur des quasars lointains, mesures selon lesquelles la constante de structure fine $\alpha = \mu_0 c e^2 / 2h$ aurait variée.

La Lune tombe-t-elle comme une pomme ?

Valérie Donius
Centre International de Valbonne, Sophia Antipolis

Résumé : Nous proposons deux petits exercices sur la gravitation universelle. Newton affirmait que la Lune tombe, alors que l'observation quotidienne montre le contraire. Comment comprendre ?
Un nounours a autant d'effet que Mars. Les astrologues vont devoir réviser leurs calculs.

Mots-clefs : EXERCICE – LUNE - GRAVITATION

EXERCICE 1 : Répondre à la question du titre

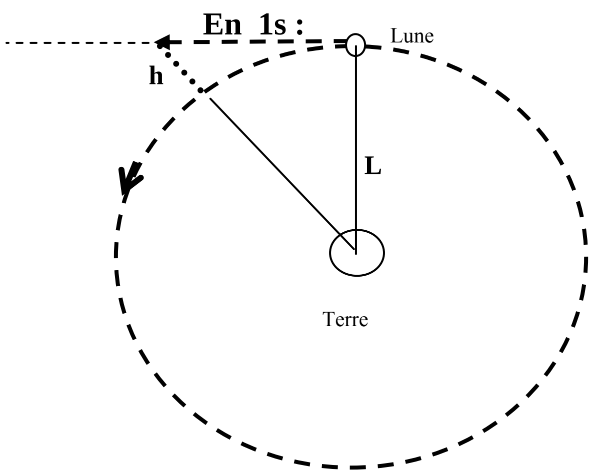


Figure 1

Les questions intermédiaires sont les suivantes :

1) En vertu du principe d'inertie ou 1ère loi de Newton, quelle serait la trajectoire de la Lune si la Terre n'était pas là ?

2) La Terre est bien présente. Repérer sur la figure la hauteur de chute.

3) *L* vaut 380 000 km environ. Estimer la vitesse *V* de la Lune, sachant qu'elle effectue un tour autour de la Terre en *T* = 27,7 j.

4) En 1s, la Lune aurait parcouru la distance V en ligne droite. En utilisant le théorème de Pythagore, calculer la hauteur h_{Lune} dont tombe la Lune en une seconde.

5) Réaliser une petite expérience afin de déterminer de quelle distance h_{pomme} chute une pomme (ou une balle) en 1 seconde à la surface de la Terre.

6) Comparer L au rayon terrestre de 6380 km ; puis comparer h_{Lune} à h_{pomme}

CORRECTION :

Vitesse de la Lune sur sa trajectoire : $V = 2.\pi.L / T$ $= 2\times\pi\times380\,000.000 / (27{,}7\times3600\times24)$

D'où $V=997$ m.s^{-1} c'est à dire $V\approx 1000$ m.s^{-1}

En 1s, la Lune aurait parcouru la distance V en ligne droite. Calculons h….

Avec Pythagore : $V^2 + L^2 = (L + h)^2$

d'où $V^2 + L^2 = L^2 + h^2 + 2.h.L$

Hypothèse : h^2 négligeable, à vérifier a posteriori.
D'où

$V^2 \sim 2.h.L$

$h \approx V^2 /(2L) = (10^3)^2/(2.380\,000.10^3) = 1{,}3.10^{-3}$ m

$h \approx 1{,}3.10^{-3}$ m

A posteriori on verifie que: $h^2 << V^2 << L^2$)

Donc, La Lune tombe de h_{Lune} =1,3 mm en 1 s ! ou 1,3.10^{-3}.m/s.

Or on vérifie qu'une pomme à la surface de la Terre tombe de h_{pomme} = 5 m en 1 s ..

$L / R_{Terre} = 3{,}8.10^8/6{,}38.10^6 \sim 60$ $L / R_{Terre} \sim 60$

Et $h_{pomme} / h_{Lune} = 5 /1{,}3.10^{-3} \sim 3800 \approx 60\times 60$

Donc: la Lune, qui est 60 fois plus loin du centre de la Terre que ne l'est la pomme, est attirée (60.60) fois moins ! On confirme ainsi la loi de l'interaction gravitationnelle en $1/d^2$ établie par Newton! Ce génie a vu le premier ce qu'il était impossible de voir !

EXERCICE 2 : Effet comparé de Mars et d'un nounours

Une petite fille (F) de 50 kg tient son vieux nounours (N) de 0,5kg, situé à 5 cm d'elle Comparer la force exercée par le nounours sur la petite fille à celle exercée par la planète Mars M sur la petite fille. Conclure.

Données : *Constante universelle de la gravitation : G = 6,67.10^{-11} N.m^2/kg^2. - Expression de la force d'interaction gravitationnelle entre deux masses m_A .et m_B situées à la distance d_{AB} l'une de l'autre :*
$F_{A/B} = G.\ m_A.m_B/\ d_{AB}^2$. - Masse de la planète Mars : 6.10^{23} kg . - Distance minimum de la planète Mars à la Terre : 55.10^6 km..

