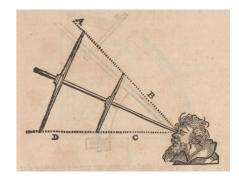
L'arbalestrille

selon Denoville



L'arbalestrille est un instrument pour prendre des mesures angulaires sur le ciel ou sur la Terre. Si l'on regarde son utilisation, on trouve sa description dans les premiers livres imprimés parlant de navigation tel *L'art de naviguer* de Pierre de Medine, 1554. Il est décrit entre autre avant de devenir obsolète dans :

Traité de la construction et des principaux usages des instrumens de mathématique de Nicolas Bion (1702) et se trouve sous forme numérique au Service Commun de la Documentation de l'Université de Strasbourg, dans les livres anciens : http://num-scd-ulp.u-strasbg.fr:8080/640/

L'arbalestrille y est décrite de la page 269 à 274 avec dessins sur les planches 23 et 24.

Denoville dans son livre souvenirs d'école traite de sa construction et son utilisation sur deux planches : *Le Traité de Navigation*. Denoville, Jean-Baptiste. Manuscrit De La Bibliothèque Municipale De Rouen. Ed. Point De Vues http://assprouen.free.fr/denoville/. Voir les pages 83 et 84.

Dans son *Nouveau Traité de Navigation*, (1753) Bouguer la décrit sur trois pages (234-236), son utilisation en prend six pages (236-241) et sa construction trois pages (241-243).

Dans le *Nouveau Traité de Navigation*, (1760) de Bouguer, revu par La Caille, il n'y a que huit lignes pour la qualifier d'obsolète.

II.

Des Instruments qui sont en usage pour observer les hauteurs des Astres.

471. Les instruments les plus en usage à présent pour observer la hauteur en Mer, sont le Quartier Anglois, qu'on appelle aussi Quart de Nonante, & les Quartiers de Réslection. Celui que l'on appelle l'Arbalestrille est presque abandonné depuis quelques années, & on a grande raison de l'abolir entiérement, à cause du peu de précision dont les observations auxquelles on l'emploie sont susceptibles. Il n'y a gueres que la modicité de son prix qui en fasse le mérite; mais le salut d'un Vaisseau est d'une trop grande importance, pour regarder à la dissérence entre les prix de ces sortes d'instruments.

Cet instrument est intéressant à construire, car simple, il permet d'en comprendre facilement le principe trigonométrique.

Avec les dessins et textes de Denoville, comprenons son principe de construction et son utilisation, et lançons nous dans sa construction.

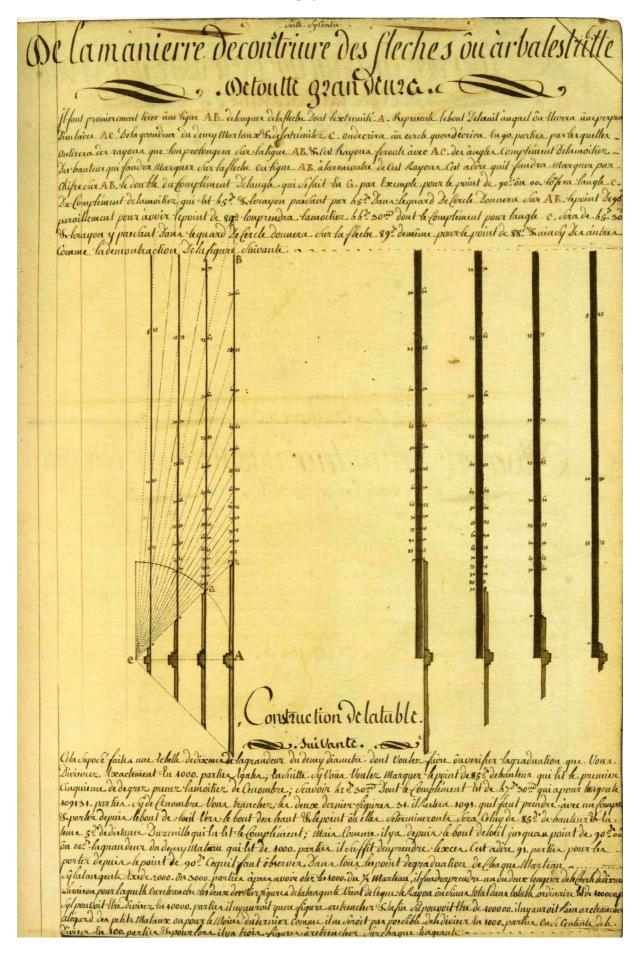
On commencera par lire ses textes remis en français actuel avant de donner des explications sur les différents mode de tracé des échelles.

