

Reconstruction d'image en astronomie et imagerie bio-médicale

Éric Thiébaud

Centre de Recherche Astrophysique de Lyon
Université Claude Bernard Lyon 1
École Normale Supérieure de Lyon

Lyon, 06/12/2016

Méthodes inverses appliquées au traitement d'image

- **reconstruction d'image en astronomie**
 - déconvolution / déconvolution aveugle
 - interférométrie
 - imagerie hyper-spectrale
 - réponse impulsionnelle variable
- **imagerie bio-médicale**
 - coronarographie
 - microscopie 3-D
 - tomographie dynamique
- **détection**
 - exoplanètes
 - particules en holographie numérique

Exemple : Formation d'image

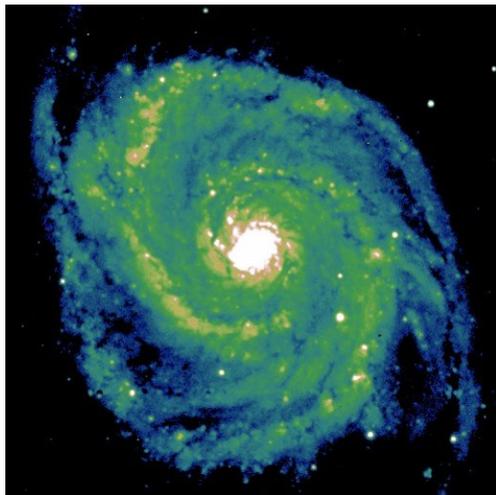
objet

FEP

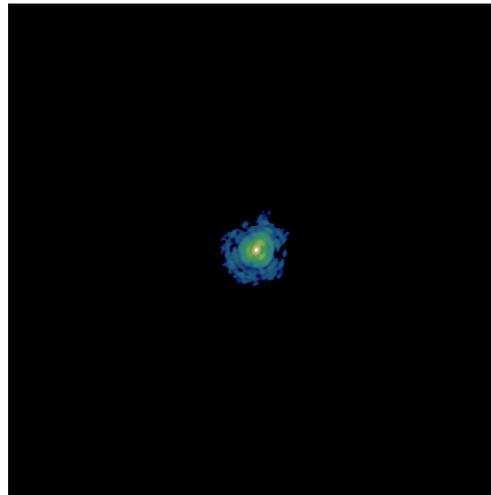
bruit

image
observée

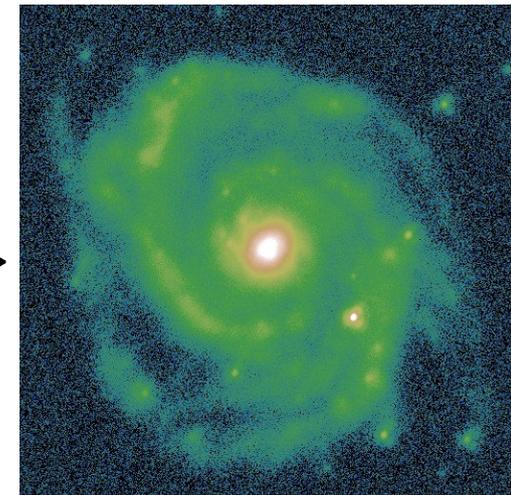
$$\iint x(\mathbf{s}) h(\mathbf{r}-\mathbf{s}) d^2s + b(\mathbf{r}) = y(\mathbf{r})$$



*



+ bruit →



Quels sont les *meilleurs* paramètres compte tenu des données ?

La déconvolution c'est facile : (1) la théorie

modélisation :

$$y(\mathbf{r}) = \iint h(\mathbf{r}-\mathbf{s}) x(\mathbf{s}) d^2s + b(\mathbf{r})$$

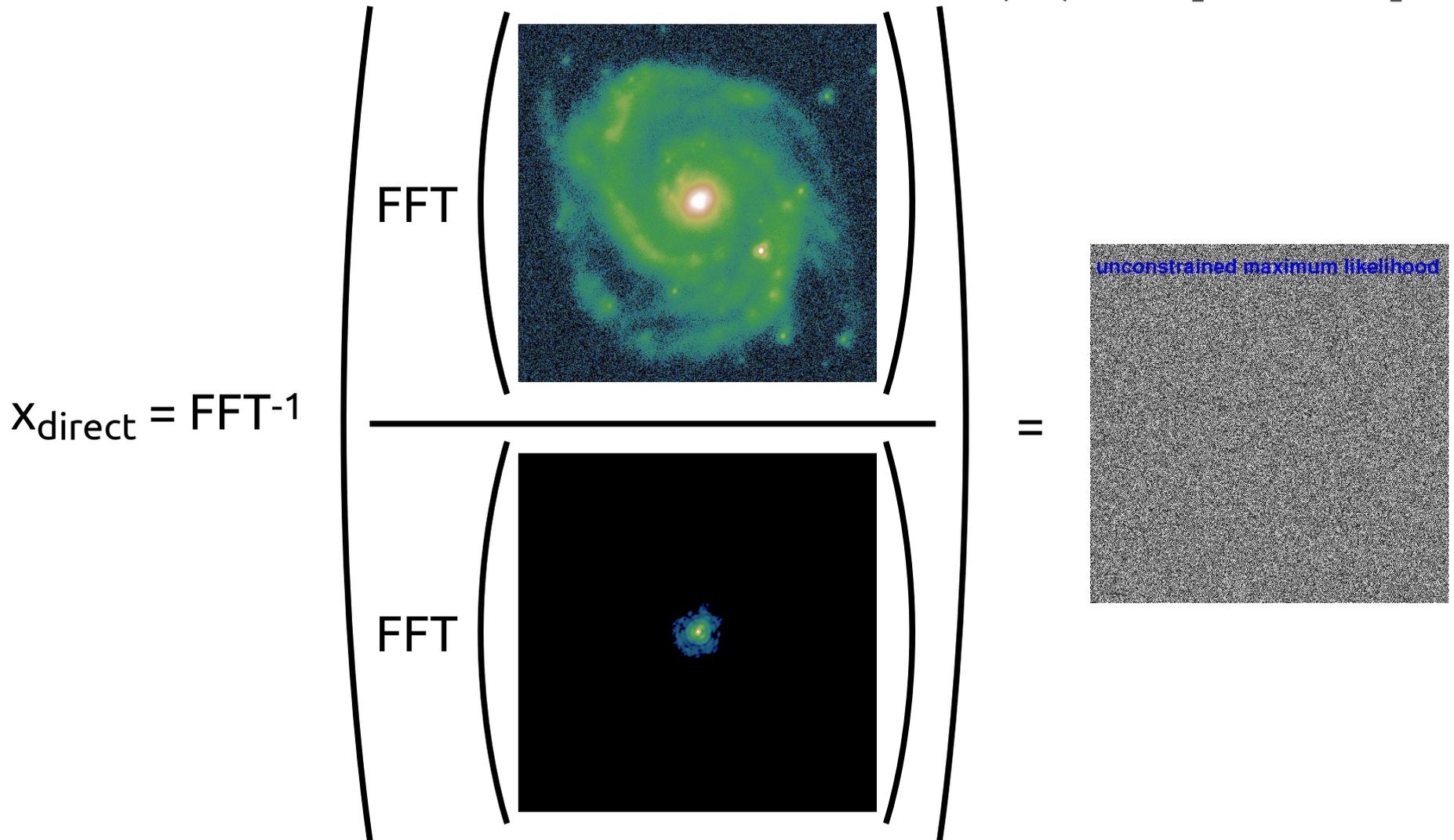
transformation de Fourier :

$$\hat{y}(\mathbf{v}) = \hat{h}(\mathbf{v}) \hat{x}(\mathbf{v}) + \hat{b}(\mathbf{v}) \approx \hat{h}(\mathbf{v}) \hat{x}(\mathbf{v})$$

inversion :

$$\hat{x}_{\text{direct}}(\mathbf{v}) = \frac{\hat{y}(\mathbf{v})}{\hat{h}(\mathbf{v})}$$