CORRECTION :

$F_{M/F} = G.M_M.M_F / MF^2 = 6{,}67.10^{-11}.\ 6.10^{23}.\ 50/\ (55.10^9)^2$

$F_{M/F} \sim 0.661.10^{-6}$ N

$F_{N/F} = G.M_N.M_F / NF^2 = 6{,}67.10^{-11}.\ 0{,}5.\ 50/\ (5.10^{-2})^2$

$F_{N/F} \sim 0.667.10^{-6}$ N

La force d'attraction du nounours est la même que celle de la planète Mars.
Un « horoscope fiable » devrait tenir compte de tous les nounours !!!

Construction d'une balance de Cavendish

Georges Paturel, Observatoire de Lyon

Résumé : Dans les deux cahiers précédents nous avons parlé des expériences fondamentales de Cavendish et de Boys qui ont permis de mesurer la constante de la gravitation universelle. Cette expérience est si délicate qu'il parait impossible de la réaliser avec des moyens simples. C'est pourtant le défi que j'ai essayé de relever. Je voudrais vous faire partager le plaisir de cette réalisation. J'espère vous donner envie de vous lancer à votre tour dans cette expérience.

Mots-clefs : REALISATION - GRAVITATION

Introduction

Il y a bien longtemps que je rêvais de monter l'expérience de Cavendish mais sans oser m'y attaquer. Lors du repas de l'Assemblée Générale du CLEA de 2002, en discutant avec mes voisines de table (A. Petit et B. Sandré) j'appris que l'expérience avait été réalisée pour un TP à Orsay. Je décidais donc de me jeter à l'eau mais en réalisant tout moi-même avec du matériel facile à se procurer. En effet, dans l'expérience d'Orsay, la partie essentielle (la balance proprement dite) était fournie toute faite.

Avant même de consacrer trop de temps à la réalisation, je voulus essayer de mettre en évidence la force d'attraction. Je réalisai une sorte de balance, supportant une petite sphère de plomb, montée sur une pointe sans frottement et j'approchai une grosse masse (batterie de voiture). Aucune attraction ne fut décelée. J'essayai également de monter la sphère de plomb sur un petit flotteur et j'approchai la masse attractive, sans plus de succès. Je décidai néanmoins d'attaquer une réalisation plus soignée mais en me promettant de ne pas trop fignoler quand même. Le succès fut au bout de la réalisation, mais non sans quelques difficultés comme je vais vous le décrire. Pour le principe de l'expérience je vous invite à vous reporter aux CC102 et CC103.

Le matériel

La première chose à faire est de rassembler le matériel et principalement le plomb. En parlant de mon projet à quelques collègues et amis je reçus bientôt plus de plomb qu'il n'était nécessaire (6 ou 7 kilogrammes), sous la forme de vieux tuyaux. Je récupérai un tube en aluminium, d'un mètre de long et d'environ 25 millimètres de diamètre (ancien velux), mon épouse me procura un rouleau de papier aluminium de cuisine de 10 microns d'épaisseur (c'est marqué sur la boîte) pour la réalisation du ruban de suspension de la balance. Pour le reste, un peu de bois, quelques chutes de tôle d'aluminium, deux boîtiers de CD. Enfin, il faut récupérer un petit miroir (on pourrait prendre un petit morceau d'un CD) et un pointeur laser.

Nous pouvons commencer la réalisation, mais avant, je vous montre une photo de la balance terminée (figure1).

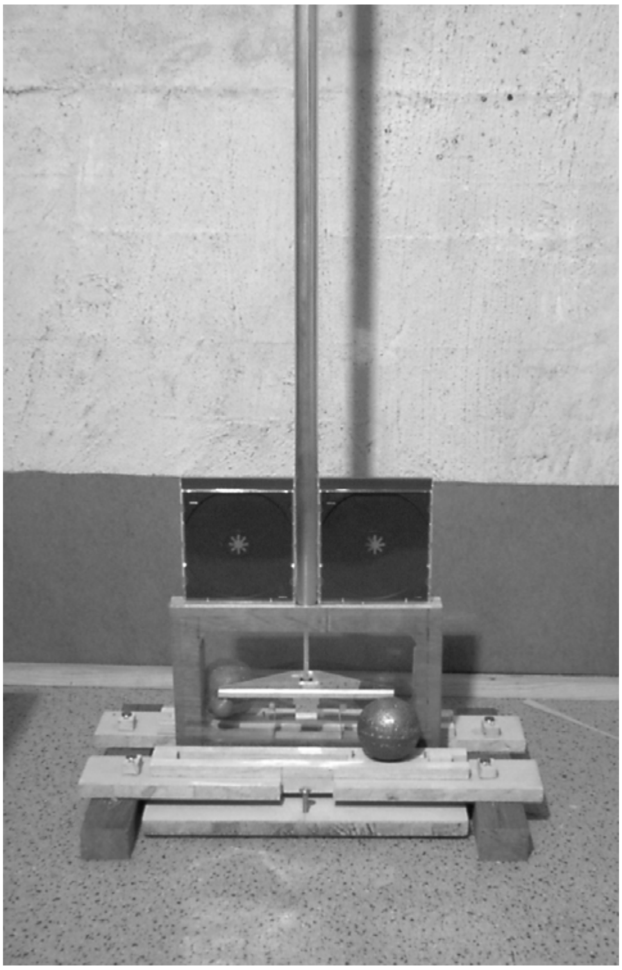


Figure 1: La balance de Cavendish terminée.