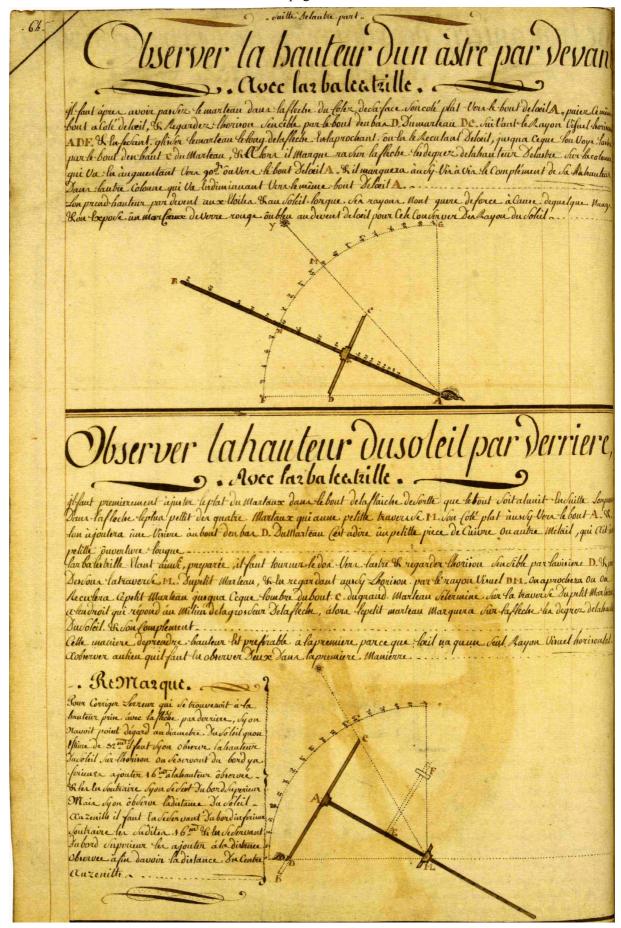
Enfin d'article différentes annexes éclaireront les outils utilisés pour le calcul et tracé des échelles angulaires de l'arbalestrille.

Construction de l'arbalestrille

Ceci peut se faire tout en carton comme le découpage proposé. Une construction plus solide commence par une flèche dans une tige carrée en bois et les marteaux en cartons. Pour les plus habiles, tout sera en bois. Quel que soit le choix des matériaux, il faut tracer les échelles. Voici la méthode de Denoville.

Textes et dessins de Denoville page 83





L'arbalestrille suivant Denoville

Dans son *Traité de Navigation*, deux pages entières concernent l'arbalestrille. Denoville n'aborde pas sa technique de construction, mais simplement la façon d'établir les échelles des degrés sur la flèche en fonction de la grandeur des marteaux et la technique des mesures des angles sur le ciel.

La première page (83) décrit avec figures à l'appui deux manières de tracer les repères des degrés à partir de la grandeur (ou demi grandeur) du marteau. La première géométrique se sert pour les tracés du compas (à tracer) et de la règle. La seconde n'utilise que la trigonométrie par les tangentes, le compas à pointes sèches pour reporter des longueurs, de la règle à tirer les traits et la règle de dixme pour les longueurs..

Ces opérations peuvent servir pour un marin averti, à vérifier que les échelles des différents marteaux de son arbalestrille sont correctes.

La deuxième page (84) montre les deux façons de prendre la hauteur d'un astre avec l'instrument : en vision directe et de dos.