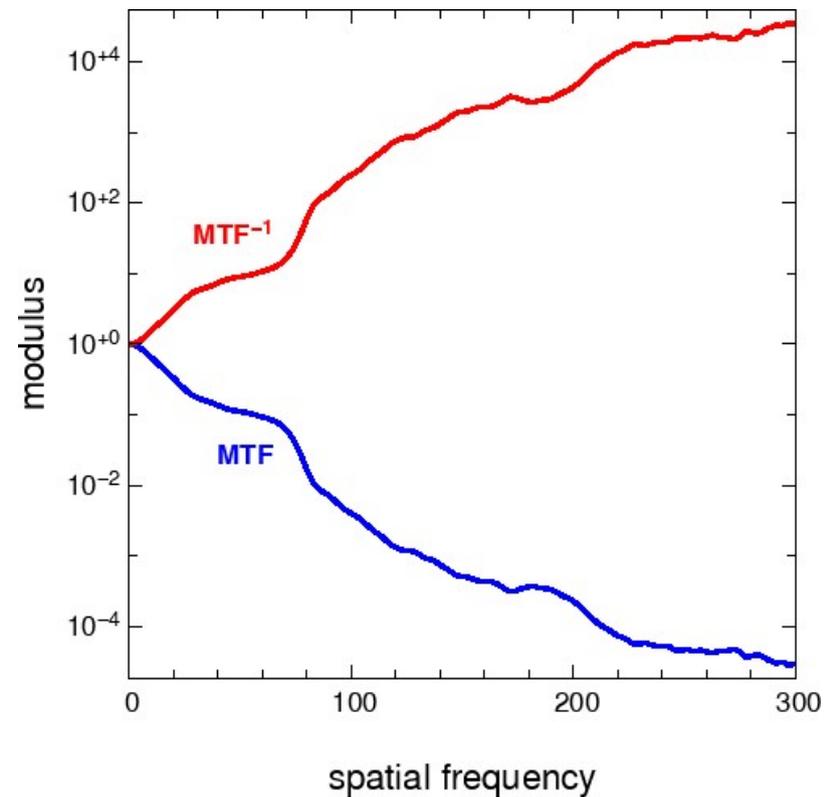
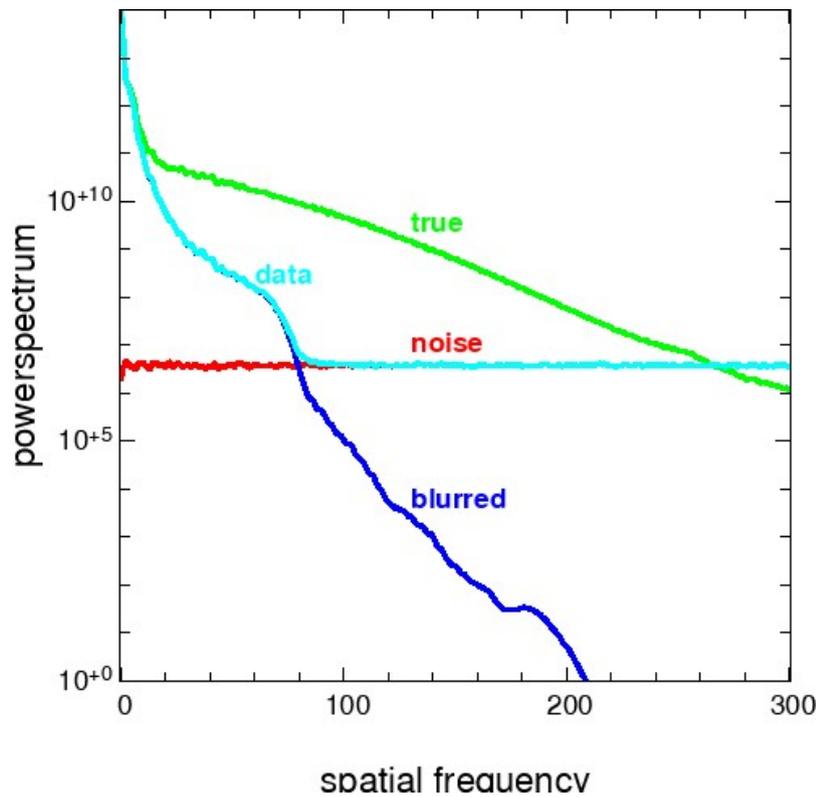
La déconvolution c'est facile : (2) la pratique



... la déconvolution ça n'est pas si facile que ça !

Qu'est-ce qui cloche ?

$$\hat{x}_{\text{direct}}(\mathbf{v}) = \frac{\hat{y}(\mathbf{v})}{\hat{h}(\mathbf{v})} = \frac{\hat{h}(\mathbf{v}) \hat{x}(\mathbf{v}) + \hat{b}(\mathbf{v})}{\hat{h}(\mathbf{v})} = \hat{x}(\mathbf{v}) + \frac{\hat{b}(\mathbf{v})}{\hat{h}(\mathbf{v})}$$

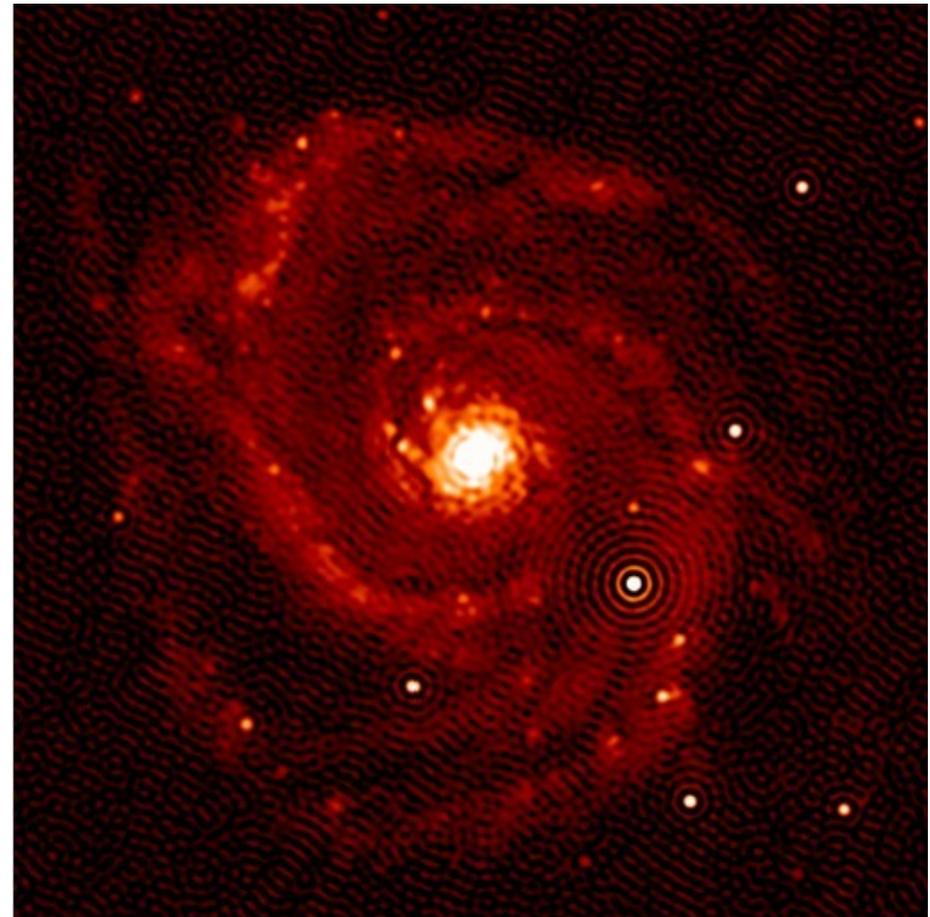
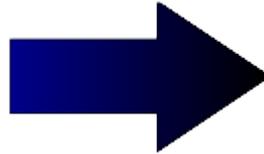