Je ne prétends pas que la réalisation est la plus commode et vous pourrez faire mieux sans doute. Mais au moins vous savez qu'en respectant les caractéristiques essentielles le résultat sera correct. Nous allons décrire tout d'abord la réalisation des sphères de plomb. C'est de loin la partie la plus délicate.

Réalisation des sphères de plomb

J'ai commencé par la fabrication des petites sphères. J'avais une bille d'acier de 2,5cm de diamètre. C'est elle qui m'a servi de modèle. J'ai utilisée la méthode classique des fondeurs, avec du sable spécial de moulage et un châssis en bois de ma confection. Je ne vais pas décrire la méthode car ce n'est pas celle que je vous recommande. La technique qui m'a permis de faire les grosses sphères me parait bien plus facile à mettre en œuvre.

Technique de moulage au plâtre

Les sphères modèles sont constituées d'une bille de 2,5cm de diamètre, en acier, pour les petites sphères et une boule en polystyrène de 7cm de diamètre pour les grosses sphères.

On commence par badigeonner la sphère modèle avec du savon noir à l'aide d'un pinceau. Puis on remplit de plâtre un pot en plastique (fromage blanc) jusqu'au quart de sa hauteur. Pour mémoire pour gâcher le plâtre il faut verser le plâtre dans l'eau, et non le contraire. Quand le plâtre est dur, on pose le modèle de sphère sur ce socle encore frais. On complète avec du plâtre un peu liquide jusqu'au milieu de la sphère modèle (on aura pris soin de tracer le cercle équatorial avant l'opération). On attend alors que le plâtre soit bien dur. On démoule le bloc qui constitue la première partie du moule. On vérifie que la sphère modèle se décolle facilement. Avec un couteau on fait trois encoches en vé sur les bords du moule. Ces encoches serviront de détrompeur pour que les deux parties du moule soient toujours placées exactement dans la même position.

On remet ensuite le bloc de plâtre et le modèle dans le pot en plastique. On badigeonne la surface et les encoches avec du savon (on peut sans inconvénient remettre une couche de savon sur la demie sphère apparente). On remplit ensuite complètement le pot avec une nouvelle coulée de plâtre. On a ainsi constitué la deuxième partie du moule. Quand le plâtre est bien dur et bien sec, on ouvre les deux parties du moule, on enlève la sphère modèle. Le moule définitif est presque terminé. Il ne reste qu'à tailler au couteau deux demies cheminées coniques de coulage sur chacun des deux blocs du moule, de telle manière que, une fois le moule refermé, les deux demies cheminées constituent une unique cheminée conique. Cette cheminée ne doit pas être trop étroite (8 à 10 mm de diamètre) pour que l'air puisse sortir du moule pendant la coulée du plomb. Pour le moule original que j'ai réalisé pour les grosses sphères j'avais fait une cheminée cylindrique dans le bloc supérieur comme on peut le voir sur la figure 3. Ceci rendait le démoulage difficile à cause du cône de plomb qui restait dans la cheminée. Il est préférable de faire une cheminée conique entre les deux parties du moule, comme celle qu'on voit sur la figure 3, pour le petit moule. Ainsi, le démoulage ne pose aucun problème.

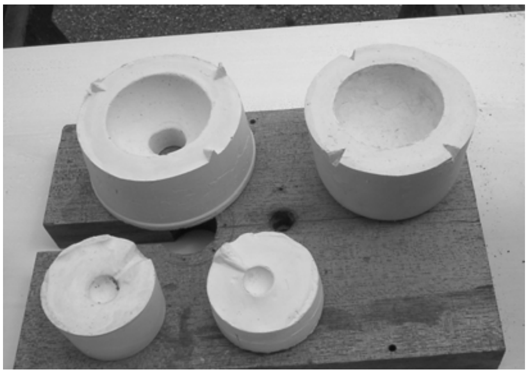


Figure 3: Les moules en plâtre.

Il nous reste à effectuer l'opération la plus difficile, le coulage du plomb. Il y a quelques précautions à prendre, car plusieurs dangers existent.

Coulée du plomb fondu

Les grosses sphères de 7cm de diamètre ont une masse de 2kg. Fondre une telle masse réclame une parfaite organisation et une grande vigilance. Il est conseillé de faire l'opération, dehors, à même le sol. Le métal est fondu au chalumeau à butane dans une casserole de fer en tôle épaisse. La casserole était entourée de briques réfractaires et, détail important, je me plaçais de telle sorte que le vent éloigne de moi les vapeurs. En effet, au-dessus de 327 degrés, avant même l'ébullition, le plomb donne des vapeurs nocives qu'il faut éviter de respirer.

Le coulage proprement dit ne pose pas de problème. Les deux parties du moule étant fermement maintenues ensemble par un serre-joint (ou un fil de fer) et le tout étant solidement fixé au sol, on saisit le manche de la casserole avec des maniques de cuisine et on coule doucement le métal dans la cheminée. On écarte éventuellement les scories de surfaces avec une tige métallique. On laisse refroidir longuement et on démoule. Si tout s'est bien passé on obtient une belle sphère. On coupe à la scie le moulage de la cheminée en plomb. On façonne ensuite la sphère, à la lime ou au marteau. Le moule est prêt à resservir pour une autre sphère. Les Figures 4 et 5 présentent le matériel utilisé. Quand vous aurez terminé cette opération le plus difficile sera fait. La suite ne pose pas de problème majeur à une personne quelque peu méticuleuse.