Cette dernière manière ne pouvant être appliquée qu'au Soleil et accessoirement à la Lune.

Textes de Denoville

Tracé des échelles (page 83)

Texte original

Il faut premièrement tirer une ligne AB.. de longueur de la fleche dont lextrémité A.. représente le bout l'œuil auquel ôn elevera une perpendiculaire AC.. de la grandeur du demy martaux & de l'extrémité C.. On decrira un cercle quon décrira en 90. parties par lesquelles on tirera des rayons que l'on prolongera sur la ligne AB. & cest rayons feronts avec AC.. des angles complément de la moitiez des hauteur qui faudra marquer sur la flèche ou ligne AB.. à la rencontre de cest rayons cest adire quil faudra marquer par chifre sur AB.. le double du complément de langle qui se fait en G., par exemple pour le point de 90^d ôu 00 lon fera langle C.. du complément de la moitiez qui est 45^d. & lerayon passant par 45^d dans lequard de cercle donnera sur AB.. le point de 90^d paraillement pour àvoir le point de 89^d l'on prendra la moitiez 44^d.30^m dont le complément pour l'angle C.. sera de 45^d30^m & le rayon y passant dans le quard de cercle donnera sur la fleche 89^d de même pour le point 88^d. & ainsi des autres comme la démonstration de la figure suivante.

Texte remis en français actuel

Il faut premièrement tirer une ligne **AB** de longueur de la flèche dont l'extrémité A représente le bout l'œil auquel on élèvera une perpendiculaire AC de la grandeur du demi marteau et de l'extrémité C on décrira un cercle qu'on divisera en 90 parties par lesquelles on tirera des rayons que l'on prolongera sur la ligne AB et ces rayons feront avec AC des angles complément de la moitié des hauteurs qu'il faudra marquer sur la flèche ou ligne **AB** à la rencontre de ces rayons c'est-à-dire qu-il faudra marquer par chiffre sur AB le double du complément de l'angle qui se fait en C. Par exemple pour le point de 90^d ou 0^d l'on fera l'angle C du complément de la moitié qui est 45^d et le rayon passant par 45^d dans le quart de cercle donnera sur AB le point de 90^d. Pareillement pour avoir le point de 89^d 1'on prendra la moitié 44^d30^m dont le complément pour l'angle C sera de 45^d30^m et le rayon passant dans le quart de cercle donnera sur la flèche 89^d de même pour le point 88^d et ainsi des autres comme la démonstration de la figure suivante.

Construction de la table page 83

Texte original

Construction de la table. Suivante.

Cela suposé faites une echelle de dixme de la grandeur du demy diametre dont voulez faire ôu verifier la graduation que vous diviserez exactement en 1000. parties egales ; ensuite sy vous voulez marquer le point de 85^d de hauteur qui est le premier cinquieme

Texte remis en français actuel

Construction de la table. Suite.

Cela supposé faites une échelle de dixme (voir annexe) de la grandeur du demi-diamètre dont voulez faire ou vérifier la graduation que vous diviserez exactement en 1000 parties égales; ensuite si vous voulez marquer le point de 85^d de hauteur qui est le premier cinquième

de degrez prenez la moitiez de ce nombre ; savoir 42^d30^m dont le complément est de 47^d30^m qui a pour tangente 109131. parties Sy de ce nombre vous tranchez les deux dernier figures 31 il restera 1091. quil faut prendre àvec un compas & porter depuis le bout de loeil vers le bout den haut & le point ôu elles se termineronts sera celuy de 85^d de hauteur & en leur 5^d de distance du zenith qui en est le complément ; mais comme il y a depuis le bout de loeil jusqu'au point de 90^d00' ôu 00^d la grandeur du demy mateau qui est de 1000.. parties il suffit den prendre lexces cest adire 91. parties pour les porter depuis le point de 90^d. Ce quil faut ôbserver dans tous les point degraduation de chaque marteau......