inversion directe (exacte ?) → ***amplification du bruit***

Solution brutale : troncature

$$\hat{x}_{\text{trunc}}(\mathbf{v}) = \begin{cases} \frac{\hat{y}(\mathbf{v})}{\hat{h}(\mathbf{v})} & \text{si } |\mathbf{v}| \leq v_{\text{cut}} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

coupure à ~ 80 fréquels



Maximum *a posteriori*

on maximise la probabilité du modèle étant donné les mesures
(MAP = **maximum a posteriori**) :

$$\mathbf{x}_{\text{MAP}} = \arg \max_{\mathbf{x}} \Pr(\mathbf{x} | \mathbf{y})$$

données

paramètres (e.g. image)

$$= \arg \max_{\mathbf{x}} \frac{\Pr(\mathbf{y} | \mathbf{x}) \Pr(\mathbf{x})}{\Pr(\mathbf{y})}$$

(théorème de Bayes)

$$= \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ \underbrace{-\log \Pr(\mathbf{y} | \mathbf{x})}_{f_{\text{data}}(\mathbf{x})} - \log \Pr(\mathbf{x}) \right\}$$

$f_{\text{prior}}(\mathbf{x})$

$$= \arg \min_{\mathbf{x}} f_{\text{MAP}}(\mathbf{x})$$

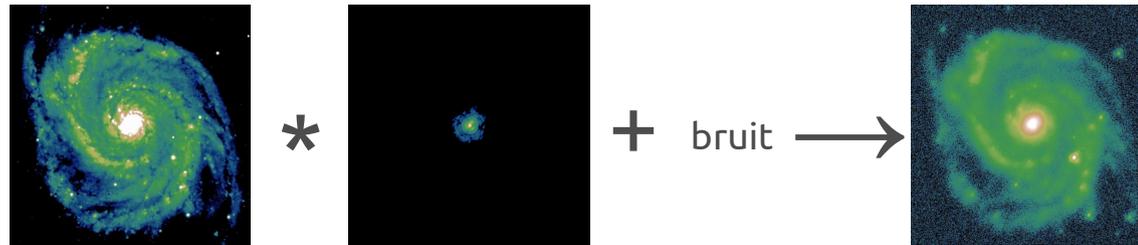
solution : $\mathbf{x}^* = \arg \max_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x})$

fonction pénalisante : $f(\mathbf{x}) = f_{\text{data}}(\mathbf{x}) + \mu f_{\text{prior}}(\mathbf{x})$

attache aux données

régularisation

Déconvolution sous différents *a priori*



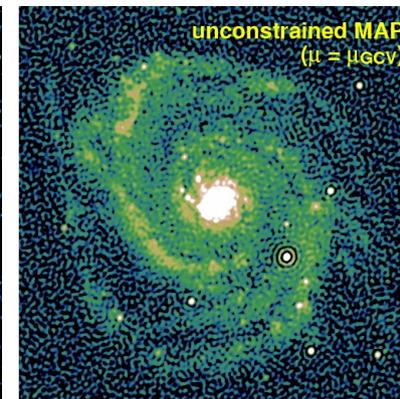
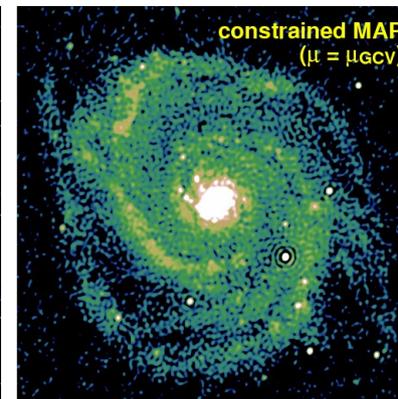
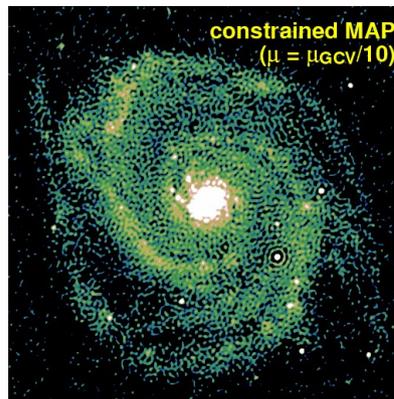
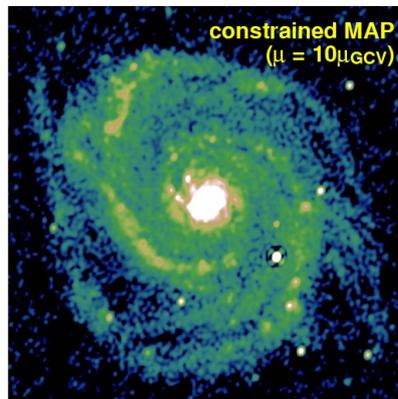
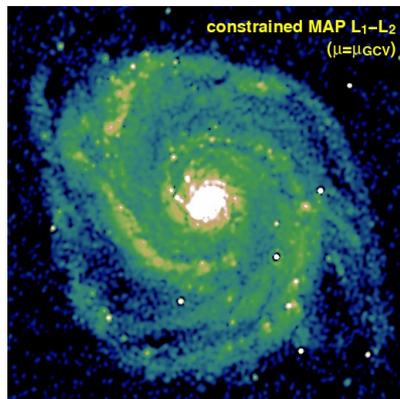
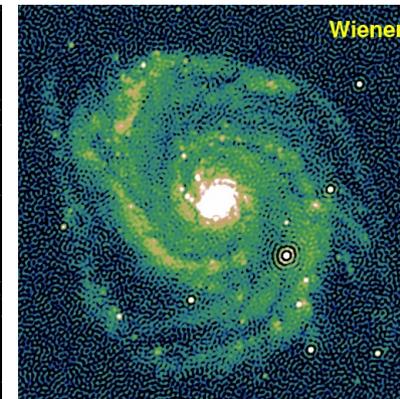
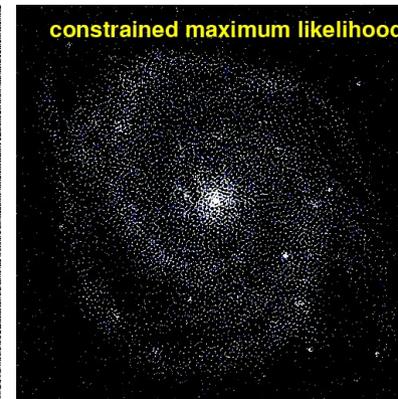
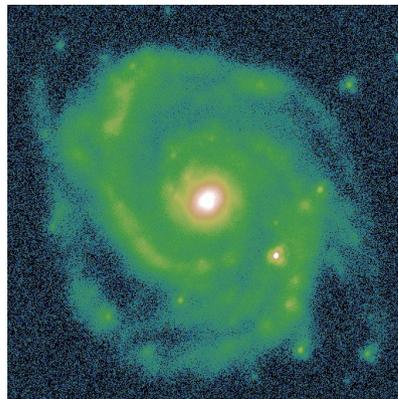
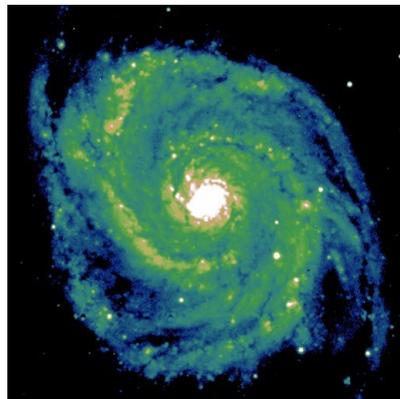
vérité