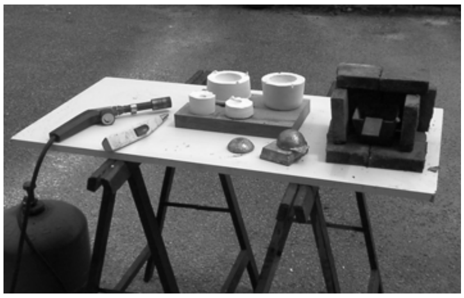


Figure 4: Le matériel de moulage.

Figure 5: Gros plan sur la casserole.

La balance

Le ruban de suspension

Si vous avez lu les articles précédents vous avez compris qu'il y a intérêt, comme l'a montré Boys, à réaliser une balance minuscule pour pouvoir utiliser un fil de suspension extrêmement fin. Le couple de rappel variant comme la puissance quatrième du diamètre du fil, plus le fil est fin, plus grande est la déviation de la balance de torsion lors de l'attraction mutuelle des petites et des grosses sphères. Le problème est qu'il n'est pas facile de manipuler des fils de quelques microns de diamètre. D'où l'idée d'utiliser un ruban de suspension, offrant une bonne résistance à la rupture mais une faible résistance à la torsion. J'eus l'idée d'utiliser du vulgaire aluminium de cuisine dont l'épaisseur est d'environ 10 microns. Un rapide calcul montre qu'une largeur de 5mm doit supporter les 200g de la balance (chaque petite sphère a une masse de 100g).

Pour découper le ruban de un mètre de long et de 5 mm de largeur j'ai fabriqué un "découpoir" fait de deux lames de rasoir, séparées par une baguette de section carrée de 5mm de côté et collées en biais à la colle cyanocrylate (voir la Figure 6).

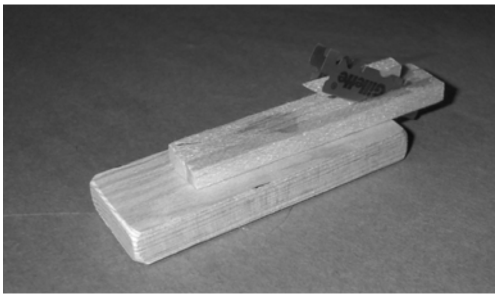


Figure 6: Le "découpoir" à ruban.

Pour commencer la découpe on engage sous les deux lames une large bande d'aluminium d'une dizaine de centimètres de largeur. Pour faciliter le démarrage, on peut coller une languette plastique de 3mm de largeur sur le bout de la bande. On engage la languette sous les lames et ensuite il suffit de tirer très doucement et sans à-coups, pour obtenir un beau ruban de 5mm de largeur.

Nous discuterons dans le prochain article les avantages et les inconvénients d'un tel ruban de suspension. J'ai depuis imaginé d'utiliser une bande magnétique d'une cassette. Je ne sais pas si cela donnerait de bon résultat. Si oui ce serait infiniment plus facile à réaliser que le ruban d'aluminium. Mais ce que je peux dire c'est que le ruban d'aluminium fonctionne bien. Vous voyez qu'il y a encore de la place pour l'expérimentation.

Le boîtier

Le boîtier a été réalisé dans une planche épaisse (3,5cm) dont le centre a été évidé. Un trou circulaire a été pratiqué sur le dessus pour recevoir le tube d'aluminium qui abrite le ruban de suspension. Deux boîtiers de CD ont été collés à l'Araldite de part et d'autre du tube pour servir d'équerres perdues. Ce boîtier a été collé sur une planche reposant sur trois boulons en triangle qui permettent de régler la verticalité du tube.

Un "U" en tôle d'aluminium permet d'immobiliser le fléau, lors des transports, en abaissant le point supérieur de fixation du ruban.

Le fléau

Le fléau est découpé dans une tôle d'aluminium selon le dessin de la Figure 7 et rigidifié par deux baguettes en bois de balsa. Les petites sphères de plomb sont collées à la colle cyanocrylate sur les pattes des extrémités du fléau. Un petit miroir est collé sur la languette située au milieu, sous le fléau. Une fente permet de fixer le ruban de suspension. Le bord tranchant supérieur de cette fente a été protégé par un petit tube de laiton fendu.

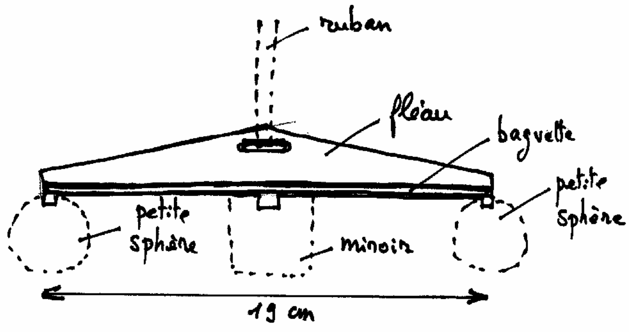


Figure 7: description du fléau.