Sy la tangente exede 2000. ôu 3000. parties àpres avoir otezles 1000. du ½ marteau, il faudra prendre un ou deux longueur de la Cherle du dixum. la raison pour laquelle on retranche les deux dernier figures de la tangente vient de ce que le rayon ôu sinus total dans les table ordinaire est de 100000 p . Syl pouvoit être divisez en 10000. parties il ny auroit qune figure aretrancher & enfin sil pouvoit etre de 10000. Il ny auroit rien aretrancher alégard des petits mataux ou pour le moins du dernier comme il ne seroit pas possible de le diviser en 1000. Parties on se contente de le diviser en 100 parties & pour lors il y a trois figure à retirer sur chaque tangente.

de degré prenez la moitié de ce nombre ; à savoir 42^d30^m dont le complément est de 47^d30^m qui a pour tangente 109131 parties (voir annexe). Si de ce nombre vous otez les deux derniers chiffres 3 et 1 il restera 1091 qu'il faut prendre avec un compas et porter depuis le bout de l'oeil (A) vers le bout d'en haut (C) et le point ou elle se termineront sera celuy de 85^d de hauteur et en leur 5^d de distance du zénith qui en est le complément ; mais comme il y a depuis le bout de l'oeil jusqu'au point de 90^d00' ou 0^d la grandeur du demi-mateau qui est de 1000 parties il suffit d'en prendre l'exces c'est-à-dire 91 parties pour les porter depuis le point de 90^d. Ce qu'il faut observer dans tous les point de graduation de chaque marteau.....

Si la tangente excède 2000 ou 3000 parties après avoir otez les 1000. du ½ marteau, il faudra prendre une ou deux longueur de l'échelle du dixum. La raison pour laquelle on retranche les deux derniers chiffres de la tangente vient de ce que le rayon ou sinus total dans les tables ordinaires est de 100000 p . S'il pouvait être divisé en 10000 parties il n'y aurait qu'un chiffre à retrancher & enfin s'il pouvoit être de 1000, il n'y aurait rien à ôter à l'égard des petits marteaux ou pour le moins du dernier comme il ne serait pas possible de le diviser en 1000 parties on se contente de le diviser en 100 parties & pour lors il y a trois chiffres à retirer sur chaque valeur de la tangente.

Commentaires

Quelle que soit la méthode du tracé des repères des degrés, Denoville prend la moitié de la longueur du marteau qui sera le longueur de référence. Dans ce cas, le zéro de l'échelle qui sert à tracer les repères des degrés via leurs tangentes est l'oeil de l'observateur. Donc prendre le début de l'échelle au bout de la flèche est erroné car l'oeil est forcément en arrière du bout. De plus la position de l'oeil va bouger avec le marteau, car les intersections alignements bords de la flèche et extrémités du marteau changent de place avec la position du marteau sur la flèche.

Pour éviter ce problème, il aurait fallu prendre comme unité de distance pour le calcul, la longueur entre le côté de la flèche et l'extrémité du marteau.

Dans le livre de Bion cité en référence, on parle de ce problème, en disant que le zéro n'est pas pris au bout de la flèche ; on n'y explique pas le choix de la position prise pour origine en avant de la flèche pour chaque marteau.

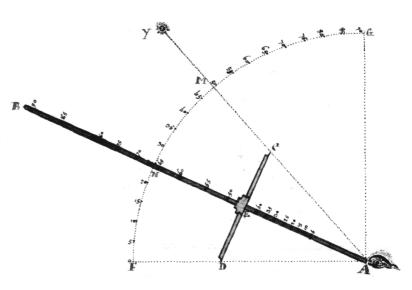
Tout ceci est peut-être illusoire à cause du flou du bord de la flèche vu de très près, alors qu'il faut viser simultanément le bord, le marteau à 30 ou 60 cm et l'astre et l'horizon à l'infini.

Le traçage sur un cercle ou un arc de cercle de tous les degrés comme sur un rapporteur n'était pas un travail facile et certainement long, demandant beaucoup de soin. Il est étonnant que Denoville ne parle pas d'une troisième méthode qui est dessinée sans être expliquée sur le premier dessin de la page suivante. On y voit l'arbalestrille posée sur un grand quart de cercle gradué. L'arbalestrille étant posé précisément dessus, on peut ajuster le marteau à étalonner pour qu'il indique un angle choisi. La position du marteau sur la flèche donne le trait de la graduation de cet angle. Cette méthode est décrite dans le livre de Bion pour étalonner l'anneau astronomique.