données

maximum de vraisemblance

Richardson-Lucy (EM)

Wiener

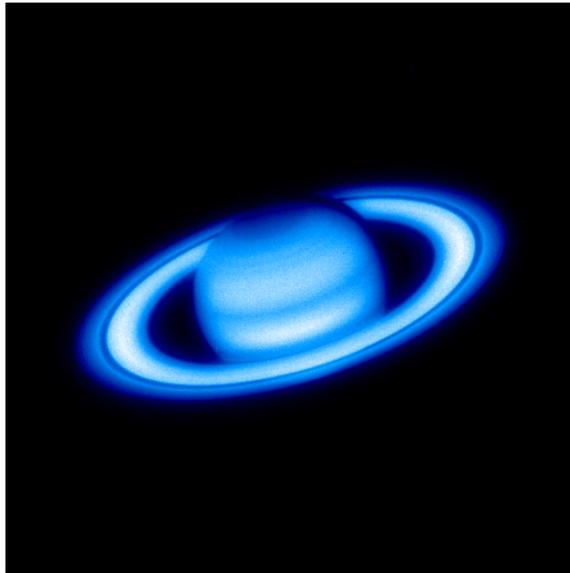


edge preserving
MAP ($\ell_2 - \ell_1$)

MAP + lissage ℓ_2

Image HST de Saturne

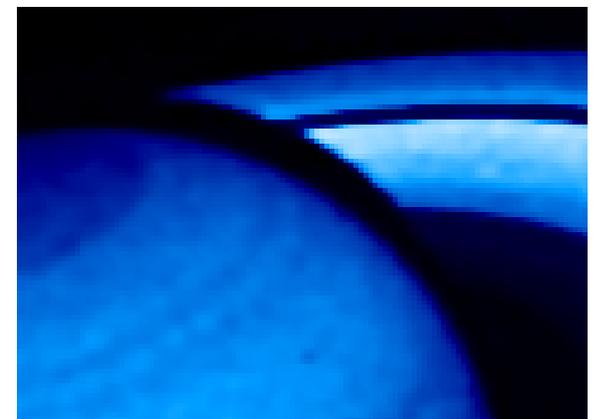
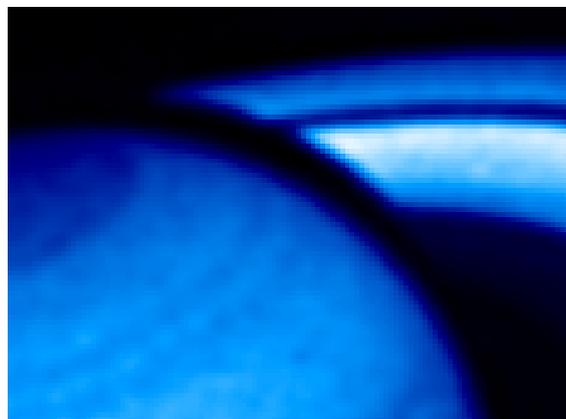
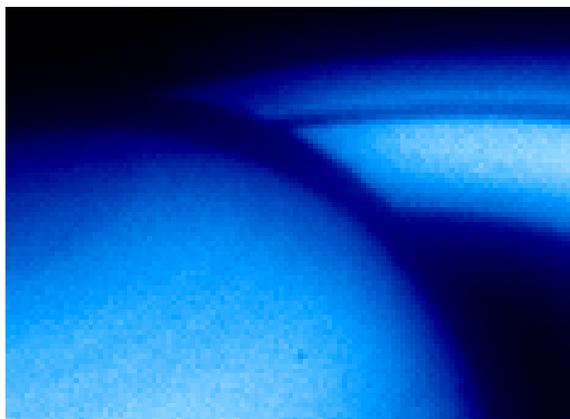
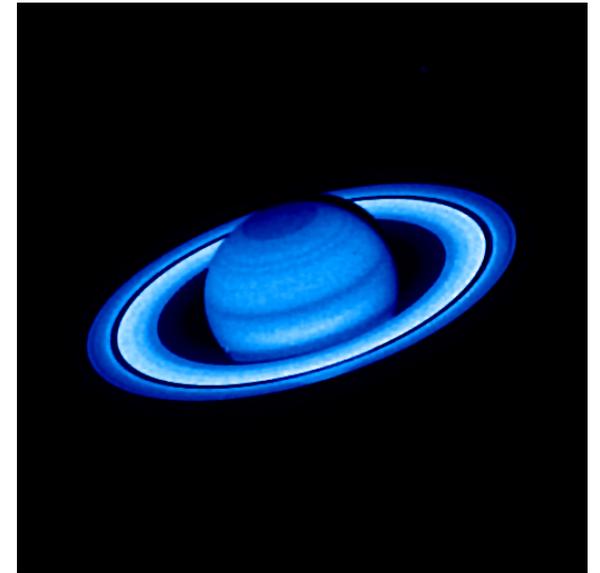
image brute



régularisation
quadratique (ℓ_2)

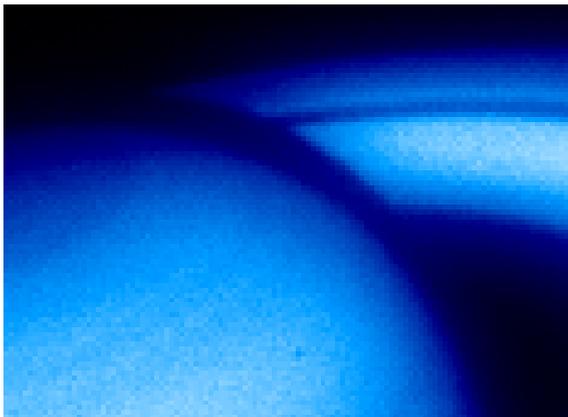
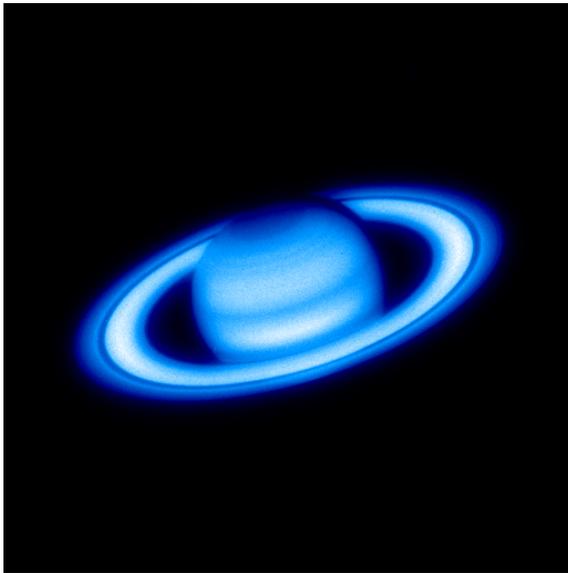


régularisation ℓ_2 - ℓ_1

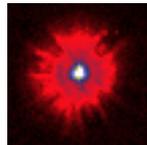


Travaux pratiques : Image HST de Saturne

image brute



FEP



Dans la console Python :

```
import deconv  
deconv.rundemo();
```

Syntaxe :

```
deconv.rundemo(mu=..., fig=..., bad=...);
```

- **mu** = niveau de μ
- **fig** = numéro de figure à afficher
- **bad** = fraction de pixels « *morts* »