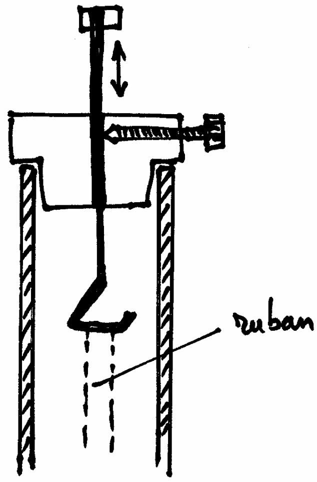


Figure 8: Le système de suspension du ruban, au sommet du tube. En débloquant la tige de suspension on peut abaisser le fléau pour qu'il repose sur un support.

Mise en place du fléau

Le ruban de suspension est fixé sur son système d'accrochage (Figure 8) et glissé dans le tube d'aluminium. Le fléau repose sur le support en "U". On glisse l'extrémité libre du ruban dans la fente du fléau et on la fait remonter sur une hauteur de quelques centimètres. On colle alors le ruban sur lui-même avec une goutte de colle cyanocrylate. Quand la colle est sèche il suffit de relever délicatement le point de suspension du ruban et de l'immobiliser pour que la balance soit en position. On ferme enfin le boîtier par deux feuilles transparentes pour éviter les courants d'air (dans la prochaine version j'utiliserai des vitres de verre).

Les réglages

On place la balance dans un local isolé, avec un sol bien rigide (dalle en béton) et on règle la verticalité du tube pour que le ruban soit bien libre. Ensuite, en jouant sur le point de suspension du ruban, on règle l'orientation du fléau pour le placer parallèlement aux faces transparentes du boîtier. Cette opération est très longue. Il faudra sans doute plusieurs jours pour obtenir un réglage parfait.

Vous mettez à profit les longues attentes nécessitées par les réglages pour monter les glissières de bois sur lesquelles les grosses sphères vont se déplacer. Avec quelques baguettes et quelques chutes de bois le travail n'est pas difficile. Il faut simplement veiller à ce que ces glissières n'aient aucun contact avec la balance. J'ai collé les baguettes directement sur le sol avec de la colle thermofusible. Les grosses sphères sont collées avec cette même colle sur les parties mobiles des glissières. Quand on fait passer une grosse sphère d'un côté à l'autre, elle doit passer très près du boîtier (quelques millimètres) sans jamais le toucher.

Il reste aussi à mettre en place le pointeur laser. Je l'ai fixé sur un bâti de bois collé à même le sol. Le faisceau laser est dirigé sur le petit miroir du fléau. Il s'y réfléchit et va former un spot à l'autre bout de la pièce sur un petit écran (feuille de papier millimétrée collée en face de la balance). Attention de ne pas recevoir le faisceau dans l'œil.

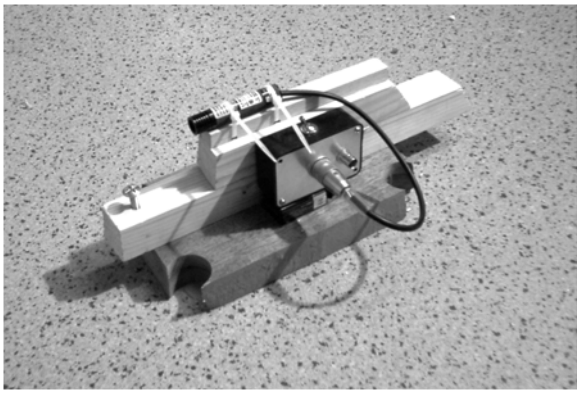


Figure 9: Le pointeur laser collé sur le sol.

Premiers essais

C'est avec une certaine émotion qu'on effectue le premier essai. Il faut beaucoup de calme mais le résultat est spectaculaire.

Il faut laisser la balance se reposer de nombreuses heures, les grosses sphères étant placées par exemple l'une devant la petite sphère de droite et l'autre derrière la petite sphère de gauche. Le mieux est d'attendre toute une nuit. Vous arrivez alors le lendemain, sur la pointe des pieds, vous allumez le laser et notez la position du spot sur le papier millimétré. Si vous n'avez pas perturbé le système par des déplacements violents, le spot doit être immobile. Vous allez calmement faire glisser les grosses sphères pour les amener en face des petites sphères opposées (sans toucher la balance) et vous revenez surveiller le spot, à pas de loup. Lentement vous le verrez se déplacer (le déplacement est visible après quelques secondes). Vérifiez que le déplacement est bien dans la direction que laissait prévoir la géométrie du système. Le spot se déplacera de plusieurs centimètres et oscillera ainsi jusqu'à trouver une nouvelle position d'équilibre, après plusieurs heures. Vous pourrez répéter l'opération en inversant à nouveau les grosses sphères. Par plaisir j'ai du faire l'expérience une trentaine de fois. Chaque visiteur avait droit à un passage par ma cave pour voir l'expérience. La gravitation n'a jamais été prise en défaut.

Il reste à envisager maintenant la mesure de la constante de la gravitation universelle G. C'est ce que nous verrons dans le prochain article.