Principe des observations page 84

Observation directe

Il faut après avoir passé le marteau dans la flèche du coté de sa face son côté plat, vers le bout de l'oeil A, puis ce même bout à côté de l'oeil, & regarder l'horizon sensible par le bout du bas D. Du marteau DC, suivant le rayon visuel horizon ADF, & en faisant glisser le marteau le long de la flèche, en approchant ou en le reculant de l'oeil, jusqu'à ce que l'on voye l'astre par le bout d'en haut C du marteau, & alors il marquera sur la flèche les degrés de la hauteur de l'astre sur la colonne qui va en augmentant vers 90° ou vers le bout de l'oeil A, & il marquera aussi vis à vis le complément de la hauteur dans l'autre colonne qui va en diminuant vers le même bout de l'oeil A.



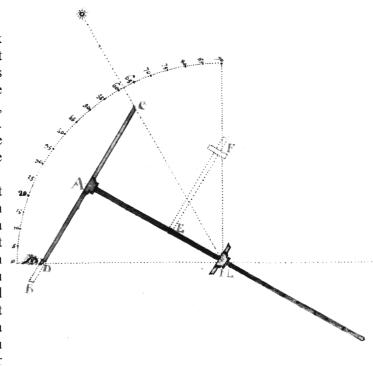
L'on prend la hauteur par devant aux étoiles

& au Soleil lorsque ses rayons n'ont guère de force à cause de quelque nuage & ou expose un morceau de verre rouge ou bleu au devant de l'oeil pour se le conserver des rayons du Soleil.

Observation par derrière

Il faut premièrement ajuster le plat des marteaux dans le bout de la flèche de sorte que le tout soit admit ensuite l'on passe dans la flèche le plus petit des quatre marteaux qui a une petite traverse M., son côté plat aussi vers le bout A., & l'on ajoutera une visière au bout d'en bas D. du marteau, c'est à dire une petite pièce de cuivre ou autre métal, qui ait une petite ouverture longue.

L'arbalestrille étant ainsi préparée, il faut tourner le dos vers l'astre & regarder l'horizon sensible par la visière D. & par dessous la traverse M. du petit marteau, & en regardant aussi l'horizon par le rayon visuel DM. On approchera ou on reculera ce petit marteau jusqu'à ce que l'ombre du bout C. Du grand marteau détermine sur la traverse du petit marteau à l'endroit qui répond au milieu de la grosseur de la flèche, alors le petit marteau marquera sur la flèche les degrés de la hauteur du Soleil & son complément.



Cette manière de prendre hauteur est préférable à la première parce que l'oeil n'a qu'un seul rayon visuel horizontal à observer au lieu qu'il faut en observer deux dans la première manière.

Remarque. Pour corriger l'erreur qui se trouverait à la hauteur prise avec la flèche par derrière, si on n'avait point d'égard au diamètre du Soleil qu'on estime de 32 min. Il faut, si on observe la hauteur du Soleil sur l'horizon ou se servant du bord inférieur ajouter 16 min. À la hauteur observée & en soustraire si on se sert du bord supérieur. Mais si on observe à distance du Soleil au zénith il faut en se servant du bord inférieur soustraire les susdites 16 min. & en se servant du bord supérieur les ajouter à la distance observée afin d'avoir la distance du centre au zénith.

Commentaires

On pourrait dire que l'arbalestrille utilisée dans la méthode par l'arrière est un modèle évolué puisqu'elle comporte à l'extrémité du marteau où on met l'oeil, un accessoire fente qui permet de faciliter la visée et augmenter la précision des mesures

Sur ce même dessin apparaît en pointillé un complément de l'arbalète. Mais Denoville n'en donne aucune explication.

Les outils moderne, tableur ou Geogebra permettent maintenant de construire et d'imprimer à l'échelle désirée n'importe qu'elle gradation.