Éditer le fichier `deconv.py` pour changer les noms de fichiers,
puis :

```
reload(deconv)  
deconv.rundemo(...);
```

Approche inverse : 1er bilan

- bénéfiques de l'approche inverse
 - **modèle réaliste** des données (instrument de mesure et bruit)
pas forcément inversible
 - prise en compte correcte des bords et des **mesures manquantes**
→ **qualité** des images reconstruites (en termes *mesurables*)
 - **généralité** → vaste champ d'applications, *e.g.* :
 - **données multi-variées** (x, y, z, t, λ)
 - astronomie → **imagerie bio-médicale**
- difficultés
 - problèmes non-linéaires de grande dimension, contraintes : positivité, $\text{div}B = 0$, *etc.*
 - **étalonnage de la réponse instrumentale**

modèle des observables (**modèle direct**) :

$$\mathbf{y} = \mathbf{m}(\mathbf{x}) + \mathbf{b}$$

$\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ données

$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ paramètres

$\mathbf{m} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ modèle

$\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$ erreurs (bruits + erreurs de modélisation)

Quels sont les **meilleurs** paramètres compte tenu des données ?

solution : $\mathbf{x}^* = \arg \max_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x})$

fonction pénalisante : $f(\mathbf{x}) = f_{\text{data}}(\mathbf{x}) + \mu f_{\text{prior}}(\mathbf{x})$

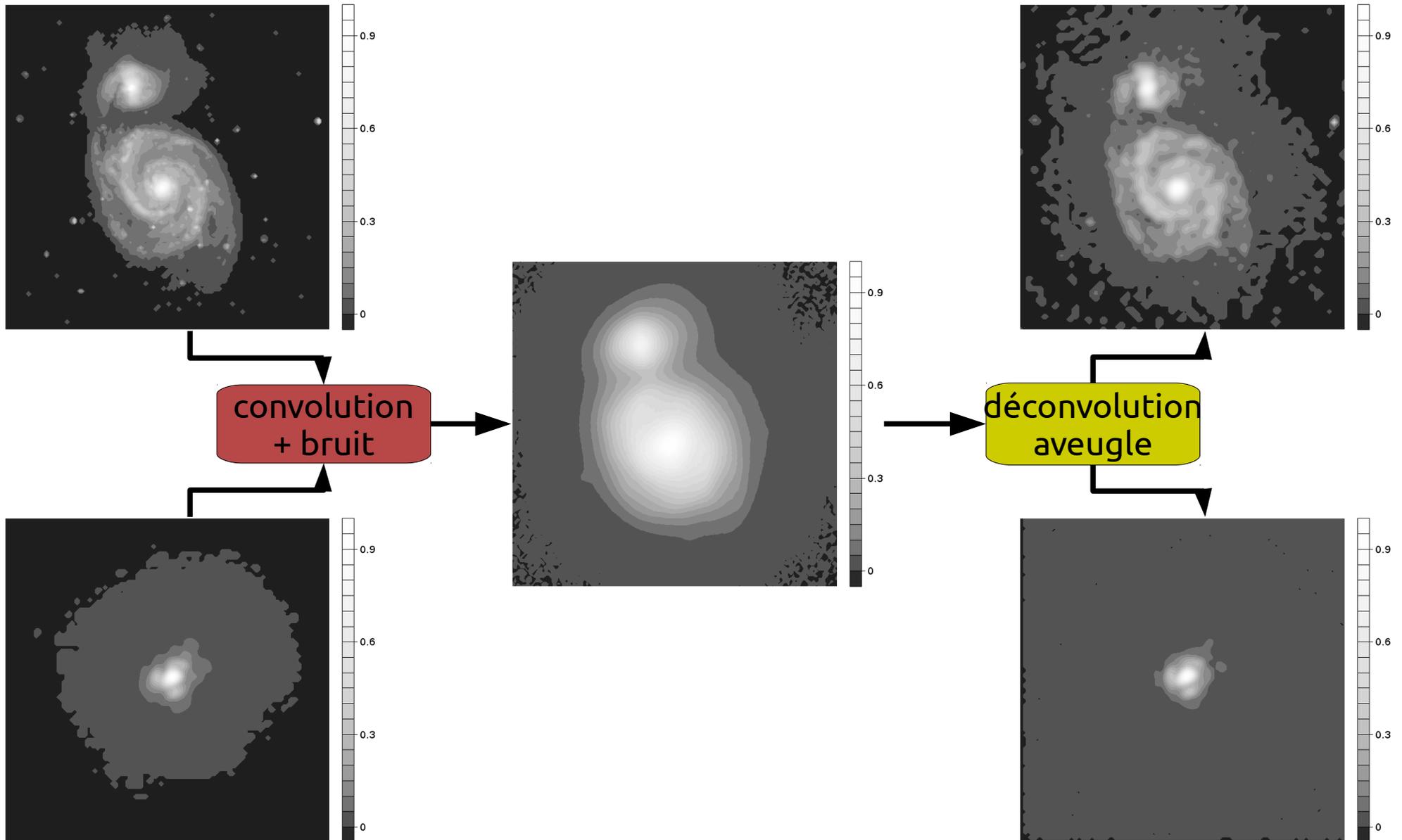
attache aux données

régularisation

Connaître la réponse instrumentale (FEP) ou pas ?

- déconvolution «classique» : la FEP est ***parfaitement connue***.
- en pratique, c'est rarement le cas :
 - la FEP est ***mesurée*** (calibration) mais cette estimation est ***bruitée*** et peut être ***inappropriée*** (conditions variables d'observation)
 - la FEP ne peut pas être calibrée (elle varie trop vite ou on a pas de temps à perdre !)
- exemples : astronomie (turbulence), imagerie médicale (rayons X, scanner), microscopie confocale, ...
- Que faire ?