■

REALISATION

Mesure de G avec la balance de Cavendish

Paturel G., Observatoire de Lyon

Résumé : *Dans le précédent Cahier Clairaut (CC104) nous avons décrit la construction d'une balance de Cavendish. Historiquement conçue pour déterminer la densité moyenne de la Terre, la balance de Cavendish est désormais utilisée pour mesurer la constante G de la gravitation universelle. Dans le présent article nous montrons comment déduire cette constante. Compte tenu de la difficulté extraordinaire de cette expérience et des caractéristiques de notre balance nous ne pourrons pas utiliser la méthode traditionnelle. Une autre méthode est expliquée qui donne un résultat acceptable.*

Mots-clefs : REALISATION - GRAVITATION - MESURE

Introduction

Nous donnons à nouveau la photo de notre balance (figure1). Le ruban de suspension du fléau passe dans le tube vertical. Les extrémités du fléau supportent chacune une petite sphère en plomb de 2,5 cm de diamètre. Sous le fléau, un petit miroir réfléchit un rayon laser (éteint sur la photo). Ce système, dit de Poggendorf, permet de mesurer la rotation de l'équipage par la mesure du déplacement du spot réfléchi. Les grosses sphères attractives en plomb de 7 cm, de diamètre, sont montées sur des rails en bois, complètement indépendants du boîtier de la balance. Quand l'équilibre est modifié par le déplacement des grosses sphères, le spot lumineux du faisceau laser se déplace et permet de suivre la rotation de la balance, donc le déplacement des petites sphères, avec une extrême précision.

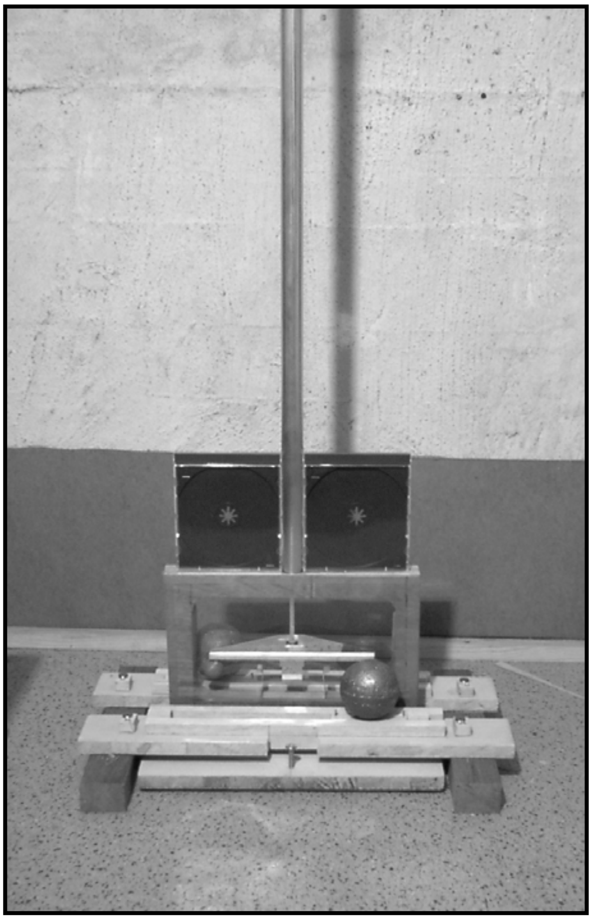


Figure 1: La balance de Cavendish terminée

Avant l'assemblage de la balance, nous avions déterminé avec autant de précision que possible les caractéristiques des éléments: masse des sphères et longueur du fléau. Une fois en position, nous avons déterminé les autres caractéristiques que nous récapitulons.

Les caractéristiques

La pesée des sphères se fait avec une petite balance de cuisine. Les petites sphères de *2,5 cm* de diamètre pèsent $m = 93\ g$ chacune. Les grosses sphères de 7 cm de diamètre pèsent $M_1 = 2080\ g$ et $M_2 = 2010\ g$, respectivement. Nous adopterons pour les deux une valeur moyenne $M = 2045g$. La longueur du fléau, ou plus exactement, la distance entre les centres des petites sphères collées sous le fléau est de $2.b = 19\ cm$.

La première caractéristique à mesurer est la période d'oscillation, T, de la balance. En effet, la sensibilité de la balance augmente comme le carré de la période. Dans la méthode traditionnelle, la période permet indirectement de déterminer les caractéristiques mécaniques, C, du ruban de suspension. Une mesure patiente du temps que met le spot lumineux pour faire un grand nombre d'aller et retour fournit la période avec une bonne précision. J'ai trouvé: $T = 148{,}3\ s$. Quand j'ai obtenu cette valeur, j'ai compris que l'attraction universelle serait visible. C'était en effet approximativement la période de la balance de Boys.

J'ai déterminé ensuite la distance minimale, d, entre les centres d'une grosse sphère et d'une petite. Pour cela, j'ai simplement mesuré la distance D entre les rails supportant les grosses sphères. La figure 2 montre que l'on peut déduire très facilement $d = D/2$. J'ai mesuré D = 11,5 cm. La valeur est donc d = 5.75 cm. Cette distance varie au cours de la mesure, mais cette variation est négligeable compte tenu de la précision espérée.