Annexes

Echelle trigonométrique

Les opérations sur les nombres décimaux n'étant pas d'un usage courant, les opérations se faisaient sur des entiers.

En trigonométrie, pour avoir de la précision, il fallait prendre une base de calcul grande pour le rayon unité. C'est ce que l'on appelai le *sinus total*. C'est ainsi, dans les tables pour la marine, que la valeur ce rayon était prise à 100000. Ptolémée avait pour base dans ses calculs 60000.

Les astronomes, au XVIIIème siècle, pour une plus grande précision, avait pour base 10.000.000.000. Ce qui se voit dans les tables de logarithmiques trigonométriques ou le logarithme du rayon de base vaut 10.

	' Sin. 41	Tang. 41 Cotang.41	Cofin. 41
LOGARITHMES		9.939163 0.060837	
DES	1 9.817088	9.939418 0.060582	9.877670 59
Nombres.	2 9.817233	9.939673 0.060327	9.877560 58
		9.939928 0.060072	
Nomb. Logarith.		9.940183 0.059817	
7380 3.868056		9.940439 0.059561	
7381 3.868115		9.940694 0.059306	
7382 3.868174	7 9.817958	9.940949 0.059051	9.877010 53
7383 3.868233		9.941204 0.058796	· I ———— / —
7384 3.868292	9 9.818247	9.941459 0.058541	9.876789 51
7385 3.868350	10 9.818392	9.941713 0.058287	9.876678 50
7386 3.868409		9.941968 0.058032	
7387 3-868468		9.942223 0.057777	
7388 3.868527	13 9.818825	9.942478 0.057522	9.876347 47
7389 3.868586		9.942733 0.057267	
7390 3.868644		9.942988 0.057012	
7391 3.868703		9.943243 0.056757	
2200 2 04004	B1/19-01940	9.943498 0.056502	19-075904[43]

L'échelle de dixme

On dit aussi disme (Denoville)

Principe

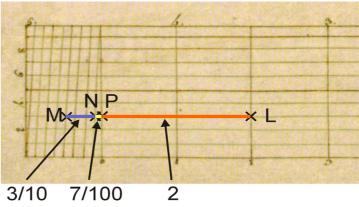
Cet instrument permet pour une longueur étalon choisie de diviser celle-ci en 100 parties et d'obtenir toute longueur multiple de cette unité au centième. Les longueurs cherchées, multiples décimaux de la longueur de base étalon, sont repérées sur l'échelle et reportées au compas à pointes sur le graphique.

Démonstration par l'exemple :

Soit à prendre une longueur de 2,37 sur l'échelle de dixme que l'on s'est donnée :

$$LM = LP + PN + NM = 2.37$$

Segment LP 2 - les entiers Segment MN 3 - les dixièmes Segment NP 7 - les centièmes L'échelle de dixme de Denoville.



Commentaires

Le dessin de l'échelle de dixme de Denoville pose un sérieux problème. En effet la partie de gauche qui donne les $10^{\text{ème}}$ et les centièmes n'est pas divisée en 10, mais en huit partie. Ce qui rend une pareille règles complètement fausse. Il vaut mieux penser que par étourderie ou autre raison, par exemple de place dans la page, Denoville a dessiné son échelle fausse.

Remarques

Si l'échelle est précise et la longueur étalon pas trop petite, on peut avoir mieux que le centième en interpolant entre deux lignes horizontales.

Les unités de l'échelle sur la règle de 0 à 10 sont conventionnelles et peuvent être multipliée par 10, 100, 1000...

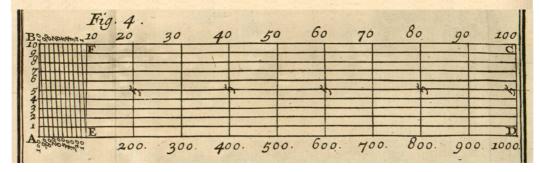
Construction

On se réfère à la description dans le livre de Nicolas Bion *Traité de la construction et des principaux usages des instrumens de mathématique*, 1752, page 23-24 et planche 4.