La déconvolution aveugle à l'œuvre



Déconvolution aveugle appliquée en biologie

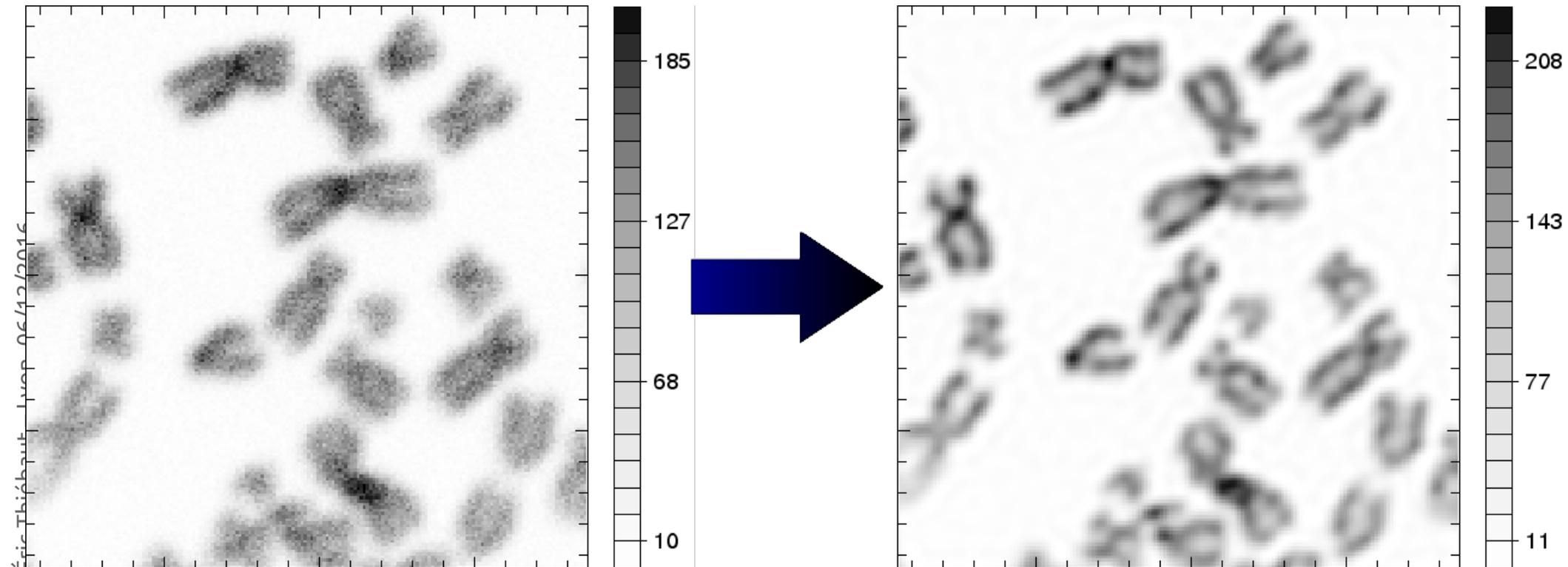


Image de chromosomes par microscopie confocale.

Source : Centre Commun de Quantimétrie, Université Claude Bernard (Lyon, France). Reconstruction