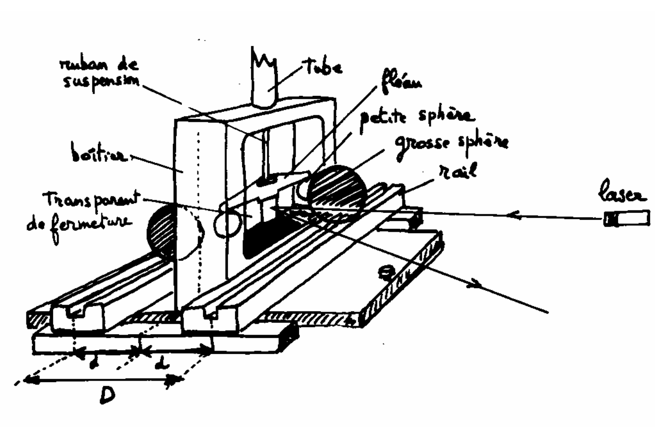


Figure 2 : Schéma montrant comment déterminer la distance entre le centre d'une grosse sphère et celui d'une petite sphère d=D/2.

La distance *L*, entre le centre du miroir et l'écran de projection, a été soigneusement mesurée avec un mètre à ruban. Le résultat obtenu est: *L* = 4910 mm. Plus cette distance est grande, plus précise sera la mesure de la rotation du fléau. On peut calculer qu'une rotation d'un degré donnerait à cette distance un déplacement du spot lumineux de *17 cm*, car il ne faut pas oublier que par réflexion sur le miroir le faisceau tourne d'un angle double.

Nous négligeons la masse du petit miroir et celle du fléau. Ces masses interviennent normalement dans l'expression du moment d'inertie de la balance. En les négligeant, l'expression du moment d'inertie se simplifie et sa mesure explicite n'est pas nécessaire. Il entre implicitement dans l'expression de la période que l'on a mesurée.

Première mesure

En procédant comme je l'avais décrit à la fin du dernier article, on peut mesurer le déplacement du spot lumineux. Il faut être très patient. On laisse la balance se stabiliser, une nuit au moins. On note la position du spot. On déplace les grosses sphères. On laisse stabiliser à nouveau pendant plusieurs heures. On note la nouvelle position du spot. En opérant ainsi, le déplacement mesuré était de l'ordre de $\Delta y = 18mm$. Faisons le calcul de la constante de la gravitation *G* ("big dji" en anglais):

Soit α l'angle total de rotation, pour les positions extrêmes des grosses sphères. Le couple de rappel est $C\alpha$, où C est une constante caractérisant le ruban de suspension. Appelons *f* la force d'attraction entre une grosse sphère et une petite. Le couple de cette force par rapport à l'axe de rotation du fléau est $f.b$. Comme il y a deux paires de sphères agissant dans un sens puis dans un sens opposé, le couple total est $4f.b$. La force *f* s'exprime par la loi de gravitation universelle:

$$f=GMm/d^2.$$

Ecrivons qu'il y a équilibre des couples quand la balance est stabilisée:

$$C\alpha=4.G.M.m.b/d^2 \qquad (1).$$

D'autre part, la période d'oscillation de la balance de torsion s'exprime par la relation:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{C}},$$

où J est le moment d'inertie du fléau. Nous l'écrirons simplement, en vertu des simplifications vues plus haut: $J=2mb^2$.
Ainsi, la constante mécanique caractérisant le ruban s'exprime par:

$$C=8\pi^2mb^2/T^2.$$

En reportant cette expression dans la relation (1), il vient finalement:

$$G = \frac{2\pi^2\alpha.b.d^2}{M.T^2} \qquad (2).$$

Faisons de suite l'application numérique. L'angle α en radian s'exprime simplement par:

$$\alpha=\Delta y/(2L),$$

le facteur 2 prend en compte le fait que le faisceau dévie d'un angle double de celui du fléau, à cause de la réflexion sur le miroir.
Avec les valeurs mesurées, nous obtenons $\alpha=0.00184$ *rd* (c'est à dire *0,10*°). En reportant cette valeur ainsi que les autres valeurs numériques dans l'expression (2), on aboutit à la valeur un peu décevante $G = 25\ 10^{-11}\ N.kg^{-2}.m^2$ (la valeur admise est $6.67\ 10^{-11}\ N.kg^{-2}.m^{2)}$.

Analyse des erreurs

En analysant bien les mesures, j'ai acquis la conviction que la seule source d'erreur possible provenait du ruban de suspension qui doit présenter de l'hystérésis. Quand le ruban est tordu sous l'effet de la rotation de la balance, il garde la mémoire de cette torsion. Bref, le ruban de suspension en aluminium manque de ressort. Une première façon d'éviter cet effet est de déplacer les grosses sphères très lentement, pour parvenir au second point d'équilibre, de manière asymptotique, sans jamais le dépasser. En répétant l'expérience, je n'ai pas, malgré toute ma patience, pu éviter les oscillations, mais l'amplitude a été sérieusement diminuée. La valeur de Δy a été réduite ainsi d'un facteur deux, et la valeur de G a été réduite d'autant, soit:

$$G=12,5\ 10^{-11}\ N.kg^{-2}.m^2.$$

On peut imaginer qu'en permutant les grosses sphères avec une infinie lenteur, on arriverait à une valeur de G plus acceptable. J'ai modifié la balance en remplaçant le ruban de suspension en aluminium par un morceau de bande magnétique d'une cassette "audio". Le résultat a été sensiblement meilleur. Cela montre que l'on peut éviter la difficile réalisation du ruban d'aluminium.