Pour diviser une très-petite ligne en grand nombre de parties, comme Fig. 4. en 100, ou en 1000 parties égales. Soit, par exemple, proposée la ligne A D qu'il faut diviser en 1000.

Des extrémités A D élevez les perpendiculaires A B, D C, portez sur ces perpenduculaires 10 parties égales; tirez par ces divisions autant de lignes paralleles à A D, divisez les lignes A D, B C chacune en 10 parties égales, que vous joindrez par autant de perpendiculaires: subdivisez ensuite la premiere distance A E & sa parallele B F en 10 autres parties que vous joindrez par des transversales ou lignes obliques tirées d'un intervalle de division comme du point E au point 1, & ainsi des suivantes.

Par ce moyen cette premiere distance A E se trouvera divisée en 100 parties égales; c'est pourquoi on continuera d'écrire les chisres 200, 300, 400, 500, &c. jusqu'à 1000 au-dessus & au-dessous de ladite échelle, qui sera divisée en 1000 parties égales, comme l'on voit en la figure 4. On nomme ordinairement cette régle échelle de dixme.



Tracé sous Geogebra

On prendra deux curseurs pour les deux dimensions du rectangle (*ABDD*) de l'échelle : *long* (200 à 800) et *eps* (20 à 100).

Construire les points A, B, C, D. Et le rectangle (polygone ABCD).

$$A = (0,0)$$
; $B = (long,0)$; $D = (long,eps)$; $C = (0,eps)$
cadre=Polygone[A,B,D,C]

Geogebra crée les quatre segments a, b, c et d.

- supprimera l'affichage des étiquettes des segments.
- mettre l'affichage des points et des curseurs conditionnel par une boîte de sélection appelée *Construction*.

Tracé des dix traits verticaux et horizontaux qui divisent le rectangle :

- traits horizontaux
 - trh=séquence[Segment[(0,eps*n/10),(long,eps*n/10)],n,1,9]
- traits verticaux

trv=séquence[Segment[(long*n/10,0),(long*n/10,eps)],n,1,9]

Traits de biais pour les dixièmes et centièmes trb=séquence[Segment[(long*n/100,0),(long*(-1)n/100,eps)],n,1,9]

Remarque : on peut incliner les segments de biais à droite ou à gauche. Cela ne change que l'étiquetage des graduations des lignes horizontales pour l'utilisation.

Graduations

- horizontales dessus et dessous

```
grabs1 = Séquence[Texte[n, (n \log / 10 - 1.5, -(4))], n, 0, 10]
grabs2 = Séquence[Texte[n, (n \log / 10 - 1.5, eps + 1.5)], n, 0, 10]
```

- verticales à gauche et à droite

```
grord1 = Séquence[Texte[n, (-(4.5), n \text{ eps } / 10 - 1)], n, 0, 8, 2]
grord2 = Séquence[Texte[n, (long + 2.5, n \text{ eps } / 10 - 1.5)], n, 0, 8, 2]
```

Pour le positionnement des graduations, les valeurs de décalages -1.5, -4., -4.5 et 2.5 sont ajustables en fonction de l'esthétique et la grandeur des caractères choisie

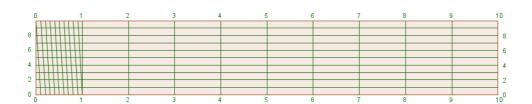
Mettre un titre qui donne la longueur de l'étalon choisie :

txt = Texte["Echelle de dixme de" + (long / 10) + " cm"]

que l'on placera, en changeant à volonté la taille et la police dans les propriétés.

☐ Construction

Echelle de dixme de 25 cm



Impression sous Geogebra

Normalement l'impression sous Geogebra devrait donner sur papier, une règle de dixme à l'échelle désirée. Il se peut que l'imprimante utilisée ne donne pas la bonne grandeur. Dans ce cas, il faut faire une correction d'échelle que l'on rentrera dans la fenêtre d'impression.

Pour une échelle plus grande que A4, on imprimera par partie.