par algorithme **MAAD** (CRAL).

Déconvolution aveugle appliquée en biologie

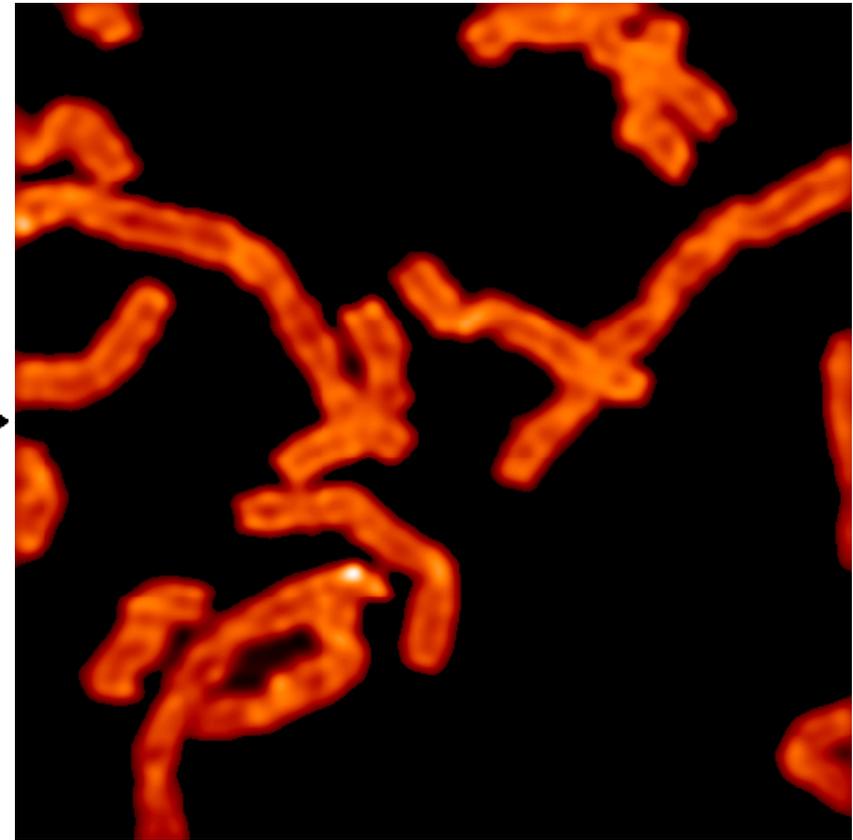
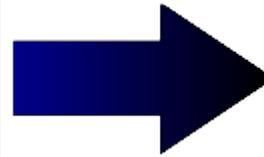
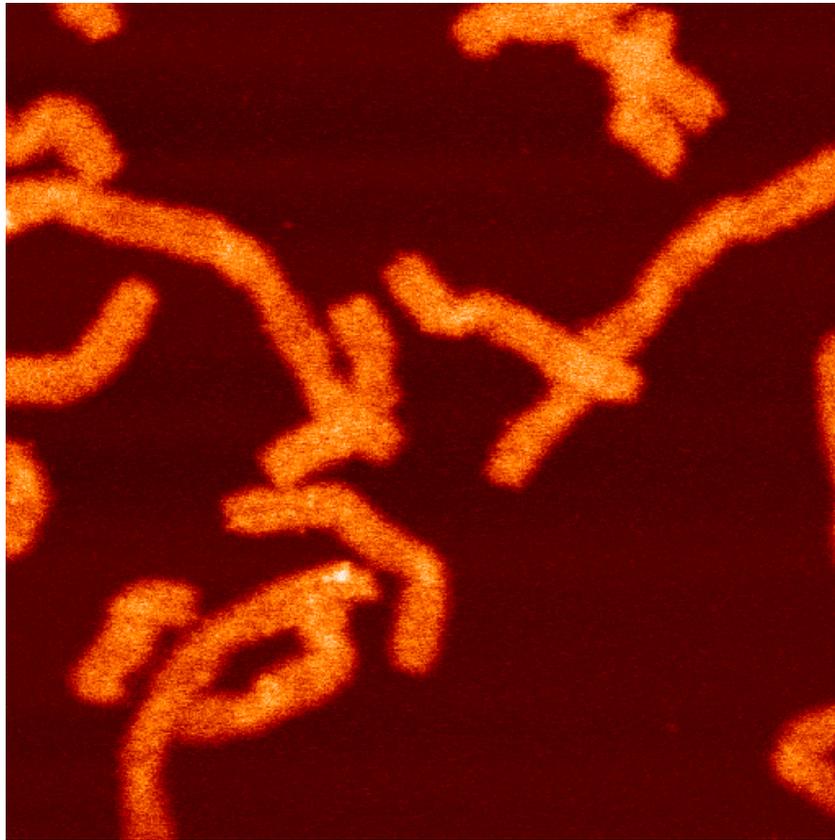
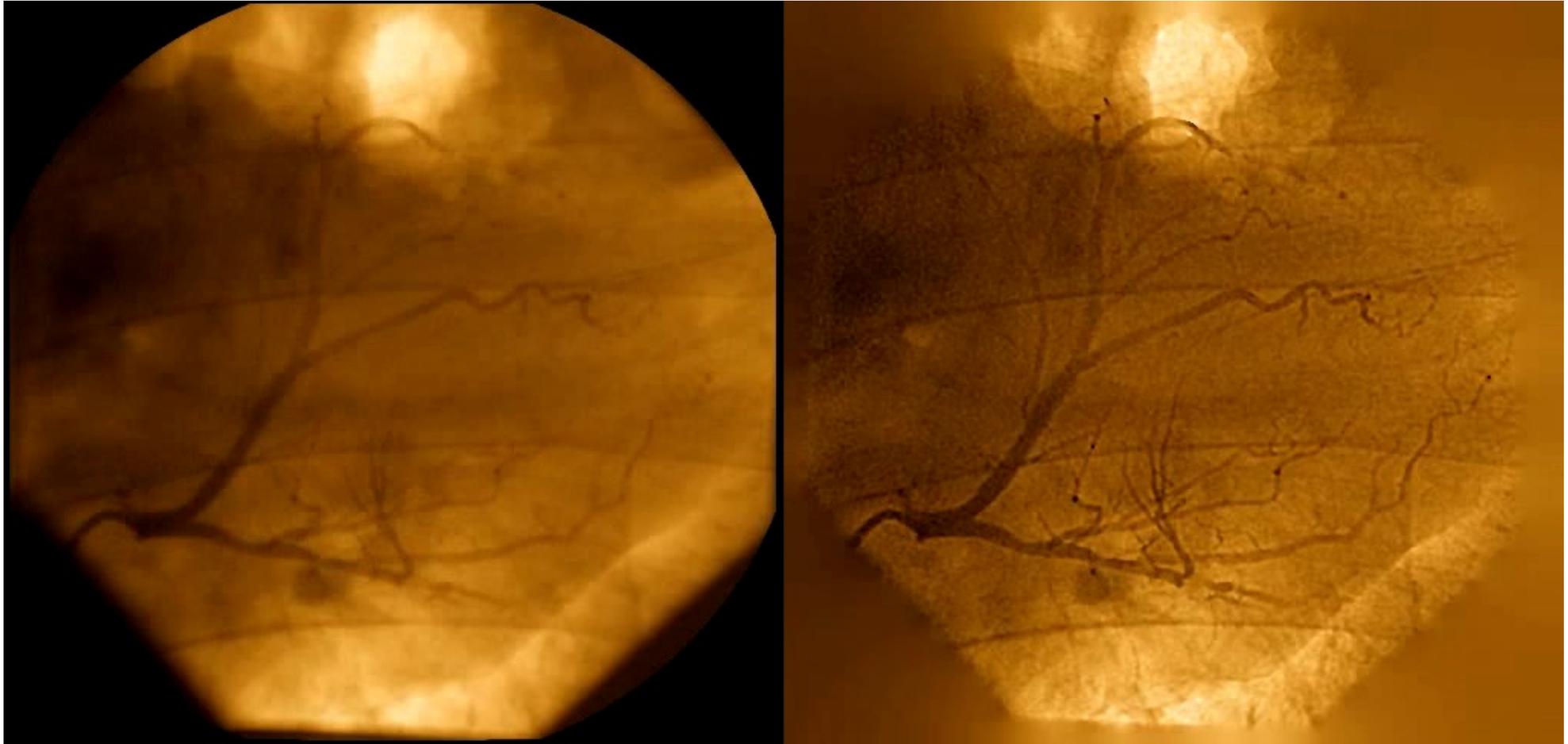