Au lieu de continuer dans cette voie classique, j'ai imaginé une méthode très différente, que je vous livre maintenant.

Méthode dynamique

Au tout début de l'attraction, quand on vient juste de faire glisser une grosse sphère en face d'une petite, le ruban n'offre pas de résistance à la torsion. La petite sphère "tombe" librement sur la grosse. Si nous parvenions à mesurer l'accélération de cette "chute", nous pourrions en déduire G. L'accélération s'écrit :

$$a = \frac{GM}{d^2} \qquad (3).$$

Comment mesurer a ? Il faut enregistrer simultanément le déplacement (de la petite sphère, donc du spot) et le temps. Pour parvenir à cela, j'ai collé une montre digitale sur le papier millimétré où se formait le spot lumineux. La montre est mise en mode chronomètre. On attend le repos parfait du spot et on démarre le chronomètre au moment précis où les grosses sphères sont déplacées. J'ai réalisé une série de photos du spot et de la montre, comme illustré à la Figure 3.

Figure 3 : Les photos successives montrant le spot et le chronomètre. On peut mesurer ainsi l'accélération produite par une sphère attractive.

J'ai mesuré le déplacement *y* par rapport à une origine arbitraire. Le temps est noté au dixième de seconde. On trouve, à partir des cinq premières photos, le temps *t* et la position *y* du spot (cf. tableau 1):

temps t (s)	*y* (mm)	*x* (mm)	$(x-x_o)$ (mm)	$(t-t_o)^2$ (s^2)
10,8	3,00	0,029	0	0
25,2	3,5	0,034	0,005	204
37,3	5,5	0,053	0,024	697
45,3	8,0	0,077	0,048	1183
52,9	11,0	0,107	0,077	1764
64,3	16,5	0,159	0,130	2851

Tableau 1: mesure de temps t et de déplacement du spot y pour déduire l'accélération (voir texte).

Le déplacement *y* du spot est converti en déplacement *x* des petites sphères par la relation géométrique. Comme précédemment le facteur 2 prend en compte le fait que la réflexion du faisceau lumineux donne une déviation double:

$$x = \frac{1}{2}\frac{b}{L}y$$

L'accélération est normalement donnée par la relation classique de la dynamique:

$$(x - x_o) = \frac{1}{2}a'(t - t_o)^2 .$$

Mais attention, comme les grosses sphères agissent dans un sens puis dans l'autre, ce que nous déterminons est le double de l'accélération cherchée $a=a'/2$. En revanche, le fait qu'il y ait deux petites sphères ne change rien, car chacune acquiert la même accélération.

Les quantités nécessaires sont données dans le Tableau 1. La représentation graphique (Figure 4) de $a=a'/2$ montre que l'accélération est à peu près constante pendant les premières secondes.

On déduit de ces mesures que l'accélération est $a=130\times10^{-6}/3000\ m.s^{-2}$, soit:

$$a=4,33\ \times10^{-8}\ m.s^{-2}.$$

Il ne nous reste plus qu'à déduire G = $a.d^2/M$. Avec $d = 0,0575\ m$ et $M = 2,045\ kg$ on aboutit à la valeur:

$$G=7,0\times\ 10^{-11}\ N.kg^{-2}.m^2,$$

au lieu de $6,67\times\ 10^{-11}\ N.kg^{-2}.m^2$.

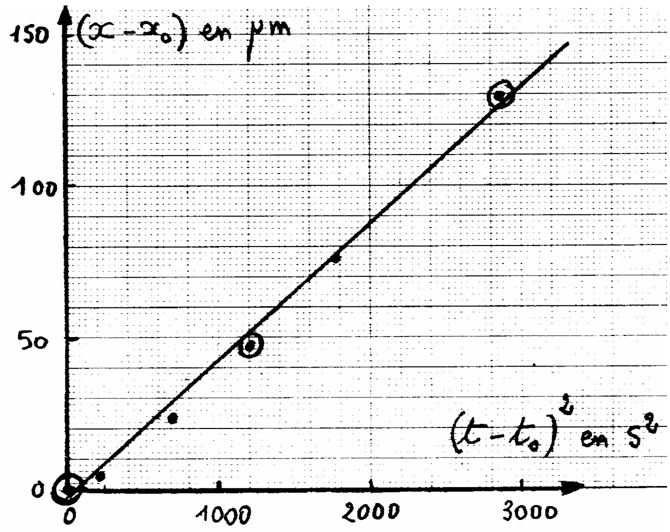


Figure 4. Représentation graphique de la quantité $a'/2=(x-x_o)/(t-t_o)^2$. Les points encerclés correspondent aux mesures données par les trois photos de la Figure 3.

Conclusion

Si la fabrication de la balance n'est pas trop difficile, en revanche, la réalisation de l'expérience elle-même est d'une extrême difficulté, car il faut la faire dans un local parfaitement calme. Qualitativement, le fonctionnement est très spectaculaire. Quantitativement, c'est un peu plus décevant par la méthode classique, mais la méthode dynamique donne un résultat assez satisfaisant.

■