Image de chromosomes par microscopie confocale.

Source : Centre Commun de Quantimétrie, Université Claude Bernard (Lyon, France). Reconstruction par algorithme **MAAD** (CRAL).

Déconvolution aveugle appliquée en imagerie médicale

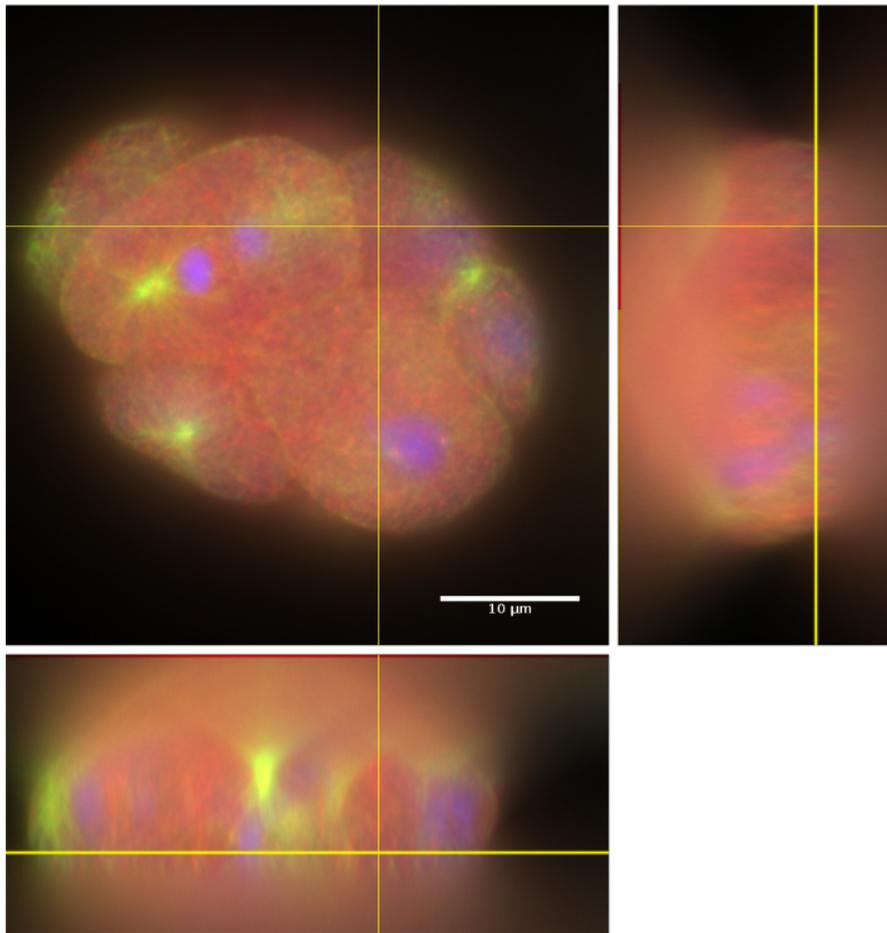


Éric Thiébaud – Lyon, 06/12/2016

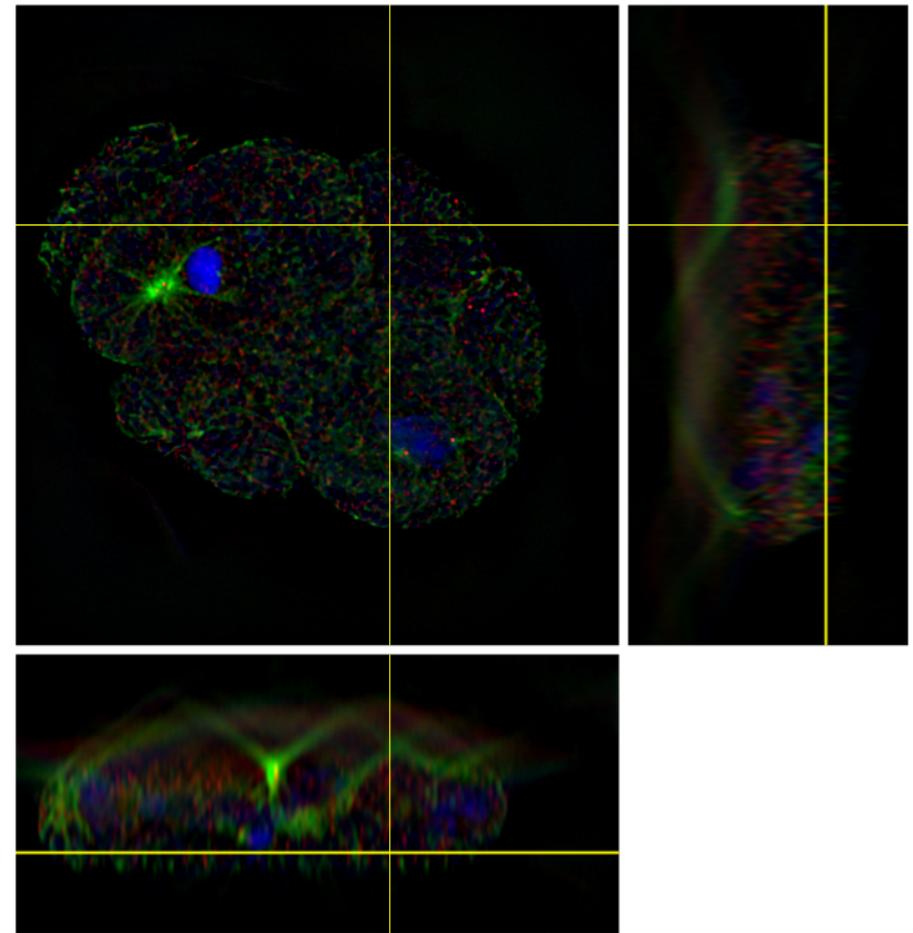
Vidéo coronarographique.

Source : service de cardiologie de l'Hôpital de la Croix-Rousse (Lyon, France).
Traitement : Ferréol Soulez (CRAL/LHC/CPE).

Déconvolution aveugle en microscopie 3-D : C. Elegans



Données originales
(Griffa *et al.*, G.I.T. Imaging
& Microscopy **1**, 41–43, 2010).

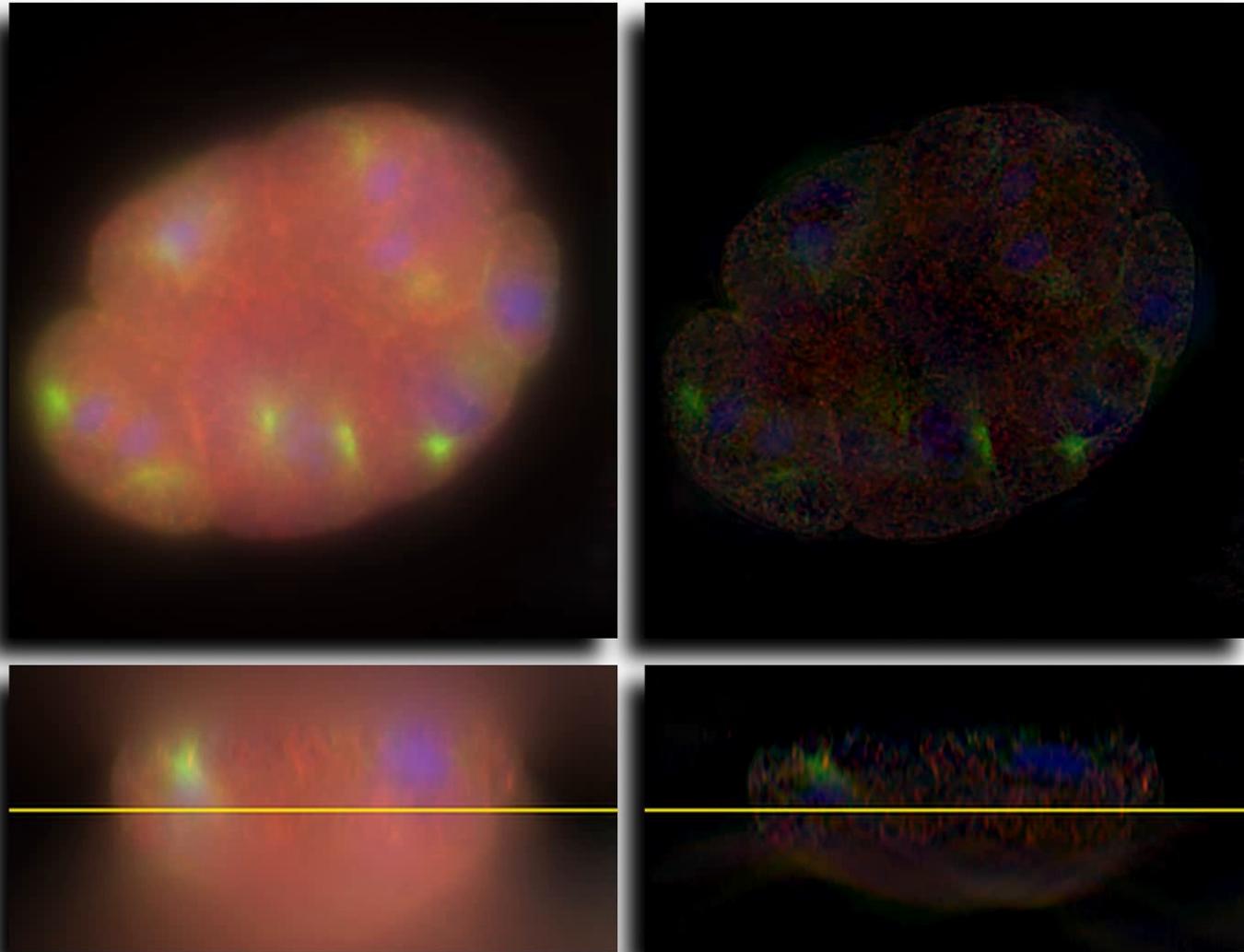


Résultat de la déconvolution aveugle
3-D + λ
(Soulez *et al.*, conf. ISBI, 2012).

Déconvolution aveugle en microscopie 3-D : C. Elegans

Éric Thiébaud – Lyon, 06/12/2016

10 μm



Données originales
(Griffa *et al.*, G.I.T. Imaging &
Microscopy **1**, 41–43, 2010)

**Résultat de la déconvolution
aveugle 3-D + λ**
(Soulez *et al.*, conf. ISBI, 2012)

application à la tomographie médicale

- bénéficier des avantages de l'approche inverse
 - modélisation plus réaliste des mesures (instrument et bruits)
 - images exploitables (pour diagnostic) à partir de moins de mesures ou de mesures de moindre qualité
 - moins de rayonnement absorbé par le patient (et le praticien)
 - objectif : tomographie dynamique (x,y,z,t)
- modèle plus fin que l'état de l'art (*distance driven*)
 - modèle continu de l'objet sur une base de B-splines
 - projections (parallèle, *fan beam* et conique) approximées comme étant séparables le long des axes du détecteur
- reconstruction itérative avec contrainte de régularisation
 - reconstruction sous régularisation moindre
→ plus de détails préservés